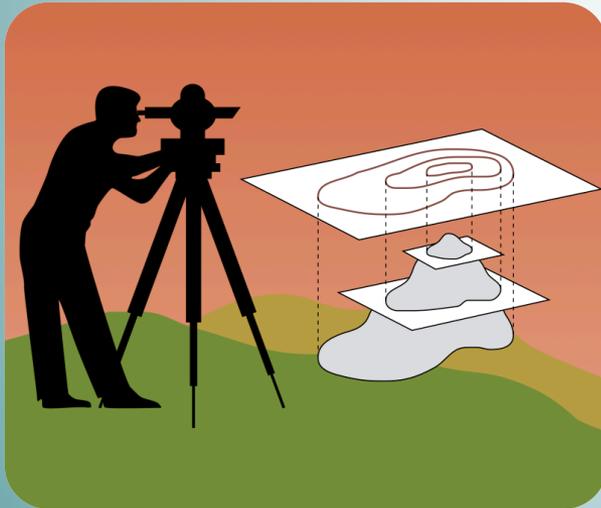


Topografía y Geodesia-G337

Bloque I. Tema 2. Captura y tratamiento de desniveles



Javier Sánchez Espeso

Raúl Pereda García

DPTO. DE INGENIERÍA GEOGRÁFICA
Y TÉCNICAS DE EXPRESIÓN GRÁFICA

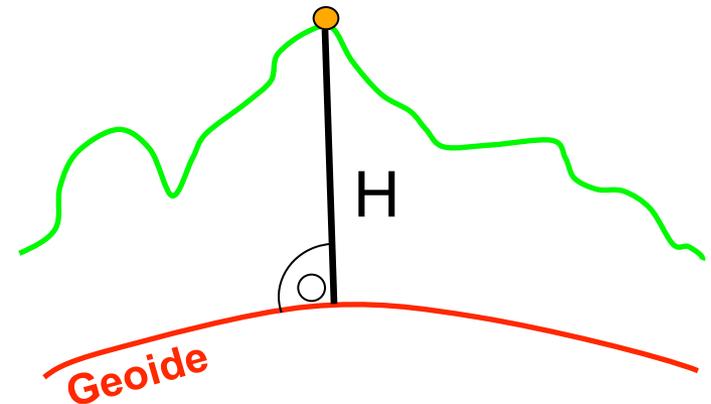
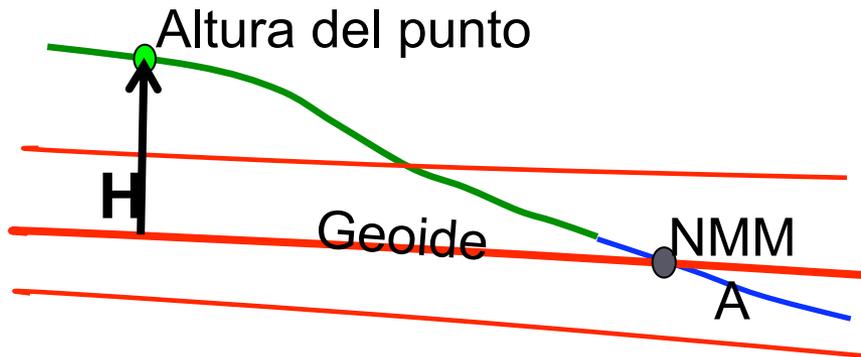
Este tema se publica bajo Licencia:

[Creative Commons BY-NC-ND 4.0](https://creativecommons.org/licenses/by-nc-nd/4.0/)



1.- Introducción.

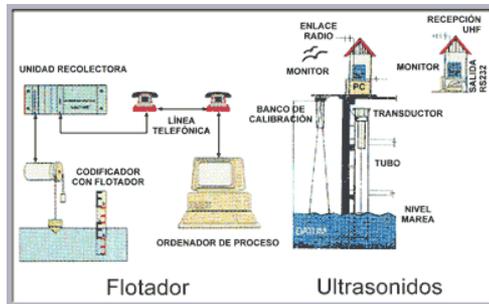
- ▶ Se define la **altitud de un punto** como la distancia a una superficie de referencia, evaluada por la normal a la misma que pasa por el punto.
- ▶ La superficie de referencia altimétrica oficial en los trabajos de Ingeniería es el **Geoide**, por lo que se precisa conocer:
 - ▶ Como se materializa de forma práctica el geoide.
 - ▶ Metodologías que permiten obtener desniveles respecto al mismo.



1.- Introducción.

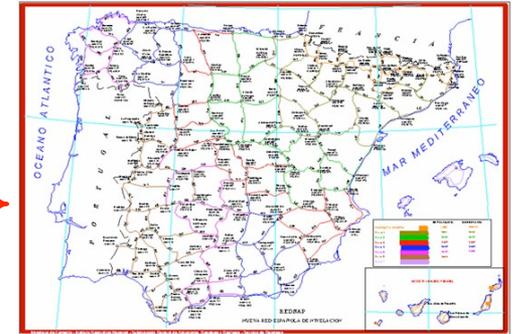
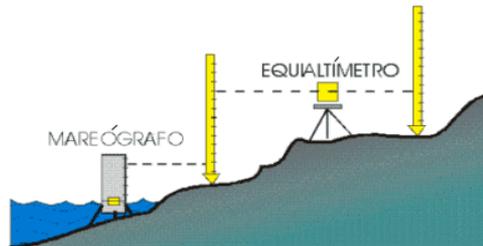
Artículo 4. Sistema de Referencia Altimétrico. Materialización del geoid: RD 1091/2007, de 27 de Julio

1. Se tomará como referencia de altitudes los registros del nivel medio del mar en Alicante para la Península y las referencias mareográficas locales para cada una de las islas. Los orígenes de las referencias altimétricas serán definidos y publicados por la Dirección General del Instituto Geográfico Nacional.
2. El sistema está materializado por las líneas de la Red de Nivelación de Alta Precisión.



NMMA

Det. desniveles



RNAP

1.- Introducción.

- ▶ Metodologías para determinar desniveles y, por lo tanto, altitudes:
 - ▶ Nivelación **trigonométrica**.
 - ▶ Uso de relaciones trigonométricas, observación conjunta de distancias, ángulos cenitales y alturas de equipos.
 - ▶ Equipo: **Estación Total**.
 - ▶ Nivelación **geométrica**.
 - ▶ Observación directa de desniveles, en base a la materialización de un plano horizontal.
 - ▶ Equipo: **nivel**.
 - ▶ Nivelación **mediante Geodesia Espacial**.
 - ▶ Se observan directamente altitudes referidas al elipsoide Wgs84, que precisan ser transformadas en base al conocimiento de la ondulación del geoide.
 - ▶ Equipo: **receptor GPS**.
 - ▶ Nivelación **barométrica**.
 - ▶ Sin uso en Ingeniería, por su poca precisión.



1.- Introducción.

Es preciso conocer las **singularidades altimétricas** existentes en entornos costeros, fijadas por cada **Autoridad Portuaria**:

- ▶ **Alturas respecto al cero del puerto.**
 - ▶ Establecen y emplean un origen de altitudes convencional con aplicación local (propio de cada Autoridad Portuaria), para todas las actividades portuarias.
 - ▶ Surgen para evitar altitudes negativas que existen al emplear como origen el NMMA en los entornos costeros.
 - ▶ Se define de forma convencional: se sitúa por debajo de la mínima bajamar astronómica registrada históricamente.
 - ▶ Por tanto, para obtener la altitud respecto al cero puerto se añadirá a la altitud del NMMA la altitud local definida para el nivel medio del mar en Alicante.
 - ▶ Algunos valores de referencia:
 - ▶ A.P. Santander: 2,174 m. por debajo del NMMA.
 - ▶ A.P. Avilés: 1,98 m por debajo del NMMA.



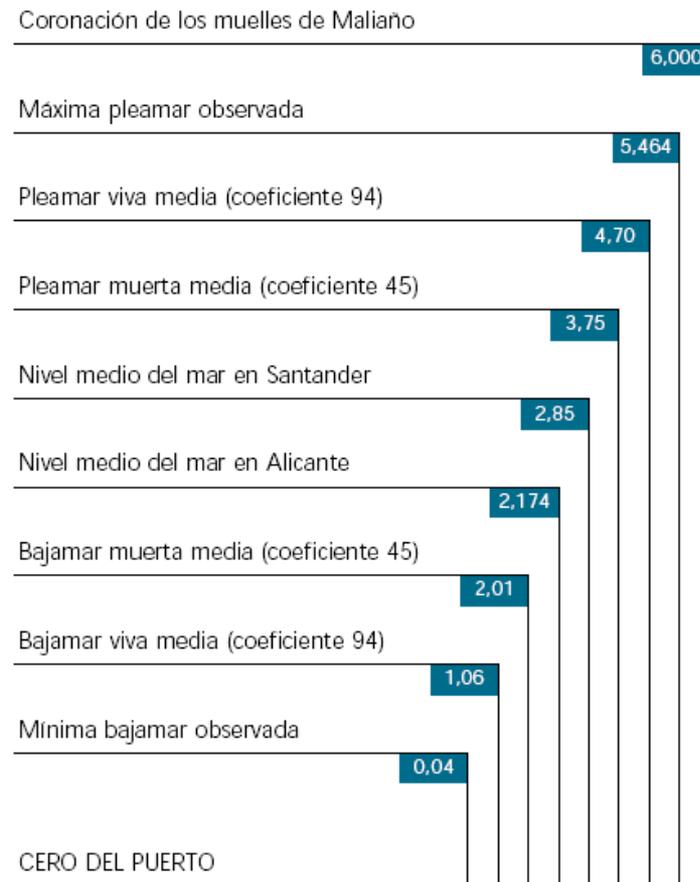
1.- Introducción.

