

ESCUELA POLITÉCNICA DE INGENIERÍA DE MINAS Y ENERGÍA

UNIVERSIDAD DE CANTABRIA

MASTER UNIVERSITARIO EN INGENIERÍA DE MINAS

## Capítulo 2: Introducción a la ingeniería de la fiabilidad

**Carlos Sierra Fernández**

Ingeniero de minas

Profesor Ayudante Doctor

Departamento de Transportes y Tecnología de Proyectos y Procesos

**Emilio Andrea Calvo**

Ingeniero industrial

Profesor Asociado

Departamento de Ingeniería Eléctrica y Energética

### CONTENIDO

2. Mantenimiento y fiabilidad .....	4
<b>2.1 Elementos reparables y no reparables .....</b>	<b>4</b>
<b>2.2 Datos incompletos (censored data).....</b>	<b>5</b>
<b>2.3 Definición conceptual de Tiempo medio entre fallos (Mean Time Between Failures, MTBF).....</b>	<b>6</b>
<b>2.4 Tiempo medio para el fallo (Mean time to failures, MTTF).....</b>	<b>13</b>
<b>2.5 Tiempo técnico de reparación (Mean Time To Repair, MTTR) .....</b>	<b>14</b>
<b>2.6 Tasa de fallos (failure rate, <math>\lambda</math>).....</b>	<b>15</b>
<b>2.7 Función de densidad de probabilidad de fallo y función de probabilidad de fallo acumulada.....</b>	<b>19</b>
<b>2.8 Fiabilidad (Reliability, R).....</b>	<b>21</b>
<b>2.9 Función de tasa de fallos o función de riesgo (hazard rate function, h) .....</b>	<b>22</b>
<b>2.10 Curva de ciclo de vida (product live cycle curve).....</b>	<b>25</b>
<b>2.11 Fiabilidad efectiva (Effective Reliability, <math>R_{ef}</math>) .....</b>	<b>28</b>
<b>2.12 Definición formal de MTBF .....</b>	<b>35</b>
<b>2.13 Mantenibilidad (maintainability, M).....</b>	<b>36</b>
<b>2.14 Disponibilidad (availability, A) .....</b>	<b>38</b>
<b>2.15 Indisponibilidad.....</b>	<b>40</b>
<b>2.16 Gráficos de control .....</b>	<b>43</b>

## CAPÍTULO 2: INTRODUCCIÓN A LA INGENIERÍA DE LA FIABILIDAD

“Failure is not fatal, but failure to change might be.”

— Edsger W. Dijkstra

**Emilio Andrea Calvo**

**Carlos Sierra Fernández**

## 2. MANTENIMIENTO Y FIABILIDAD

Se definen a continuación brevemente una serie de conceptos de uso muy extendido en mantenimiento. Estos serán claves posteriormente en la estimación probabilística de sucesos y en la elaboración de modelos de previsión, los cuales se asentarán sobre la base de un conocimiento previo del sistema basado en el histórico de fallos (experiencia del usuario o el fabricante), publicaciones, etc.

### 2.1 ELEMENTOS REPARABLES Y NO REPARABLES

**Elementos reparables** son aquellos en los que todos ellos en conjunto o algunas de las partes que los componen son susceptibles de ser sometidas a reparación. Ejemplos de elementos reparables son la maquinaria minera o mineralúrgica, los aviones, los computadores, etc. Hasta cierto punto casi todos los elementos reparables suelen estar compuestos de elementos no reparables.

**Elementos no reparables** son aquellos que bien por su naturaleza o porque es más barato o seguro reemplazarlos o reciclarlos no son sometidos a reparación alguna. El ejemplo más habitual es el de una bombilla: evidentemente, nadie se plantea repararla tras haberse fundido, aunque esto fuese posible. Existen infinitud de ejemplos mecánicos como: las brocas, el varillaje de perforación, los cuadros de mina; y de dispositivos electrónicos: diodos, transistores, condensadores, etc. Suele establecerse además otra categoría similar a la anterior, la de los consumibles, que engloba a aquellos elementos que se van acabando con el uso, como las pastillas de los frenos en vehículos, los neumáticos (aunque se recauchutan), las baterías que tiene un número de ciclos carga-descarga, etc.

La distinción entre reparable y no reparable es muy importante a fines estadísticos, tal y como se verá posteriormente. Así, en los reparables se habla de Tiempo Medio Entre Fallos (inglés: Mean Time Between Failures, MTBF) y en los no reparables de Tiempo Medio Hasta el Fallo (inglés: Mean Time to Fail, MTTF).

Algo similar ocurre con la tasa de fallos, que en el caso de los reparables es una ratio de ocurrencia de fallos (inglés: Rate of Occurrence of Failures, ROCOF), la cual es una

propiedad de una secuencia de fallos; mientras que en el de los no reparables es la función de tasa de fallos (inglés: Hazard Rate Function) de la distribución de la vida, una propiedad del tiempo de fallo.

## 2.2 DATOS INCOMPLETOS (CENSORED DATA)

La gran mayoría de los ensayos a los cuales se van a someter los elementos para efectuar los test de calidad no van a durar indefinidamente, es por ello necesario definir un criterio de parada de los mismos. Suelen seguirse dos tipos:

- a) Parada al alcanzar un tiempo determinado o número de ciclos (incluida distancia). Esta clase de ensayos genera lo que en la jerga estadística se conoce como **datos censurados de tipo I**.
- b) Parada al haber sucedido un determinado número de fallos. Los datos obtenidos de estos ensayos se conocen como **datos censurados de tipo II**.

Las características de ambos tipos se pretenden aclarar por medio del ejemplo 2.1.

Además de lo anterior, también puede hablarse de datos **censurados por la izquierda**, si con certeza se sabe que un elemento ha fallado en un momento dado, pero se ignora el momento exacto del mismo; y de datos **censurados por la derecha (R)**, si los ítems sobreviven a la duración del test sin que todavía se haya constatado el fallo (ejemplo 2.1).

Otras denominaciones son el **censurado único**, si existe un único punto de censura (de nuevo caso de la tabla del ejemplo 2.1) y el **censurado múltiple** si, por ejemplo se hubiesen seleccionado dos elementos cualesquiera de la misma y se les hubiese realizado un test que durase 110 h.