Estado de altitudes sobre el cero del Puerto de los principales puntos de referencia del Mareógrafo de Santander.

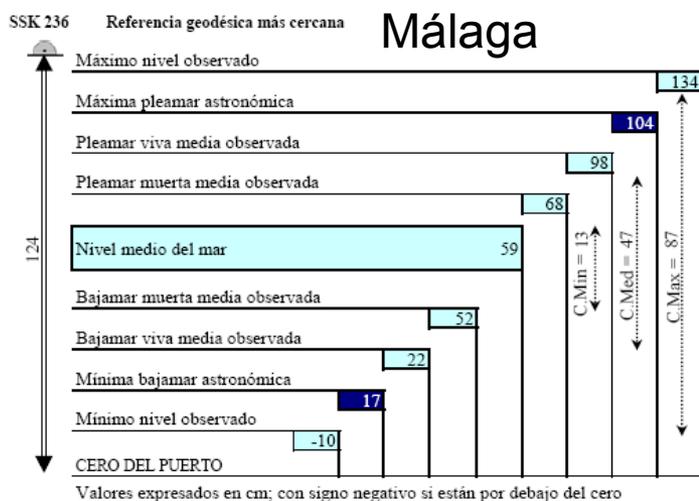
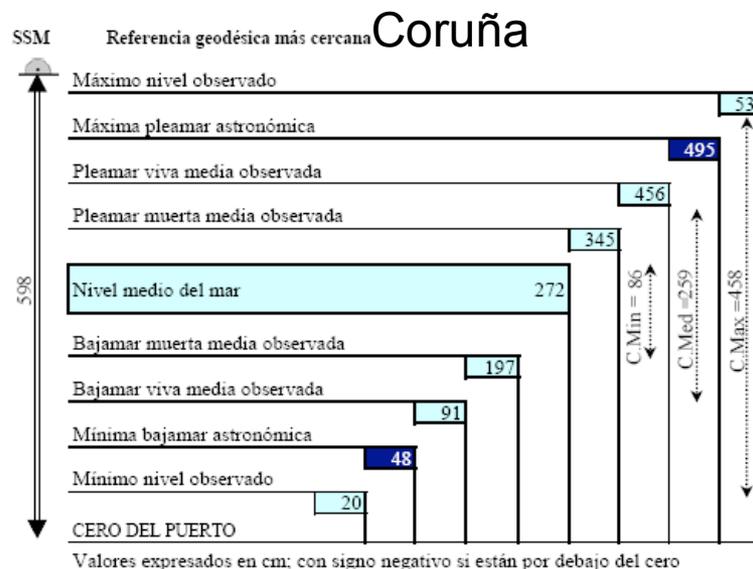
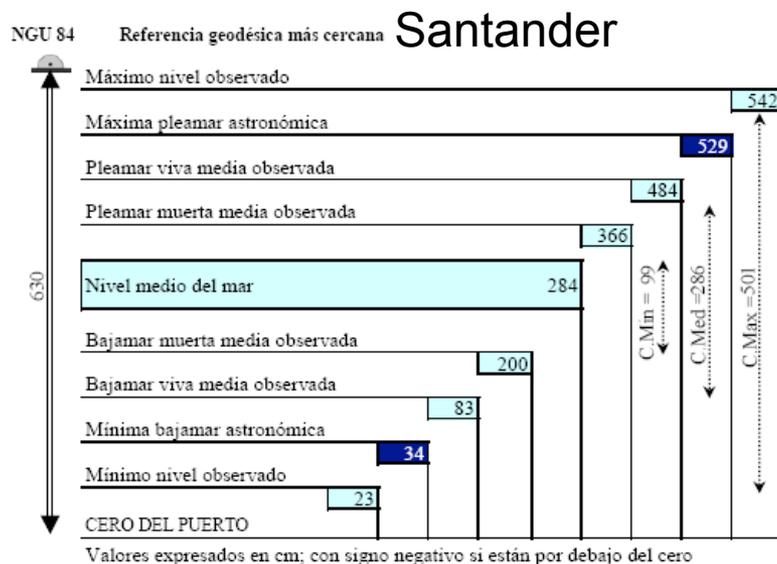
SEÑALES	altitudes sobre el cero de Santander	DESCRIPCION DE SEÑALES
N.G.J.-956	7,612	Señal colocada por el Instituto Geográfico en la fachada sur del Ayuntamiento, esquina sureste, a 5,437 m. sobre el nivel del mar en Alicante
N.A.P.H.-369	7,062	En el pretil del muro, a la derecha, y frente a la entrada del Real Club Marítimo, a 4,887 m. sobre el nivel del mar en Alicante.
C.D.	5,989	En la coronación del muro sur del Dique, a 3,814 sobre el nivel del mar en Alicante.
N.G.U.-84	6,307	En el interior del mareógrafo, a 4,132 m. sobre el nivel del mar en Alicante.
A.P.S.	6,360	En el extremo Suroeste del muelle 1 de Raos en Santander.

www.puertosantander.es

Resumen del movimiento del mar en Santander



1.- Introducción.



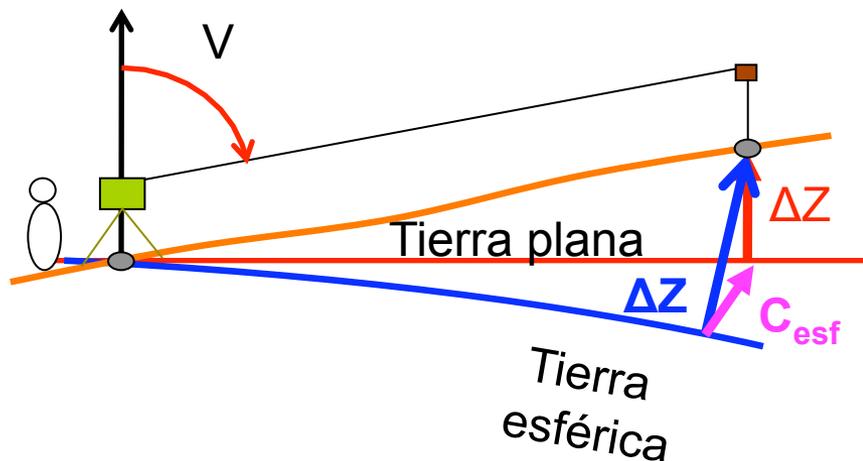
www.moises.puertos.es/BD
 Datos correspondientes a un periodo de
 10 años, entre 1993 / 2004



2.- Aspectos altimétricos. Correcciones.

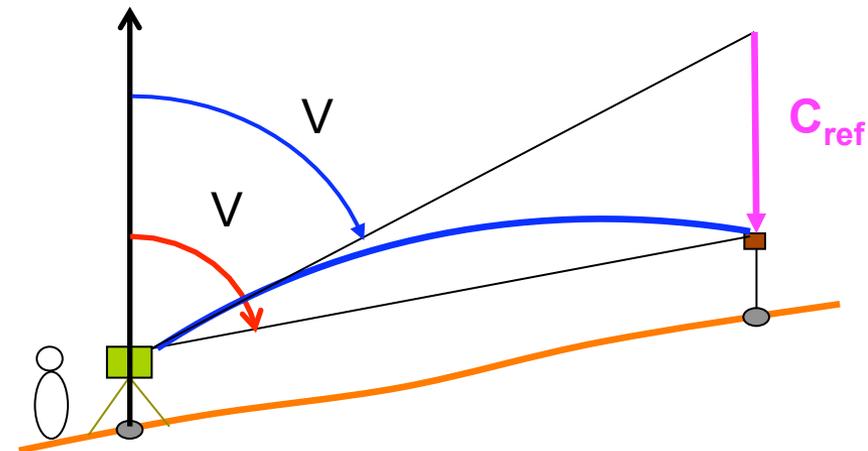
El cálculo de los desniveles se efectúa considerando la **tierra plana** y **una atmósfera ideal**. Hay que tener en cuenta la realidad: **esfericidad de la tierra** y **atmósfera real**.

ESFERICIDAD



Corrección positiva

REFRACCIÓN

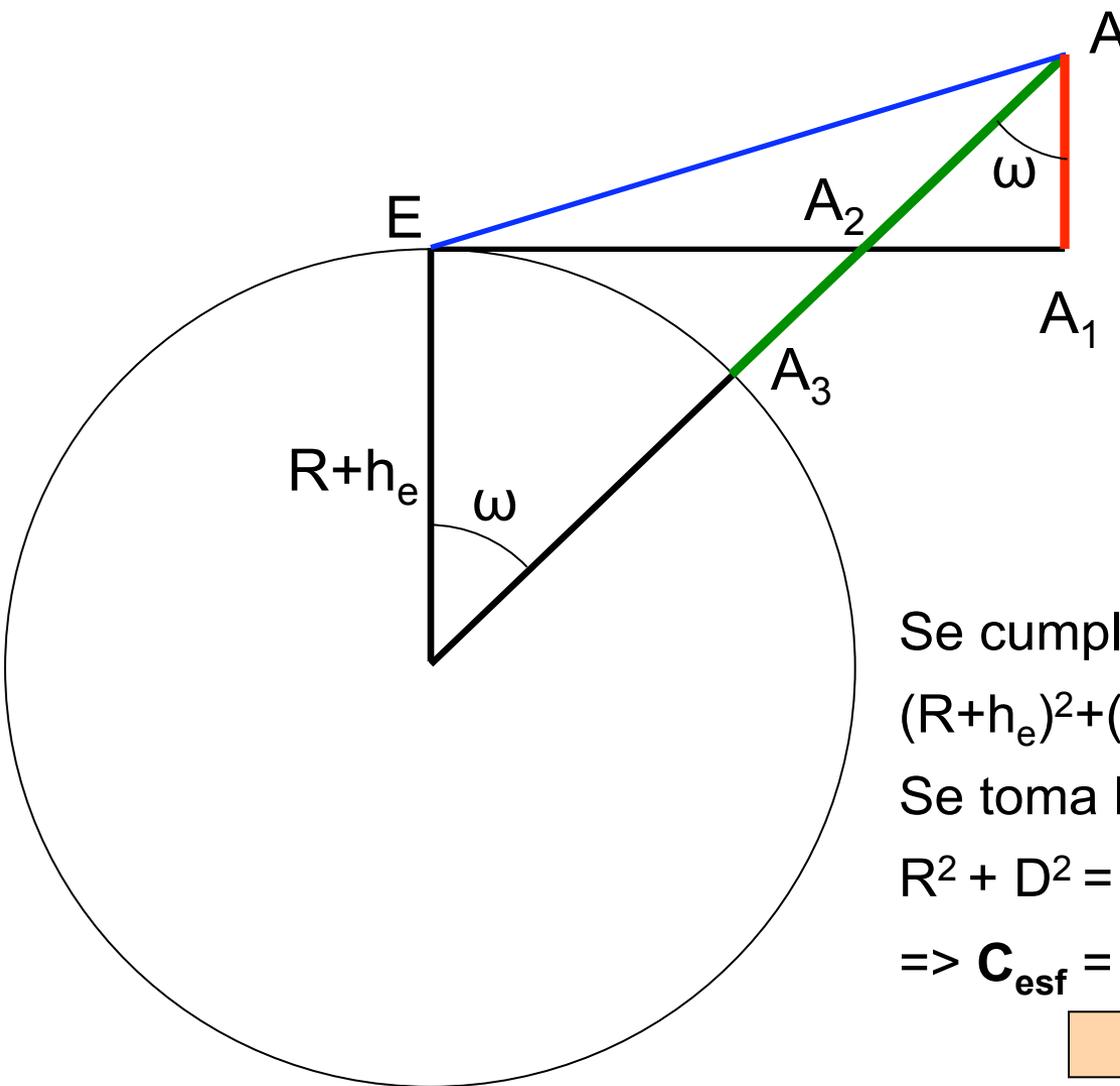


Corrección negativa



2.- Aspectos altimétricos.

Corrección por esfericidad.



La corrección por esfericidad aumenta el desnivel observado:

$$C_{\text{esf}} = AA_3 - AA_1$$

Si ω es muy pequeño,
 $AA_1 \approx AA_2$; $A_1A_2 \approx 0$

Por tanto:

$$C_{\text{esf}} = AA_3 - AA_1 = A_2A_3$$

Se cumple:

$$(R+h_e)^2 + (D - A_1A_2)^2 = (R + A_2A_3)^2$$

Se toma $h_e \approx 0$;

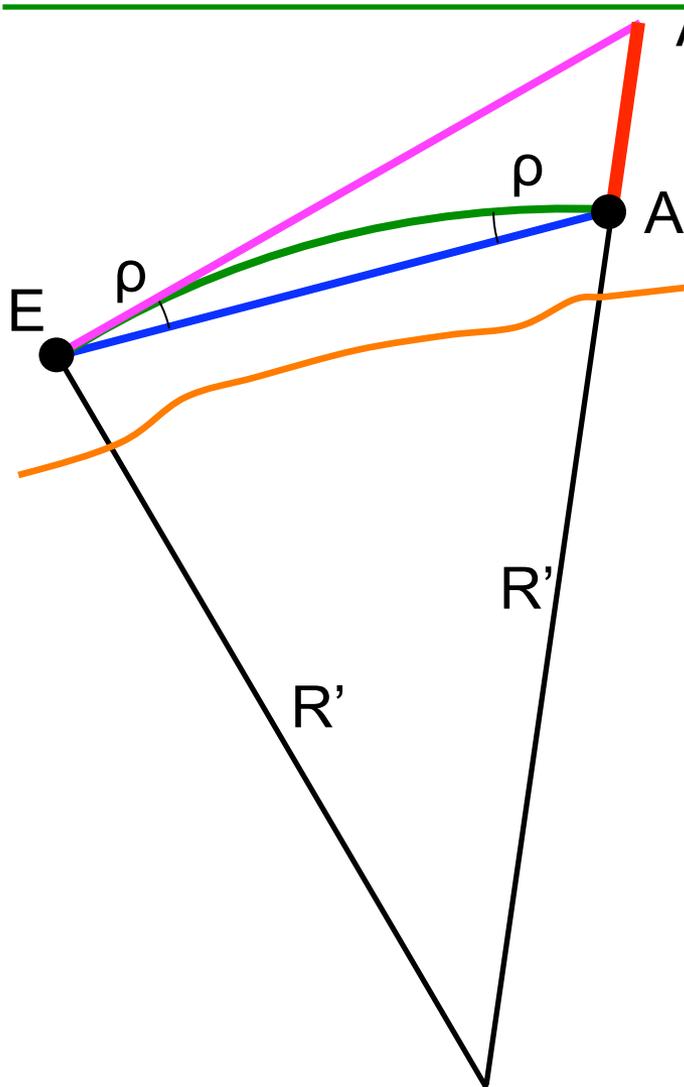
$$R^2 + D^2 = R^2 + (C_{\text{esf}})^2 + 2 \cdot R \cdot C_{\text{esf}} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow C_{\text{esf}} = D^2 / 2 \cdot R$$

$$C_{\text{esf}} = 0,5 \cdot D^2 / R$$

2.- Aspectos altimétricos.

Corrección por refracción.



Efecto de la refracción: es el cambio de dirección experimentado por la luz al cruzar medios con densidades distintas. Debido a este efecto, las visuales en Topografía / Geodesia, se pueden asimilar a un arco de circunferencia:

- Circunferencia de refracción R'
- Ángulo de refracción ρ

Corrección por refracción: disminuye el desnivel observado, $C_{ref} = AA_1$

Se verifica:

$$(R' + C_{ref})^2 = R'^2 + D^2 \Rightarrow C_{ref} = D^2 / (2 \cdot R')$$

Se define el coeficiente de refracción F como $F = R / (2 \cdot R') \Rightarrow C_{ref} = F \cdot D^2 / R$

Usualmente se toma $F = 0,08$

$$C_{ref} = 0,08 \cdot D^2 / R$$

2.- Aspectos altimétricos.

Corrección conjunta.

- ▶ Las 2 correcciones se aplican usualmente de forma conjunta al desnivel de cálculo observado con los equipos topográficos:
 - ▶ corrección por esfericidad: aumenta el desnivel observado.
 - ▶ corrección por refracción: disminuye el desnivel observado (coeficiente de refracción usual, en la península: 0,08)

$$C = C_e + C_r = 0,5 \cdot \frac{D^2}{R} - 0,08 \cdot \frac{D^2}{R} \quad \Rightarrow \quad C = 0,42 \cdot \frac{D^2}{R}$$

Aplicación práctica: orden de magnitud de las correcciones, para distintas distancias y considerando como valor del radio medio de la tierra $R=6370000$ m

D (m)	C _{esf} (m)	C _{ref} (m)	C _{conjunta} (m)
400	0.01	0.00	0.01
1000	0.08	-0.01	0.07
2000	0.31	-0.05	0.26
4000	1.26	-0.20	1.05
8000	5.02	-0.80	4.22



3.- Nivelación trigonométrica.