**Ejemplo 2.1 Sea un grupo de máquinas del mismo fabricante sometidas a un duro test de fallo de modo que el primer y segundo fallo se producen a los tiempos que se indica en la tabla.**

Máquina	Tiempo 1 <sup>er</sup> fallo (h)	Tiempo 2 <sup>o</sup> fallo (h)
Máquina 1	55	>100
Máquina 2	50	95
Máquina 3	40	>100
Máquina 4	45	>100

**Obtener una estimación del tiempo que tardan en fallar estas máquinas.**

Solución:

Se puede hacer una primera estimación del tiempo medio que tardan los ítems en fallar y esta sería, para los fallos realmente identificados como fallos sucedidos:

$$(55+50+40+45)/4= 47,5 \text{ h}$$

Sin embargo este valor podría resultar diferente si se tuviese en cuenta los tiempos del segundo fallo que están evidentemente truncados. Teniendo en cuenta este segundo fallo, como se desconoce el tiempo preciso al que éste se produce (el segundo fallo), se podría hacer la aproximación de considerar las 100 h como el momento del fallo, con lo que:

$$\{(55+50+40+45) + (100-55) + (95-50) + (100-40) + (100-45)\}/8=395/8=49,4$$

Dado que son datos truncados, lo único que podemos afirmar, por lo pronto es que la media será  $\geq 49,4$  h.

### 2.3 DEFINICIÓN CONCEPTUAL DE TIEMPO MEDIO ENTRE FALLOS (MEAN TIME BETWEEN FAILURES, MTBF)

El tiempo medio entre fallos (Inglés: Mean Time Between Failures, MTBF) es la media del tiempo de funcionamiento correcto de los equipos. El MIL-STD-721 (1991) lo define como: “A basic measure of reliability for repairable items: The mean number of life units during which all parts of the time perform within their specified limits, during a particular measurement interval under stated conditions.” Esta idea se representa por medio de la figura 1.3.

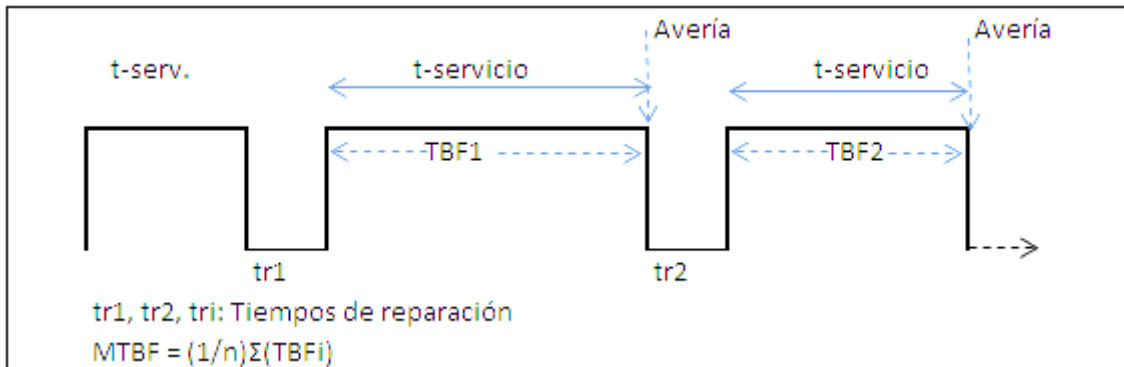


Figura 1.3 Representación esquemática del MTBF.

Estimado para el supuesto de variables discretas, no continuas, es la media ponderada de todos los tiempos de reparación, y viene dada por la fórmula:

$$MTBF = \frac{1}{n} \sum_{1}^{n} TBF_i$$

Siendo: n: número de tiempos de buen funcionamiento y  $TBF_i$ : el tiempo de buen funcionamiento (i).

Es muy importante a la hora de aplicar las expresiones tener muy en cuenta si se trata los periodos de buen funcionamiento y avería a los que hacen referencia (figura 1.4).

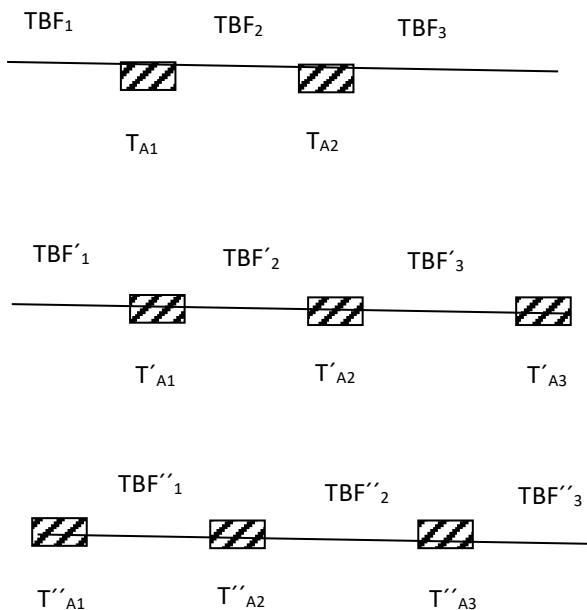


Figura 1.4. Representación de un ensayo de la misma duración con dos y tres tiempos de avería.

- TBF: Tiempo de buen funcionamiento (Inglés: Time Between Failures)
- $t_A$ : Tiempo de avería o reparación.
- $n$ : número de tiempos de buen funcionamiento.

Se hace la media de los tiempos de buen funcionamiento TBF.

- MTBF: Tiempo medio entre fallos.

$$MTBF = \frac{\sum TBF_i}{n}$$

Para tres casos:

$$MTBF = \frac{\sum TBF_1 + TBF_2 + TBF_3}{3}$$

O dicho de otro modo:

$$MTBF = \frac{t_e - (t_{A1} + t_{A2} + t_{A3})}{n}$$

Donde  $t_e$  es el tiempo que dura el ensayo y  $t_A$ ,  $t_B$  y  $t_C$  los tiempos de avería y  $n$  el número de tiempos de buen funcionamiento.

Al realizar los cálculos anteriores es frecuente realizarlos suponiendo una tasa de fallos constante. Según lo indicado anteriormente, si el número de fallos observados fuese el mismo, daría igual estudiar un elemento por 10.000 h, que 10.000 elementos por una h, o 10 elementos por 1000 h, lo cual no puede ser cierto. Esto es así porque en general, los elementos, a medida que envejecen presentan más fallos (aumenta la tasa de fallos por fatigas, desgastes, ciclos de tensión mecánica, sobretensiones, etc.).

Por otra parte, cuanto mayor sea la población de elementos estudiados más cierta será nuestra media, por lo que debe realizarse un estudio para determinar el tamaño óptimo de la población. Es decir, para que este valor sea representativo debe ser la media de un periodo muy largo de tiempo, pero también de la mayor cantidad posible de unidades.



Este criterio tiene una limitación por el concepto de costes del ensayo y también, no menos importante, por el tipo de ensayo, algunos son a destrucción del elemento ensayado por lo que es evidente que no se pueden destruir un número elevado de unidades.

**Ejemplo 2.2 Una pala cargadora registra dos paradas de 3 y 4 h cada una durante un mes de trabajo. Calcular el MTBF de la máquina para el periodo considerado.**

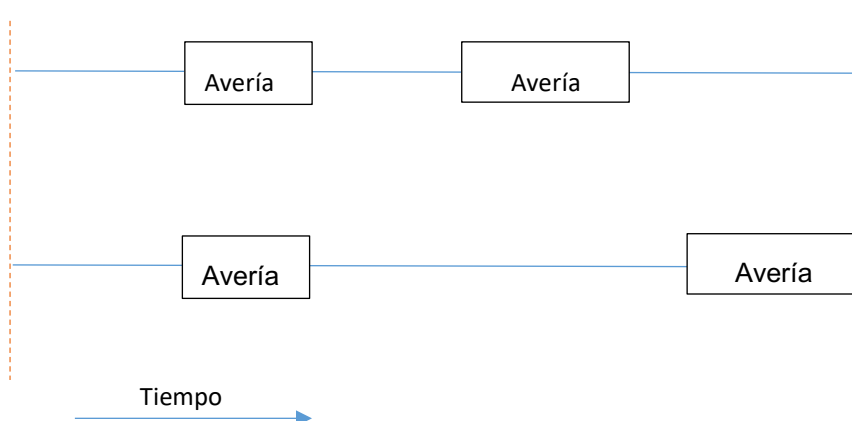
Solución:

$$\begin{aligned} \text{MTBF} &= \frac{(t_e - t_{\text{avería}})}{n} = \\ &= \frac{[(30 \cdot 24 - (3 + 4)) \cdot h]}{2} = 356,5 \text{ h / fallo} \end{aligned}$$

Se ha considerado en el cálculo el trabajo a tres turnos con cambio de operario. La máquina va a trabajar durante 24 h al día incluido festivos. Una suposición más aceptable para trabajo a un solo turno sería la de unas 150 h de trabajo al mes, en este supuesto el MTBF, para el mismo nivel de fallos es de:

$$\text{MTBF} = 71,5 \text{ h/fallo}$$

Nótese que en la fórmula hemos tenido en cuenta el número de paradas, cuando lo que verdaderamente influye a la hora de calcular la media es el número de periodos de buen funcionamiento, en el gráfico pueden verse dos ensayos de igual duración y con el mismo tiempo de averías, pero con 3 y dos tiempos de buen funcionamiento.



Uno de los principales problemas a los que enfrentarse a la hora de tratar datos que tengan suspensiones, es si tenerlas o no en cuenta. Así, algunos autores indican que solo deberían tenerse en cuenta los datos que han experimentado fallo y referirse al resultado indicando el MTBF para el número de unidades ensayadas. En principio se puede, tras asegurarse que los datos corresponden a una misma distribución de fallo, ajustar algún tipo de función probabilística a los mismos y tratar así de calcular la media o MTBF.

Este criterio, de tipo conceptual, es relevante cuando se comparan datos entre diferentes empresas pero lo es menos cuando se comparan datos de evolución histórica dentro de la misma compañía, siempre que evidentemente se mantenga el criterio a lo largo del tiempo. Un error a evitar es modificar el criterio en una secuencia histórica de evolución de un determinado dato de control, cuando se quiere ver si un método mejora o no con las reformas introducidas o con las reparaciones realizadas.

En línea con lo anterior suelen definirse dos tipos de MTBF, el acumulado y el instantáneo. En el primer caso se consideran los datos de fallos desde el comienzo del test hasta un tiempo  $t$ , normalmente el final del mismo. En el segundo, se fija un intervalo de tiempo cualquiera del ensayo y en él se hacen las mediciones.

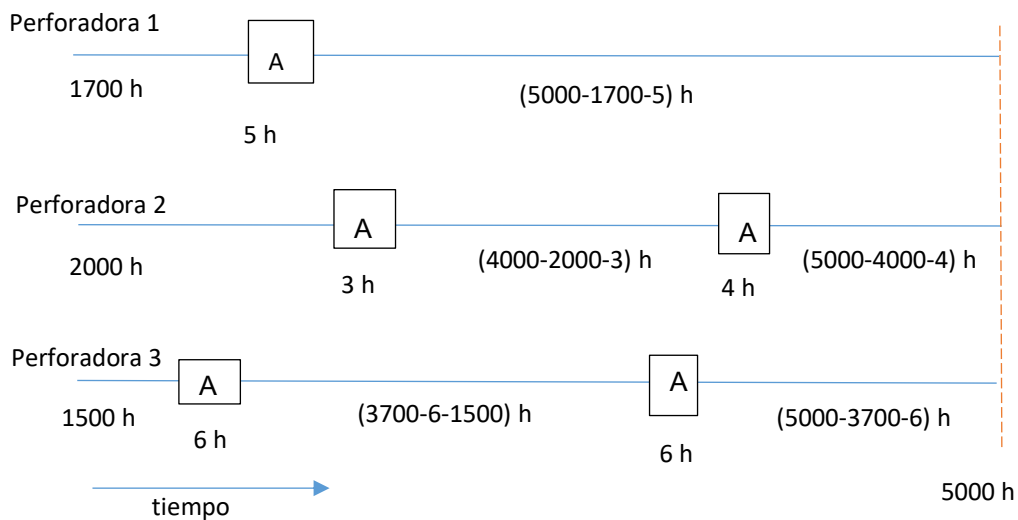
Cuando el parámetro de forma de la distribución de Weibull es igual a 1, la tasa de fallos es constante (Weibull aproxima a la exponencial) y el valor del MTBF acumulado e instantáneo coinciden. Así, una opción cuando se tiene datos censurados es suponer una distribución exponencial y que la tasa de fallos es constante. Más acertado sería tratar de ajustar los datos a algún tipo de distribución basándose en estudios pasados aunque esto suponga la asunción de algún parámetro de la misma.