Con las correcciones planteadas, la **expresión final** para la obtención de desniveles por **nivelación trigonométrica** es:

$$\Delta Z_a^b = D_a^b \cdot \cotg V_a^b + i_a - m_b + 0,42 \cdot \frac{D^2}{R}$$

El **error en la nivelación trigonométrica** estará asociado a cada término de la expresión anterior:

- **Error en el término trigonométrico** $D \cdot \cotg V \Rightarrow e_t$. Se debe considerar:
 - Error en la evaluación de la distancia: ΔD_a^b
 - Error en la evaluación del ángulo cenital: $\epsilon_{\text{vertical } a^b}$.
- **Error en la medida de altura del instrumento** $\Rightarrow e_i$
- **Error en la medida de la altura del prisma** $\Rightarrow e_m$

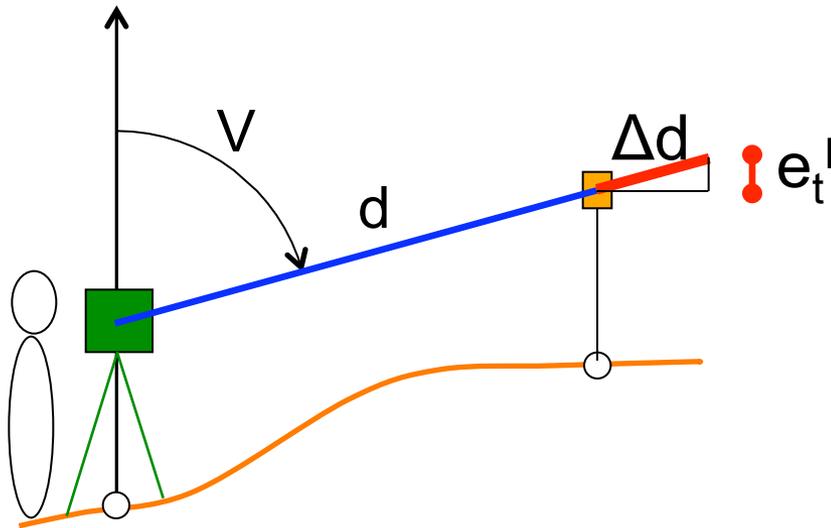


3.- Nivelación trigonométrica. Errores

Error debido al término trigonométrico: e_t

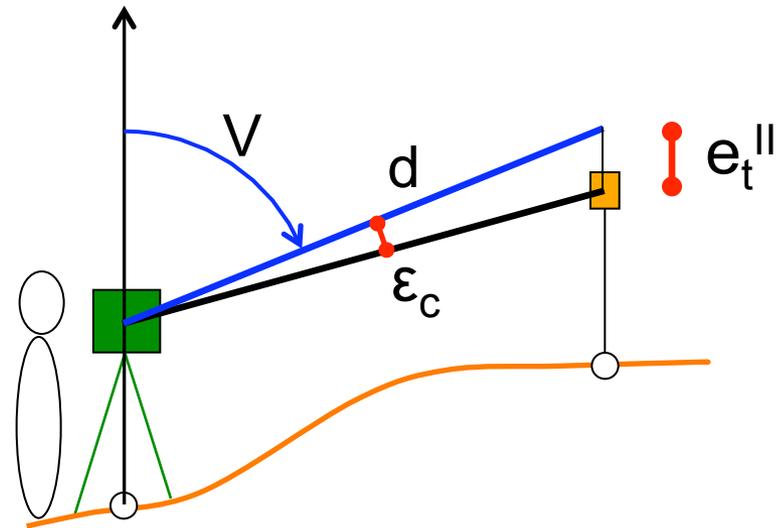
I.- Asociado al error en la medición de la distancia: ΔD

II.- Asociado al error de medición del cenital: ϵ_c



$$e_t^I = \Delta D \cdot \cot g V$$

Al ser ΔD muy pequeño con ETT, este término se desprecia



$$e_t^{II} = D \cdot (\cot g(V \pm \epsilon_c) - \cot g V)$$

\pm : se toma el signo que genere el resultado más desfavorable.

3.- Nivelación trigonométrica. Errores

- Error en la **altura del instrumento**: e_i
 - Es habitual considerar $e_i = 0,01$ m., en tanto se mide habitualmente con un flexómetro. Se podrían admitir valores menores si se justifica.

- Error en la **altura de la mira**: e_m
 - Se recomienda un valor experimental, que considera la incertidumbre en relación al tamaño físico del prisma y la distancia a que se observa.

(Se adjunta tabla para un prisma usual de 6 cm de diámetro)

Distancia (m)	e_m (cm)
0 – 100	1
100 – 200	2
200 – 500	3
500 – 1000	4
1000 – 2000	5



3.- Nivelación trigonométrica. Errores

1.- En resumen, el error altimétrico en una **visual aislada** caracterizada por los siguientes datos [V, D, ϵ_c] toma la expresión:

$$e_z = \sqrt{(e_t^{II})^2 + e_i^2 + e_m^2}$$

2.- Si el desnivel observado se ha obtenido en **n tramos**:

- Se deberá componer cuadráticamente el error cometido en cada tramo

$$e_z total = \sqrt{(e_z)_1^2 + \dots + (e_z)_n^2}$$

- Es habitual efectuar la **composición para el error más desfavorable**:

$$e_z total = e_z \cdot \sqrt{n}$$

Calculado con los valores más desfavorables: D, V, **observados en cualquier tramo**

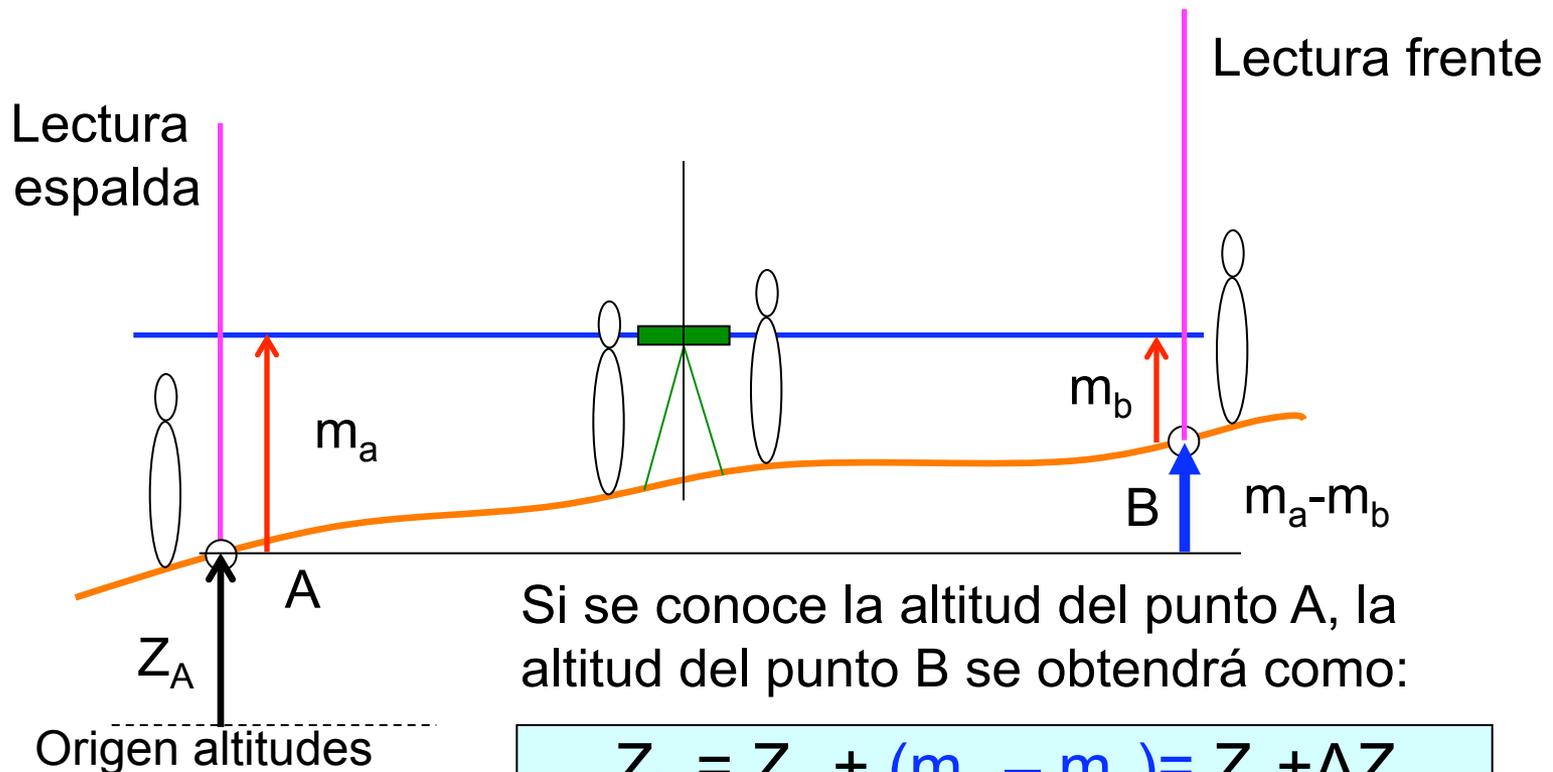
3.- Si además **cada tramo se observa 2 veces**