**Ejemplo 2.3** Se ensayan 3 perforadoras por un tiempo de 5000 h. Durante estos ensayos ocurren como máximo 2 fallos en algunas de las unidades como puede verse en la tabla siguiente:

Perforadora	Tiempo hasta el 1 <sup>er</sup> fallo (horas)	Tiempo de reparación 1 <sup>er</sup> fallo (horas)	Tiempo hasta el 2 <sup>o</sup> fallo (horas)	Tiempo de reparación 2 <sup>o</sup> fallo (horas)
1	1700	5	No fallo	-
2	2000	3	4000	4
3	1500	6	3700	6

**Determinar el MTBF.**

Solución:



La magnitud pedida es la media de los tiempos de buen funcionamiento (TBF), luego:

$$MTBF = \frac{\sum TBF}{N \text{ Períodos}}$$

$$MTBF =$$

$$= \frac{1700 + (5000 - 1700 - 5) + 2000 + (4000 - 2000 - 3) + (5000 - 4000 - 4) + 1500 + (3700 - 6 - 1500) + (5000 - 3700 - 6)}{8}$$

$$MTBF = 1872 \text{ horas}$$

Los cálculos anteriores corresponden a ensayos realizados hasta alcanzar un tiempo prefijado (datos truncados de clase I). En el caso de que los ensayos se realicen hasta que se produzca un determinado número de fallos (datos truncados de clase II), el estimador del MTBF requiere de un análisis estadístico bastante más complejo.

Obsérvese además que el tiempo medio entre fallos siempre debe estar comprendido entre el mínimo valor (si no se descarta alguno por fuera de rango anormal, situación especial ocurrida durante el ensayo) y el valor mayor. Para el ejercicio estos límites están entre: Valor menor: 1500 h y valor mayor:  $5000 - 1700 = 3300$  h (la máquina nº1 tiene un fallo y luego funciona correctamente hasta las 5000 h).

### 2.4 TIEMPO MEDIO PARA EL FALLO (MEAN TIME TO FAILURES, MTTF)

El tiempo medio para el fallo (Inglés: Mean Time to Failure, MTTF) es el parámetro fundamental por medio del cual se mide la fiabilidad de los elementos no reparables. Corresponde al tiempo medio esperado hasta que tiene lugar el primer (y como no es reparable también el último) fallo. El MIL-STD-721 (1991) lo define como: “A basic measure of reliability for non-repairable items: The total number of life units of an item divided by the total number of failures within that population, during a particular measurement interval under stated conditions.”

Esta variable, corresponde al fallo de un equipo que cuando falla debe ser sustituido. Como ya se ha dicho el ejemplo más claro puede ser el de una lámpara que no admite reparación: cuando falla se pone otra en su lugar. No debe ser confundido, por el parecido, con el MTBF que es el tiempo medio entre fallos, pero que se aplica a los equipos que admiten reparación y que al cabo de un tiempo, y varias reparaciones, llegan al fin de su vida útil y entonces son sustituidos.

Aunque en principio se usa para ítems no reparables, es común que un equipo que admite reparación el MTTF pueda incluir varias reparaciones, varios ciclos de MTBF más los tiempo de reparación, luego siempre será  $MTTF \geq MTBF$ . Para los equipos que admiten varios ciclos de reparación se tiene:

$$MTTF = k \cdot (MTBF + MTTR); \quad k: \text{ciclos de reparación}$$

Donde MTTR es el Mean Time to Repair

**Ejemplo 2.4 Se dispone de tres brocas de perforación. La primera falla a las 40 h, la segunda a las 60 h y la tercera a las 50 h. Determinar el MTTF.**

Solución:

Dada la naturaleza del ítem (cuando se estropea ya no se repara), debe emplearse el MTTF. Este tiempo es la media de los tres tiempos registrados hasta el fallo.

$$MTTF = 50 \text{ h}$$

### 2.5 TIEMPO TÉCNICO DE REPARACIÓN (MEAN TIME TO REPAIR, MTTR)

El Tiempo de Reparación (Inglés: Time To Repair, TTR) tiempo para poner en funcionamiento de nuevo el equipo que se ha parado después de que el fallo fue descubierto<sup>1</sup>. Dicho de otro modo, es el tiempo de trabajo on site (en el lugar) del equipo de mantenimiento; es decir desde que el equipo de reparación llega al lugar de la avería hasta que vuelve a poner en funcionamiento la unidad averiada. Un parámetro derivado del anterior es el tiempo medio de reparación (Inglés: Mean Time To Repair, MTTR), que toma consideración cuando el tiempo de reparación es consecuencia de un estudio de tiempos de múltiples fallos y se hace el valor medio. Normalmente sigue algún tipo de distribución probabilística por el número de ensayos y la similitud de los equipos, pero en un servicio de mantenimiento de cierto tamaño puede ser simplemente la media de tiempos empleados. En servicios oficiales está, normalmente, tabulado (talleres de coches, tabulado y valorado) y en grandes empresas está estudiado y comprometido o acordado entre departamentos.

Se calcula como:

$$MTTR = (\text{Tiempo total de inactividad del equipo}) / (\text{número de fallos})$$

El tiempo de avería o fallo, TA, (también, como en los casos anteriores, TTA o Tiempo Total de Avería) debe ser lo más próximo al tiempo técnico de reparación TTR.

$$TA = A + TTR + C$$

Con la denominación A y C indicamos los tiempos de “A” aviso o tiempo desde que ocurre la falla y el equipo se empieza a reparar; y “C” comprobaciones u otros y se incluye

---

<sup>1</sup> Esta definición puede variar según los autores dado que la avería lleva pareja estas fases: identificación del problema, retirada de servicio, planificación de la reparación, ejecución de la reparación y comprobación. Por simplicidad no ahondaremos en estos conceptos. Si el lector desea hacerlo, puede recurrir al MIL-STD-721 (1991).

aquí los tiempos no exclusivos de mantenimiento pero que mantienen el equipo inutilizado, sin realizar actividad de producción.

Siempre  $TA > TTR$  por los tiempos muertos de espera, avisos, comprobaciones, informes y a veces pruebas de verificación por control de calidad. Por ejemplo, las actuaciones en quirófanos deben ser testadas por control de calidad y medicina preventiva; los laboratorios o naves de fabricación de medicinas, electrónica, etc., deben ser meticulosamente limpiados o esterilizados; y estos trabajos, normalmente, no son de mantenimiento, en el sentido que corresponden, en empresas de cierto tamaño, a otros departamentos, limpieza, calidad, verificación, etc. Así, en trabajos especiales, los tiempos muertos pueden ser muy superiores a las actuaciones de mantenimiento por exigencias del proceso productivo.

**Ejemplo 2.5** El tiempo total de producción de un minador (funcionamiento más periodos de inactividad) es en un trabajo de 300 h, de las cuales está en funcionamiento 255 y el resto en revisión o reparación. Determinar, si los periodos de inactividad se deben a 5 fallos, las variables que se indican:

- a) MTBF                      b) MTTR

Solución:

a)  $MTBF = (\text{Tiempo total de funcionamiento}) / (\text{número de periodos de funcionamiento}) = 255/5=51 \text{ h}$

b)  $MTTR = (\text{Tiempo total de inactividad}) / (\text{número de fallos})=45/5=9 \text{ h}$

### 2.6 TASA DE FALLOS (FAILURE RATE, $\lambda$ )

La tasa de fallos (Inglés: Failure Rate,  $\lambda$ ) es el parámetro más básico con el cual se mide la fiabilidad de un sistema. El MIL-STD-721 la define como: “The total number of failures within an item population, divided by the total number of life units expended by that population, during a particular measurement interval under stated conditions.”

Se puede expresar en función del número total de unidades ensayadas, del tiempo de ensayo, de la distancia recorrida, o de la variable que interese al proceso. Así se tienen:

Tasa de fallos por horas de uso:

$$\lambda_h = \frac{n^{\circ} \text{ de fallos}}{n^{\circ} \text{ de horas en funcionamiento}}$$

En el caso de los sistemas de transporte es habitual que los fallos vengan referidos a la unidad de distancia, por ejemplo, el Km:

$$\lambda_d = \frac{n^{\circ} \text{ de fallos}}{\text{distancia total recorrida}}$$

En ocasiones la tasa de fallos también se expresa por unidades ensayadas, entonces se tiene:

$$\lambda_{\%} = \frac{n^{\circ} \text{ de fallos}}{n^{\circ} \text{ de unidades ensayadas}}$$

**Ejemplo 2.6 Una compañía de autobuses está monitorizando los 66 viajes mensuales (33 en un sentido y 33 en el otro) que da una de sus unidades entre las ciudades de Oviedo y León. Durante un mes comercial de pruebas se han detectado 5 fallos eléctricos, 3 mecánicos y uno del sistema de aire acondicionado. Determinar:**

- a) Tasa total de fallos.
- b) Tasa total de fallos mecánicos.

----- Los apartados que siguen podrá resolverlos al final del capítulo-----

- c) Tiempo medio entre fallos (MTBF).
- d) Distancia media entre fallos (MDBF).
- e) Realice algún comentario respecto a las tasas de fallos obtenidas.

**Dato: Suponer que la distancia entre ambas ciudades es de 123 Km y que el autobús tarda hora y media en cubrirla.**

Solución.

- a) La tasa de fallos puede ser expresada en función de la distancia recorrida por el vehículo o del tiempo de uso.

Así, en función de la distancia, se tiene que la tasa total de fallos es:



$$\lambda_d = \frac{\text{nº de fallos}}{\text{distancia total}} = \frac{5 + 3 + 1}{66 \cdot 123} = \frac{9}{8118} = 1,1 \cdot 10^{-3} \text{ fallos/km}$$

$$\lambda_t = \frac{\text{nº de fallos}}{\text{tiempo uso}} = \frac{5 + 3 + 1}{66 \cdot 1,5} = \frac{9}{99} = 0,091 \text{ fallos/h}$$

b) Análogamente:

$$\lambda_d = \frac{\text{nº de fallos mecánicos}}{\text{distancia total}} = \frac{3}{66 \cdot 123} = \frac{3}{8118} = 3,69 \cdot 10^{-4} \text{ fallos/km}$$

$$\lambda_t = \frac{\text{nº de fallos mecánicos}}{\text{tiempo uso}} = \frac{3}{66 \cdot 1,5} = \frac{3}{99} = 0,03 \text{ fallos/h}$$

Para resolver estos apartados faltan datos, por lo que la única asunción posible sería la de considerar una tasa de fallos constante y por lo tanto, tal y como se verá más adelante.

c)  $MTBF = \frac{1}{\lambda_t} = 11 \text{ h}$

d)  $MDBF = \frac{1}{\lambda_d} = 902 \text{ km}$

e) Se trata de tasas de fallos altísimas para un vehículo. Esto obliga a hacer un estudio detallado de las causas a las que pueden ser debidas: fallo del mantenimiento, uso inadecuado, sobrecarga de las unidades, malas carreteras, etc.