$$e_z total = \frac{e_z \cdot \sqrt{n}}{\sqrt{2}}$$



3.- Nivelación geométrica. El nivel

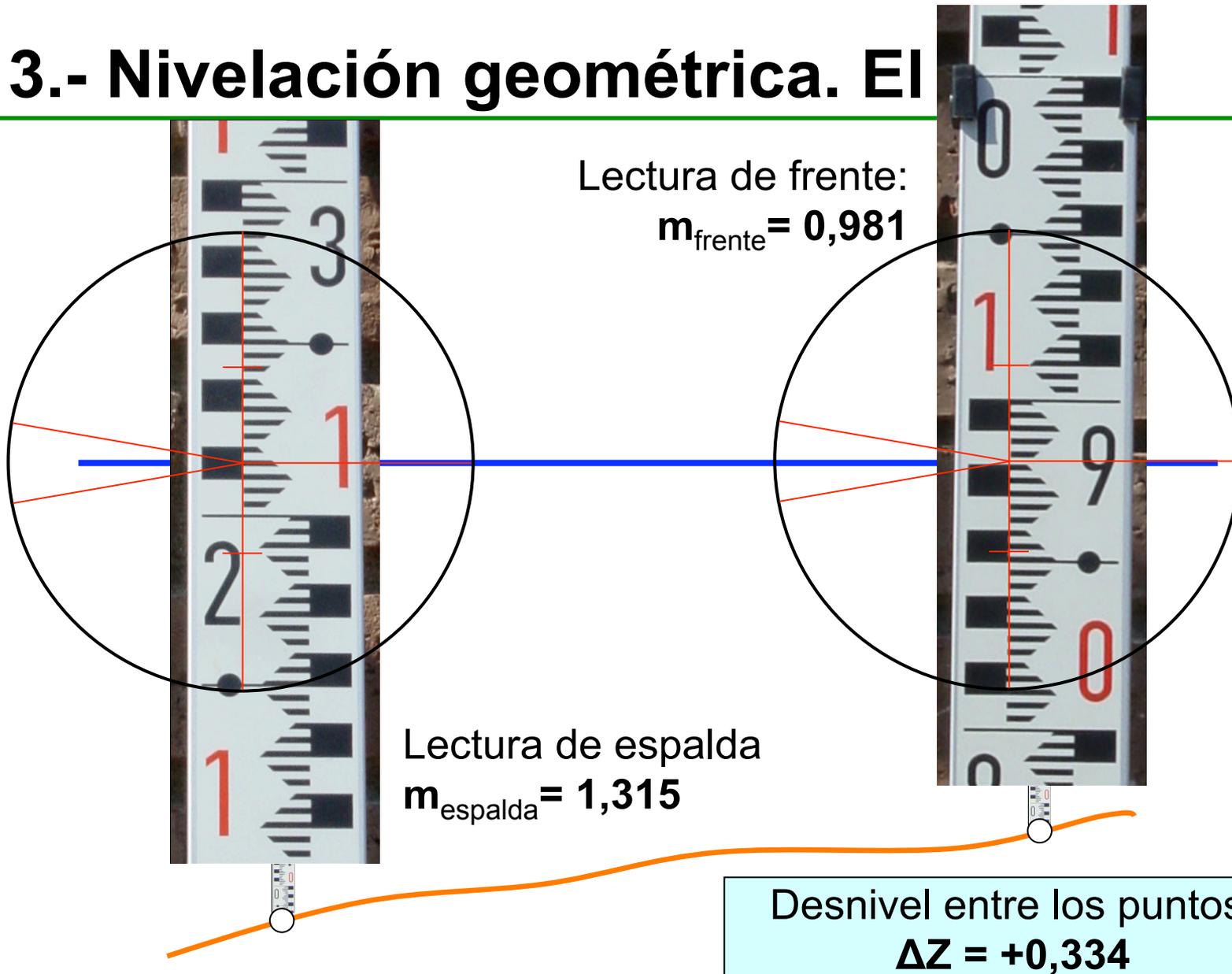
El **Nivel** es un instrumento topográfico que correctamente estacionado define perfectamente un plano horizontal, y que con ayuda de 2 estadias permite determinar el desnivel entre 2 puntos



Si se conoce la altitud del punto A, la altitud del punto B se obtendrá como:

$$Z_b = Z_a + (m_a - m_b) = Z_a + \Delta Z$$

3.- Nivelación geométrica. El



3.- Nivelación geométrica.

Tipos de niveles

Se establece una doble clasificación:

- ▶ 1.- Según la **forma de nivelar el equipo**:
 - ▶ Niveles **convencionales**. Estacionamiento como cualquier equipo topográfico, con un nivel convencional (tórico).
 - ▶ Niveles **automáticos**. El usuario tan solo tiene que efectuar la nivelación de un nivel esférico, que posibilita una nivelación precisa en base a un péndulo interno que posiciona la vertical del lugar.
- ▶ 2.- Según la forma de efectuar la **observación en la mira**:
 - ▶ Nivel **óptico**. Observación a través del anteojo por parte del operador de la altura de mira en la estadía
 - ▶ Nivel **láser**. Materialización óptica de un plano horizontal en base un puntero láser rotatorio.
 - ▶ Nivel **digital con miras codificadas**. Observación automática de la altura de mira, mediante un lector especial que observa la lectura en miras codificadas.



3.- Nivelación geométrica.

Tipos de niveles

A.- Nivel óptico convencional.

- ▶ **Convencional:** se estaciona como cualquier instrumento topográfico: dispone de base nivelante, nivel esférico y nivel tórico.
- ▶ **Lectura óptica** en estadía vertical dividida en doble milímetros.
- ▶ Precisa de un equipo formado por 2 pax: operador y ayudante.
- ▶ Precisiones: 1 a 2,5 mm/km. Uso típico: nivelaciones lineales.

B.- Nivel óptico automático.

- ▶ **Automático:** se efectúa inicialmente una pre-nivelación, a continuación, el equipo se acaba de estacionar automáticamente
- ▶ **Lectura óptica** en estadía vertical dividida en doble milímetros.
- ▶ Precisa de un equipo formado por 2 pax: operador y ayudante.
- ▶ Precisiones: 1 a 2 mm/km. Uso típico: nivelaciones lineales.



3.- Nivelación geométrica.

Tipos de niveles

Ejemplo: SOKKIA B20-B21. Óptico automático.

Ejemplo: Leica NA700 y NA2.



3.- Nivelación geométrica.

Tipos de niveles

Ejemplo : SOKKIA B20-B21. Óptico automático.

	Levelling Accuracy	
	Standard deviation for 1km double-run levelling	
Telescope	Without micrometer	1.0 mm (0.04 in) 1.5 mm (0.06 in)
Length	With micrometer	0.8 mm (0.03 in) 1.2 mm (0.05 in)
Objective aperture	Horizontal Circle Aluminium, clockwise	
Magnification	Diameter	103 mm (4.1 in)
Image	Graduation	1°(1 gon)
Resolving power	Estimation	0.1° (0.1 gon)
Field of view (at 100m)	Water Resistance	
Minimum focussing distance	This model meets Japanese Industrial Standard, Class IPX4 (JIS C 0920). This complies with International Electrotechnical Commission Standard, Class IPX4 (IEC 60529).	
Reticle	General	
Stadia multiplication constant	Sensitivity of circular level	10'/2 mm
Stadia additive constant (cm)	Mirror for circular level	Pentaprism
Reticle illumination	Horizontal fine motion	Double-sided endless drive
Compensator, Automatic Level Mec	Size (W x D x H)	130 x 215 x 135 mm (5.1 x 8.5 x 5.3 in)
Damping system	Weight (instrument)	1.85 kg (4.1 lbs)
Working range	(case)	2.0 kg (4.4 lbs)
Setting accuracy		



3.- Nivelación geométrica.

Tipos de niveles

C.- Nivel electrónico o digital.

- ▶ Es un **nivel automático**, que “**lee**” **automáticamente la altitud en miras codificadas** mediante técnicas de correlación. Evidentemente, posibilita el registro automático del valor observado.
- ▶ Incorpora también un distanciómetro, que lee la distancia nivel – mira, con precisión centimétrica.
- ▶ Precisa de un equipo formado por 2 pax : operador y ayudante.
- ▶ Precisiones: 0,3 mm/km.
- ▶ La lectura se ve afectada por condiciones meteorológicas en el momento de la observación: fundamentalmente temperatura y condiciones de iluminación
- ▶ Uso típico: nivelaciones lineales de precisión, trabajos singulares, pruebas de carga.



3.- Nivelación geométrica.

Tipos de niveles

Leica
Geosystems



Ejemplo: Leica Sprinter



Ejemplo: DNA Leica



3.- Nivelación geométrica.

Tipos de niveles

Datos técnicos	LEICA DNA03	LEICA DNA10
Campo de aplicación	- Medición sencilla de alturas, diferencias de nivel y replanteo de cotas	- Medición sencilla de alturas, diferencias de nivel y replanteo de cotas
	- Nivelaciones de 1°. y 2°. orden	- Nivelaciones para topografía catastral
	- Mediciones de gran precisión	- Mediciones de precisión
Precisión	Desviación típica en 1km de nivelación doble (ISO 17123-2)	
Medición electrónica:		
con mira invar	0.3 mm	0.9 mm
con mira estándar	1.0 mm	1.5 mm
Medición óptica	2.0 mm	2.0 mm
Desviación típica de medición de distancia	(electr.) 1 cm/20 m (500 ppm)	
Alcance		
Medición electrónica	1.8 m - 110 m	
Medición óptica	a partir de 0.6m	
Medición electrónica		
Resolución en medición de altura	0.01 mm, 0.0001 ft, 0.0005 inch	0.1 mm, 0.001 ft
Duración de una medida suelta	típ. 3 segundos	
Modos de medición	Medición suelta, Media, Mediana, Mediciones repetidas	
Aumento del anteojo	24x	
Compensador		
Tipo	De péndulo con amortiguación magnética	
Margen de inclinación	±10'	
Precisión de estabilización (desviación típica)	0.3"	0.8"

Ejemplo: DNA Leica



3.- Nivelación geométrica.