**Ejemplo 2.7 Una fábrica de detectores de estrío de mineral estudia uno de ellos y observa que su tasa de fallos es del 0,0015% cada 250 h. Determinar:**

**a) El número de fallos a la hora que se detectarían en una población de 5000 componentes.**

**b) El MTBF del conjunto de los 5000 componentes.**

Solución:

a) Aplicando la definición:

$$\lambda(t) = \frac{\text{nº de fallos}}{\text{tiempo}}$$

$$0,0015\% = \frac{n^{\circ} \text{ de fallos}}{250} \cdot 100 \text{ (expresión en \%)}$$

$$\text{Número fallos} = 0,0015 \cdot 2,5 = 0,00375$$

$$\lambda(t) = \frac{0,00375 \text{ fallos}}{250 \text{ h}} = 1,5 \cdot 10^{-5} \text{ fallos/h}$$

$$\text{Número de fallos/h en la población de 5000 Ud : } 0,075 = \lambda(t, 5000)$$

Al igual que en el caso anterior si se supone la tasa de fallos constante:

$$\text{MTBF} = \frac{1}{\lambda(t, 5000)} = 13,33 \text{ h}$$

**Ejercicio 2.8 Se han producido 50 fallos electrónicos, 30 fallos eléctricos, 20 mecánicos, 28 en puertas y 12 en equipos auxiliares, en 70 viajes de una línea de transporte de alambrón por ferrocarril cuyo recorrido es de 800 km. Calcular la tasa de fallos totales, mecánicos y eléctrico-electrónicos así como sus tiempos medios entre fallos.**

$$\lambda = \frac{n^{\circ} \text{ de fallos}}{\text{km totales}} = \frac{50 + 30 + 20 + 28 + 12}{70 \cdot 800} = \frac{140}{56000} = 2,5 \cdot 10^{-3} \text{ fallos/km}$$

$$\text{MTBF} = \frac{1}{\lambda} = 400 \text{ km}$$

De forma similar se puede calcular por especialidades para definir equipos de trabajo y especialidades necesarias.

Para fallos exclusivamente mecánicos la tasa es de:

$$\lambda(t)_{\text{mecánicos}} = (20+28+12) / (70 \cdot 800) = 1,07 \cdot 10^{-3}$$

$$\text{MTBF}_{\text{mecánicos}} = 934 \text{ km}$$

Para fallos exclusivamente eléctrico-electrónicos se tiene:

$$\lambda(t)_{\text{eléctrico}} = (50+30) / (70 \cdot 800) = 1,43 \cdot 10^{-3}$$

$$\text{MTBF}_{\text{eléctrico}} = 700 \text{ km}$$

### 2.7 FUNCIÓN DE DENSIDAD DE PROBABILIDAD DE FALLO Y FUNCIÓN DE PROBABILIDAD DE FALLO ACUMULADA

La **función de densidad de probabilidad de fallo (Inglés: Probability Density Function,  $f(t)$  ó PDF)** es una función que representa la probabilidad de fallo por unidad de tiempo. Más rigurosamente es la probabilidad de que un elemento cualquiera experimente un fallo entre los instantes  $t$  y  $t + Dt$ . Por otra parte, la probabilidad de que tenga lugar un fallo en un elemento entre  $t$  y  $t + Dt$  o sea  $f(t) dt$  es igual a la probabilidad de que funcione hasta  $t$  (veremos después que se trata de la fiabilidad) por la probabilidad de que falle entre  $t$  y  $t + Dt$ . Lo que se expresa matemáticamente como:

$$f(t) dt = R(t) \cdot \lambda(t) dt$$

La **función de probabilidad acumulada de fallos (Inglés: Cumulative Distribution Function), CDF o  $F(t)$**  si se supone que  $T$  (la vida del bien), queda expresada por:

$$F(t) = P(T \leq t)$$

De la definición, las distribuciones para el estudio de la vida media, y en general para las funciones de distribución usadas en los trabajos (estudios) de mantenimiento, se considera el origen de tiempo<sup>2</sup> en  $t=0$ . Esta función  $F(t)$  ofrece un valor numérico que se puede interpretar como la probabilidad de que la vida del bien “ $T$ ” sea menor que un valor dado “ $t$ ”. La función de probabilidad de fallo acumulada  $F(t)$  es el área bajo la curva (matemáticamente es la integral en un intervalo) de la función de densidad. Por lo tanto:

$$f(t) \cdot dt = dF(t)$$

---

<sup>2</sup> Esto no es así cuando se hacen estudios de calidad en la producción de las máquinas, ya que al tomar referencias a valores medios en algunos modelos aparecen negativos, por lo que las funciones de calidad suelen referenciarse de  $-\infty$  a  $+\infty$ .

Hay que indicar que esta función es matemáticamente creciente,  $f(t)$  al aumentar “t” es cero o positiva pero nunca es negativa, luego la probabilidad de fallo aumenta con el tiempo de funcionamiento<sup>3</sup>.

La **función de fiabilidad  $R(t)$** , también llamada *función de supervivencia*, es la complementaria a la unidad de la función de distribución acumulada  $F(t)$ , se define:

$$R(t) = P(T > t) = 1 - F(t)$$

Dicho de otro modo,  **$R(t)$**  es la probabilidad de que un componente nuevo (o asimilado a nuevo después de una reparación importante) sobreviva más del tiempo t.

Los conceptos anteriores quedan ilustrados por medio de la figura 1.4. En ella, la ordenada  $f(t)$  representa la proporción de elementos que llegado el tiempo (t) han fallado sobre la población total. La zona rayada horizontalmente representa  $F(t)$  para el tiempo ( $t_1$ ) o lo que es lo mismo, la probabilidad de que un elemento falle antes de este tiempo. El área rayada inclinada (con pendiente positiva) representa la proporción de elementos que fallan entre los dos tiempos  $t_1$  y  $t_2$  o lo que es lo mismo la probabilidad de que un elemento sobreviva al tiempo  $t_1$  pero no al  $t_2$ .

---

<sup>3</sup> Esto es el razonamiento matemático deducido de la función o mejor expresado, una de las condiciones que debe cumplir para ser función de distribución bajo un concepto estadístico. Otra condición es que la integral para el intervalo de validez total  $(0, \infty)$  tome el valor 1 (la unidad). En realidad el razonamiento técnico es el contrario, la probabilidad de fallo se mantiene o aumenta con el tiempo de uso, esto es una realidad industrial, luego la función matemática que modela este problema debe ser así, aumentar con el tiempo, y para que tenga valor matemático como función de probabilidad debe cumplir la segunda condición, que la integral dentro del intervalo de validez de la función sea la unidad.

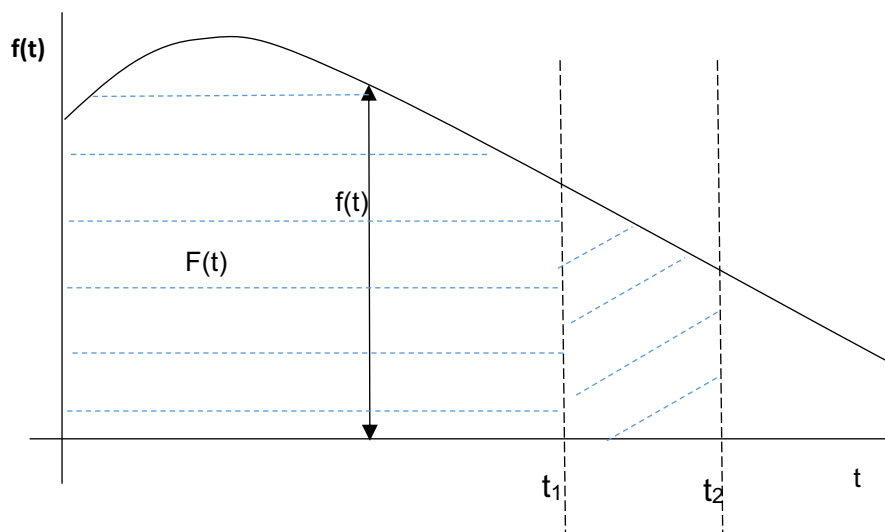


Figura 1.4 Representación de  $f(t)$  y  $F(t)$ .

**Ejemplo 2.9 Estimar la probabilidad de fallo dentro de las primeras 1000 h de uso de un componente que tiene una tasa de fallos constante  $\lambda=0,003$ .**

Solución:

$$P(t \leq 1000) = F(1000) = 1 - e^{-0.003 \cdot 1000} = 0,95$$

## 2.8 FIABILIDAD (RELIABILITY, R)

**Fiabilidad (Inglés: Reliability, R)** es la probabilidad de que un dispositivo realice adecuadamente su función prevista a lo largo del tiempo, cuando opera en el entorno para el que ha sido diseñado. El MIL-STD-721 (1991) la define como: “The probability that an item can perform its intended function for a specified interval under stated conditions.” Se observa que en la definición formal hay cuatro atributos específicos. Estos son:

(1) *Probabilidad*: Un concepto matemático definido mediante un número o un intervalo y calculado con la precisión de los teoremas de la matemática. Es la mayor o menor certidumbre de que ocurra un determinado suceso.

(2) *Un funcionamiento adecuado*: Definido mediante parámetros o normas que fijan unos márgenes dentro de los cuales se establece lo técnicamente aceptable. Normalmente también se trata de conceptos definidos mediante números o intervalos. Cuando se utilizan conceptos estos se deben pasar mediante expresiones a funciones o números o rangos que permiten tomar decisiones técnicas.

(3) *Calificación con respecto al entorno*: Hace referencia a la capacidad del dispositivo de actuar conforme está previsto, respetando el entorno y en condiciones seguras. Esto normalmente está contemplado en normativa o recomendaciones cuyo aspecto básico debe ser de interpretación técnica, cuantificable o modelable en algún sentido ya que de lo contrario se producen situaciones cuyo discurso está fuera del ámbito técnico (ámbito de la ingeniería o de lo matemático aplicado a la ingeniería) en lo relativo a la ingeniería.

(4) *Tiempo*: Variable fundamental, los hechos suceden o no a lo largo del tiempo y estimar o calcular cuando estos pueden suceder es uno de los objetivos fundamentales del mantenimiento.

### 2.9 FUNCIÓN DE TASA DE FALLOS O FUNCIÓN DE RIESGO (HAZARD RATE FUNCTION, H)

La interpretación física directa de la **función de tasa de fallos o función de riesgo** (**Inglés: Hazard Rate,  $h(t)$  o  $\lambda(t)$** ) no es posible. Sin embargo, para valores suficientemente pequeños de  $t$  se puede definir como la probabilidad de fallo del componente en un tiempo infinitamente pequeño ( $dt$ ) cuando en el instante ( $t$ ) estaba operativo. O dicho de otro modo, es **la propensión de un elemento a fallar en el instante siguiente dado que hasta éste no ha fallado**. En algunos textos también recibe el nombre de **tasa de fallos (condicionada) instantánea**.

La **función de riesgo** es una variable fundamental en el análisis de la fiabilidad de los equipos industriales. Es bastante común que el comportamiento de fallos de dispositivos sea estudiado y descrito en términos de las funciones de riesgo asignadas al modelo que

mejor se ajuste al funcionamiento del equipo. Así si, la probabilidad de que un componente nuevo falle entre  $t$  y  $t+s$  ( $s=\Delta t$  es un incremento de tiempo respecto a  $t$ ), es igual a:

$$P(t < T \leq t + s | T > t) = \frac{P(t < T \leq t + s)}{P(T > t)} = \frac{F(t + s) - F(t)}{R(t)}$$

La fracción representa la probabilidad de fallo dentro de un tiempo ( $s=\Delta t$ ) con respecto a la probabilidad total de vida acumulada hasta el instante ( $t+\Delta t$ ). En efecto:

$$P(T>t) = P(T>t+\Delta t) \text{ cuando } \Delta T \rightarrow 0 \text{ y se transforma en } P(T>t) = 1 - P(T \leq t) = R(t)$$

Dividiendo por  $s=\Delta t$  y haciendo que  $s$  tienda a cero:

$$\lambda(t) = \lim_{s \rightarrow 0} \frac{1}{s} \cdot \frac{F(t+s) - F(t)}{R(t)} = \frac{f(t)}{R(t)}$$

La tasa de fallos  $\lambda$  y la función de riesgo  $h(t)$  son con frecuencia intercambiadas en el lenguaje común y la práctica. Sin embargo, existe entre ellas una diferencia crucial: la instantaneidad. Dicho de otro modo,  $\lambda$  puede asemejarse a la velocidad media en el recorrido de un coche (que a lo largo del viaje unas veces habrá sido mayor y otras menor); mientras que  $h(t)$  sería análoga a la velocidad instantánea (velocidad marcada por el velocímetro en un momento dado).