Tipos de niveles

C.- Nivel electrónico o digital.

- ▶ Nivel **automático**.
- ▶ **Materializa un plano** mediante un haz rotatorio láser, ayudado por un sensor.
- ▶ Se emplean miras convencionales, en las que se desliza el sensor. Lectura óptica.
- ▶ Manejado por un operador, que lleva la estadía.
- ▶ Adecuado para nivelaciones zonales.
- ▶ Precisiones: 2 mm/km.



3.- Nivelación geométrica.

Tipos de niveles



3.- Nivelación geométrica.

Tipos de niveles

Modelo	Precisión horizontal	Alcance de diámetro	Aplicación
Láser/Niveles			
LL200 	$\pm 2,2$ mm en 30 m ($\pm 3/32$ pulg. en 100 pies)	≤ 300 m (≤ 1.000 pies)	<ul style="list-style-type: none"> » Encofrados, zapatas y cimientos (trabajos residenciales) » Instalaciones de fosas sépticas o piscinas » Estimación de desmonte y terraplén » Azoteas y terrazas
LL300 	$\pm 2,6$ mm en 30 m ($\pm 3/32$ pulg. en 100 pies)	300 m (1.000 pies)	<ul style="list-style-type: none"> » Control de elevación en obras de construcción de tamaño pequeño y mediano » Excavaciones » Pendientes a un agua » Nivelación de encofrados y zapatas » Extendido de hormigón » Marcas a 1 m (4 pies)
LL400 	$\pm 1,5$ mm en 30 m ($\pm 1/16$ pulg. en 100 pies)	800 m (2.600 pies)	<ul style="list-style-type: none"> » Comprobación/colocación de elevaciones, encofrados de hormigón, zapatas y cimientos para obras comerciales grandes » Trabajos en pendientes a un agua, como cimientos para trabajos de preparación de obras pequeñas a grandes » Excavación para encofrados o zapatas con el receptor CR600 » Nivelación de sub-bases con minicargadoras y receptor CR600 » Aplicaciones de control con maquinaria de largo alcance
LL500 	$\pm 1,5$ mm en 30 m ($\pm 1/16$ pulg. en 100 pies)	500 m (1.600 pies)	<ul style="list-style-type: none"> » Comprobación de elevaciones » Colocación de encofrados, zapatas y cimientos de hormigón (trabajos pequeños a grandes) » Ideal para plataformas grandes » Compatible con los sistemas de control de maquinaria

WWW.TRIMBLE.COM/SPECTRA

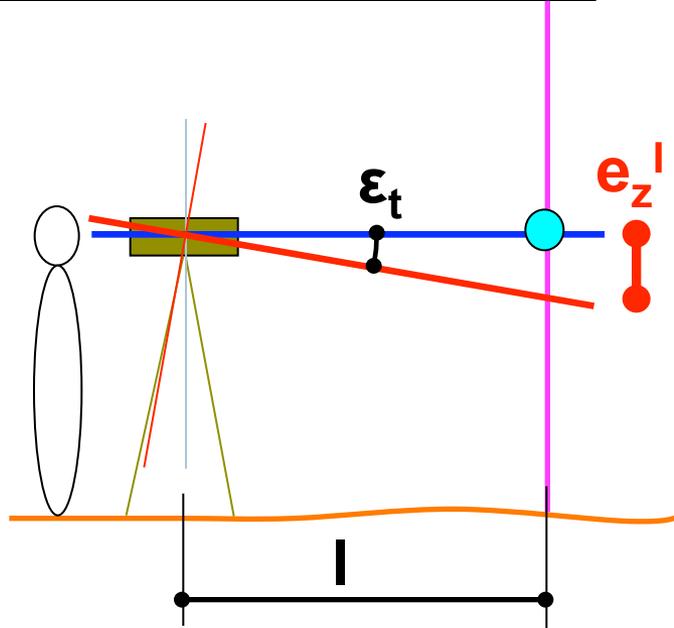


3.- Nivelación geométrica.

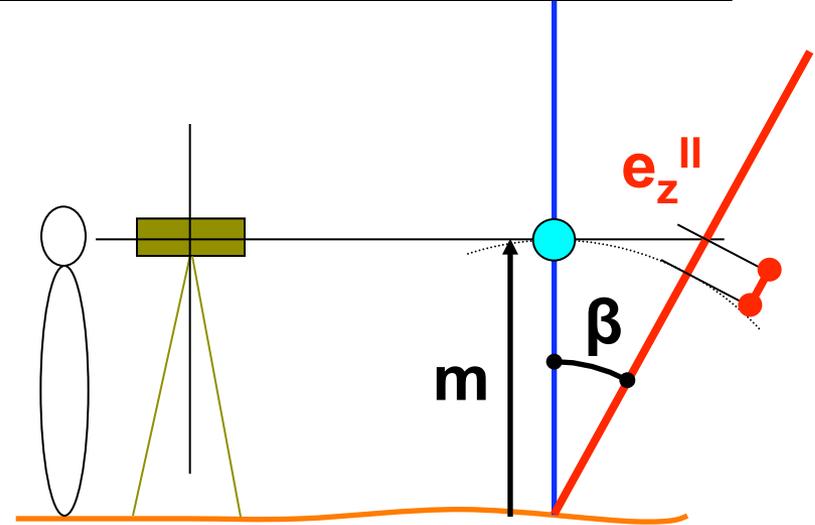
Errores en la nivelación geométrica

1.- Error cometido en 1 tramo de nivelación: se consideran las 2 fuentes de error geométrico existentes: nivel y estadía.

$e_z^I \Rightarrow$ error del nivel



$e_z^{II} \Rightarrow$ error asociado mira



$$e_{z1tramo} = \sqrt{(e_z^I)^2 + (e_z^{II})^2}$$

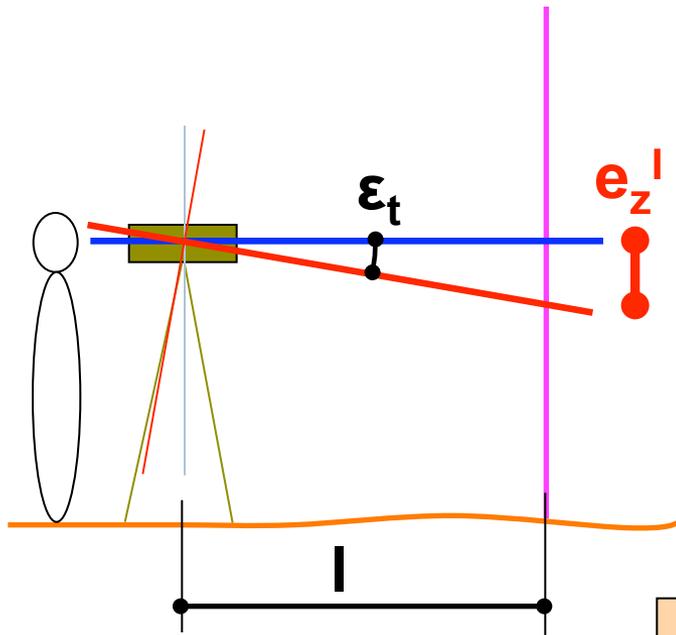


3.- Nivelación geométrica.

Errores en la nivelación geométrica

1.1.- Error cometido en 1 tramo de nivelación, **asociado al nivel: e_z^l**

$$e_z^l [m] = \varepsilon_t [\text{rad}] \cdot l [m]$$



$$\varepsilon_{ht}^{cc} = \begin{cases} \varepsilon_v = \frac{1}{3} \cdot S \\ \varepsilon_p = \frac{150^{cc}}{A} \cdot \left(1 + \frac{4 \cdot A}{100} \right) \end{cases}$$

La expresión final es (supuesto valores angulares en segundos cent.)

Caracterización nivel:

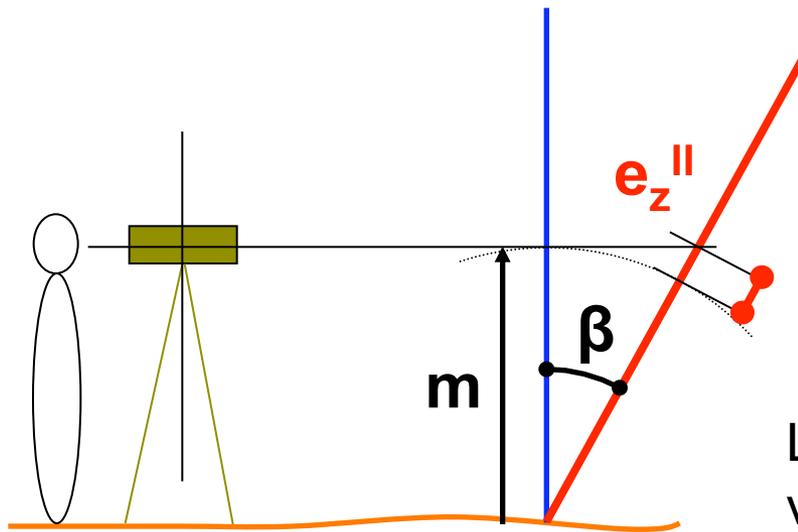
- S (cc ó “): sensibilidad
- A : Aumentos

$$\varepsilon_z^l = \frac{\sqrt{\varepsilon_v^2 + \varepsilon_p^2}}{636620} \cdot l = \frac{\varepsilon_{ht}^{cc}}{636620} \cdot l$$

3.- Nivelación geométrica.

Errores en la nivelación geométrica

1.II.- Error cometido en 1 tramo de nivelación, **asociado a la mira: e_z^{II}**



La expresión que resulta es:

$$e_z^{II}[m] = m[m].\beta[\text{rad}] .\text{tg}\beta$$

La expresión final es (supuesto valores angulares en grad) :

$$\varepsilon_z^{II} = m \cdot \frac{\beta^{cc} \cdot 10000}{636620} \cdot \text{tg}\beta$$

Caracterización de la puntería en la mira:

- m : altura de mira (media, máxima).
- β : falta de verticalidad, usual 1^{gr} ó 2^{gr} .



3.- Nivelación geométrica.

Errores en la nivelación geométrica

Resumen de conceptos.

- ▶ Una nivelación topográfica se caracteriza por los siguientes datos, que permiten calcular el error total vinculado a la misma:
 - ▶ Características del Nivel:
 - ▶ Sensibilidad: S [cc]
 - ▶ Aumentos: A .
 - ▶ Características de la realización de la nivelación:
 - ▶ l : longitud del tramo, es la distancia nivel – mira [m]. Para el método del punto medio, es la mitad de la distancia entre las que se observa cada desnivel.
 - ▶ m : altura mira [m]. Habitualmente se toma bien la media, bien el valor máximo de la altura observada (2 m. usual).
 - ▶ β : [gr]. Falta verticalidad de la mira. Usual 1^{gr}.
 - ▶ n : número de tramos. Tal como se ha planteado, corresponde al doble del número de estacionamientos del nivel, o si se denomina L a la longitud total de la nivelación se puede obtener como $n = l / L$.



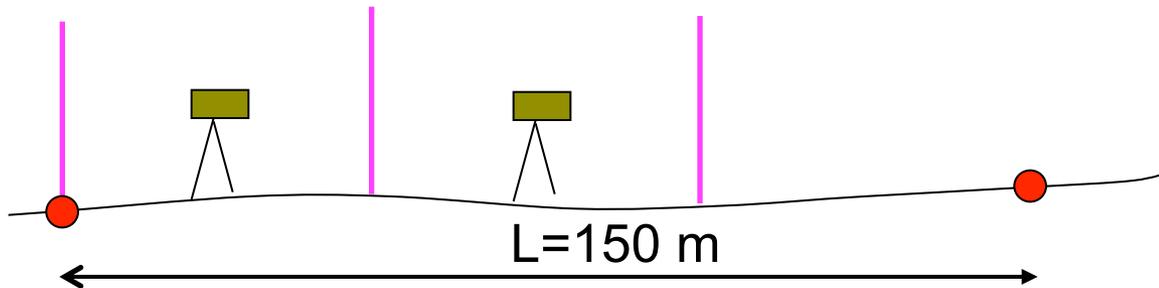
3.- Nivelación geométrica.

Errores en la nivelación geométrica

Resumen de conceptos; **la expresión final** que resulta es:
(Supuesto $S[^\circ]$ y β en gr)

$$\epsilon_{zTotal} = \sqrt{\left(\frac{\sqrt{\epsilon_v^2 + \epsilon_p^2} \cdot l}{636620} \right)^2 + \left(m \cdot \frac{\beta^{cc} \cdot 100 \cdot 100}{636620} \cdot \text{tg}\beta \right)^2} \cdot \sqrt{n}$$

Los errores típicos se centran en el uso incorrecto de unidades y en la determinación incorrecta del valor n.



Ejemplo 1

¿Valor de l?

¿Valor de n?

Ejemplo 2.- Concepto de error kilométrico.

Si se considera un error kilométrico de 1,5 mm/km. ¿Cuál es el error si la longitud total nivelada es de 4 km?

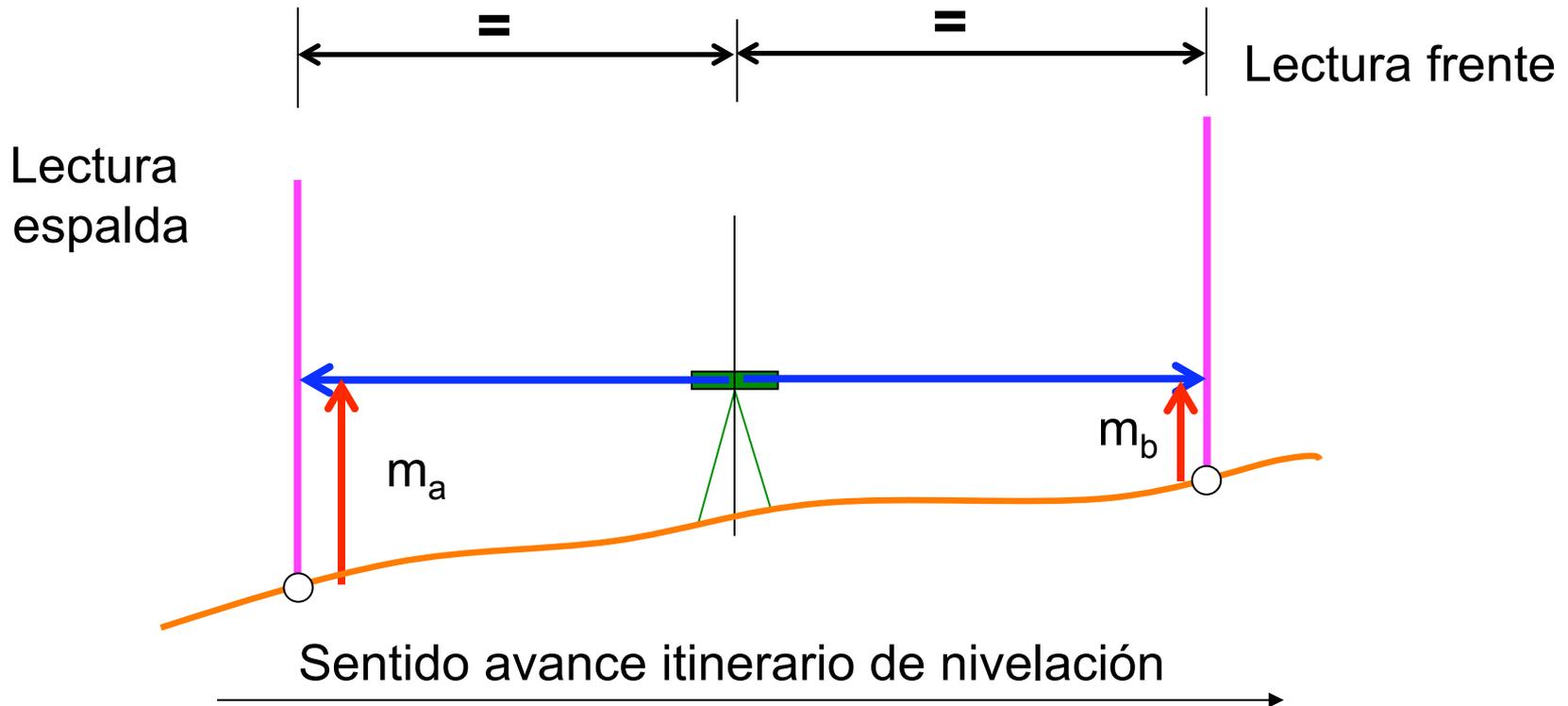


3.- Nivelación geométrica.

Formas de trabajo

El método de trabajo habitual es el **método del punto medio**.

- ▶ Colocar el nivel equidistante entre la espalda y el frente del nivel, alineado, según el sentido de avance.
- ▶ Este método compensa los efectos de esfericidad y refracción, y los posibles defectos del nivel.



3.- Nivelación geométrica.

Formas de trabajo

Uso de **libreta manual**: anotación de valores por el operador.

ESTACIONES DE LA MIRA	LECTURA DE ESPALDA		LECTURA DE FRENTE		DIFERENCIA - (BAJA)		DIFERENCIA + (SUBE)		ALTITUDES DEL ORIGEN				
	m	mm	m	mm	m	mm	m	mm	m		mm		

Uso de **libreta electrónica**: registro de observaciones por el equipo.

PointID	Backsight	Intmdt	Foresight	delta H	Distance	Point Hgt.
Start PtID						
1						0.000
1	1.61076				28.77	
1			1.51306	+0.09770	30.61	0.098
1	1.55976				13.49	
2			1.57026	-0.01050	11.57	0.087
2	1.64827				18.89	
3			1.59179	+0.05648	18.76	0.144



3.- Nivelación geométrica.

Formas de trabajo. Nivelaciones lineales.

Nivelaciones lineales (anillos de nivelación).

- **Encuadrados** si el punto inicial, de cota conocida, y el punto final, de cota conocida, son diferentes.
- **Cerrados**. Se suelen denominar **anillos de nivelación** y son los más frecuentes. El punto inicial y final coinciden y es de cota conocida.

Permiten conocer el error de cierre en el último punto:

$$E_{cierre} = Z_{dato} - Z_{calc}$$

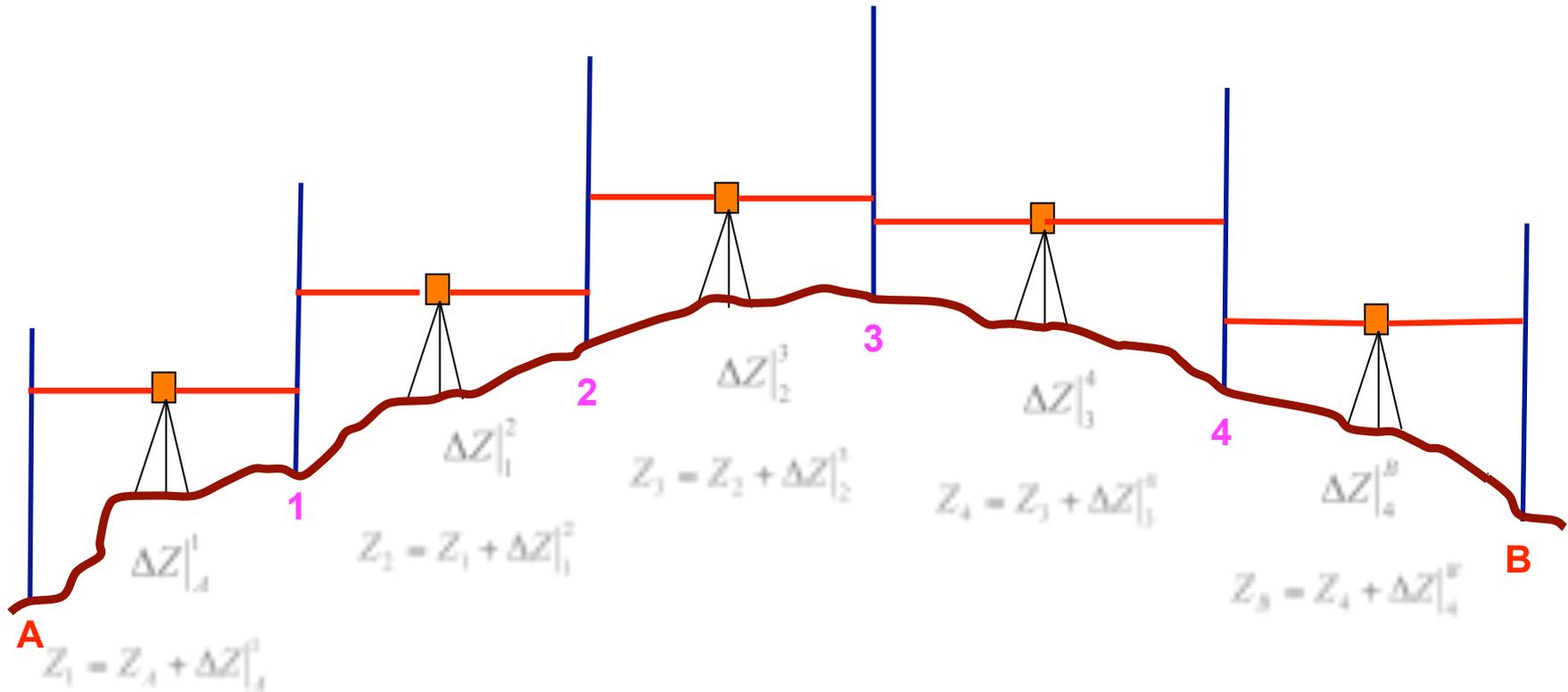
Este error de cierre permite proceder a una **compensación** del mismo, es decir, repartir y corregir el error supuesto un determinado sistematismo en el mismo.

Se nivela por el **método del punto medio**



3.- Nivelación geométrica.

Formas de trabajo. Nivelaciones lineales.



$$Z_2 = Z_4 + \Delta Z|_4^1 + \Delta Z|_1^2 + \Delta Z|_2^3 + \Delta Z|_3^4 + \Delta Z|_4^5$$



3.- Nivelación geométrica.

Formas de trabajo. Nivelaciones zonales.

Nivelaciones zonales

- Los puntos quedan “radiados con el nivel”:
 - Una sola lectura de espalda.
 - Tantas lecturas de frente como puntos se nivelan.

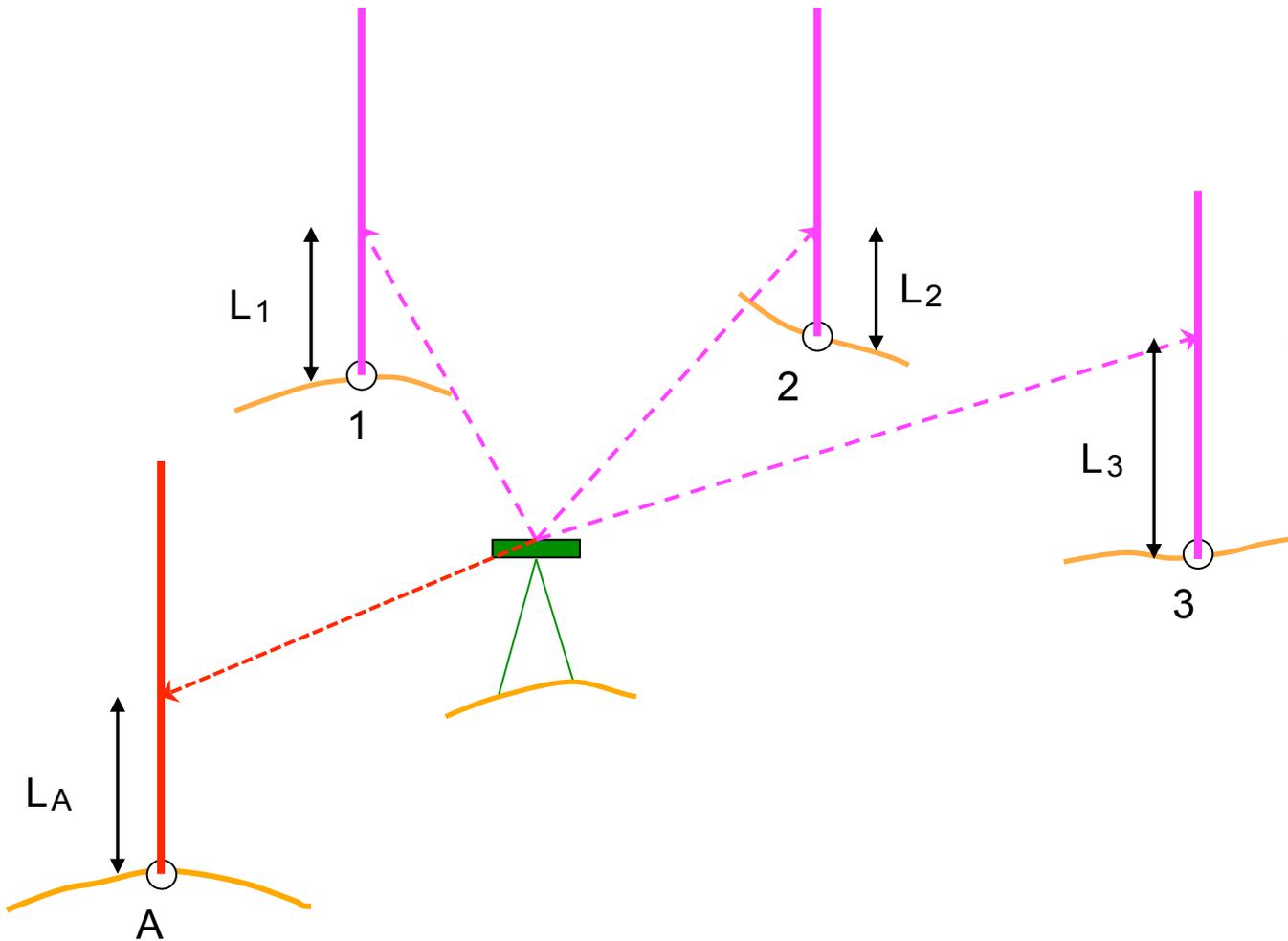
$$\Delta Z_A^i = L_A - L_i \qquad Z_i = Z_A - \Delta Z_A^i$$

- Se tenderá a nivelar por el método del punto medio cuando sea posible:
 - Nivel centrado en la zona a nivelar
 - No es crítico dado que para una nivelada los errores introducidos son despreciables siempre, y cuando, el aparato esté correctamente calibrado.



3.- Nivelación geométrica.

Formas de trabajo. Nivelaciones zonales.



Una sola lectura de espalda

L_A

Tantas lecturas de frente como puntos a nivelar:

$$\Delta Z_A^1 = L_A - L_1$$

$$\Delta Z_A^2 = L_A - L_2$$

$$\Delta Z_A^3 = L_A - L_3$$