### Caso particular de la función exponencial

Formalmente es el cociente entre la función de densidad (distribución de probabilidad) y la fiabilidad y viene dada por la expresión:

$$h(t) = f(t) / R(t)$$

Como ejemplo para la función exponencial<sup>4</sup>, la más simple con un solo parámetro, se tiene:

$$f(t) = \lambda \cdot e^{-\lambda t}; F(t) = 1 - e^{-\lambda t} \quad R(t) = e^{-\lambda t}$$

$$\rightarrow h(t) = \lambda \cdot e^{-\lambda t} / e^{-\lambda t} = \lambda; \text{ Donde } \lambda \text{ es la tasa de fallos.}$$

Es esta coincidencia en el valor de  $h(t) = \lambda$ , el que sustenta el anterior comentario dado que la función exponencial es, normalmente, la más generalizada en estudios de

<sup>4</sup> Las funciones más comunes se desarrollan en los capítulos siguientes.

mantenimiento, aunque hay que indicar que no es la única utilizada ya que otras funciones, como pueden ser la Normal, Weibull, etc., algo más complejas, se adaptan mejor a determinados problemas de control de fallos.

**Ejemplo 2.10 Una compañía produce y vende quebrantadoras de mandíbulas. El estudio del departamento de calidad y mantenimiento indica que la función acumulada de fallos sigue una expresión del tipo:**

$$F(t) = 1 - e^{-t/7000}$$

Se desea determinar:

- a) **Expresión de la función de fiabilidad.**
- b) **Función de riesgo.**
- c) **Tasa de fallos.**

Solución:

a)  $R(t) = 1 - [1 - e^{-t/7000}]$

b) La tasa de fallo se obtiene de la expresión:

$$h(t) = f(t) / R(t)$$

$$f(t) = \lambda \cdot e^{-\lambda t}; F(t) = 1 - e^{-\lambda t} \quad R(t) = e^{-\lambda t} = e^{-0,00014 \cdot t}$$

c)  $h(t) = \lambda \cdot e^{-\lambda t} / e^{-\lambda t} = \lambda = 1/7000 = 0,00014$

**Ejemplo 2.11 La función de fiabilidad del brazo de un jumbo de perforación es la siguiente:**

$$R(t) = \frac{1}{(0,3t + 1,5)^2}, \quad t > 0 \text{ (t, meses)}$$

Se pide calcular:

- a) **Función de densidad de probabilidad de fallo.**
- b) **Función de riesgo.**
- c) **MTTF [este concepto se ve más adelante en el capítulo].**



Solución:

a)  $F(t) = 1 - R(t)$

$$f(t) = -\frac{dR(t)}{dt} = \frac{0.6}{(0.3t + 1.5)^3}$$

b)  $h(t) = \frac{f(t)}{R(t)} = \frac{0.6}{(0.3t + 1.5)}$

c)  $MTTF = \int_0^{\infty} R(t) dt = -\left| \frac{11,111}{t+5} \right|_0^{\infty} = 2,2$

**2.10 CURVA DE CICLO DE VIDA (PRODUCT LIVE CYCLE CURVE)**

Muy extendida como criterio explicativo del deterioro de los equipos, la curva de ciclo de vida, también denominada curva de la bañera, explica la incidencia de fallos de un equipo en función de su tiempo de uso. Es una curva teórica que queda modificada en la práctica por la aplicación de técnicas de mantenimiento que varían su forma y los periodos.

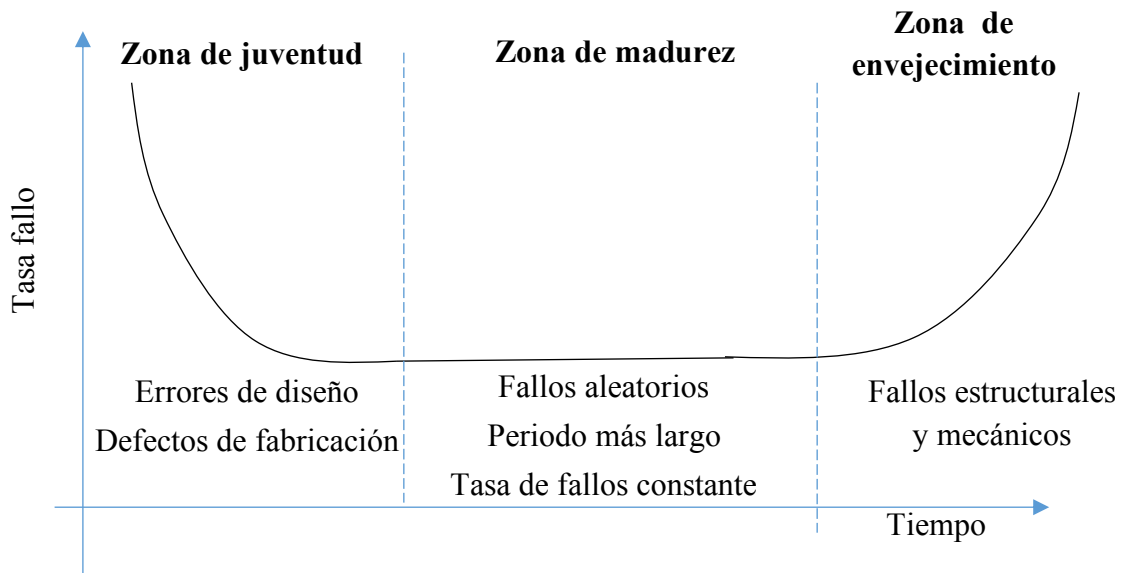


Figura 1.5 Curva de planificación de la vida de un equipo o curva de la bañera

Se distinguen claramente tres periodos en la vida de un equipo (figura 1.5):

**Zona de juventud:** También llamada zona de fallos iniciales, se caracteriza por poseer una elevada tasa de fallos la cual desciende rápidamente. La razón es múltiple: equipos defectuosos, desconocimiento de su manejo, instalaciones incorrectamente diseñadas, defectos o tolerancias de fabricación, ajuste de secuencias de funcionamiento, etc.

La casuística es muy extensa pero se pueden citar algunos ejemplos relativos a la puesta en marcha de plantas mineralúrgicas (aplicables a otras instalaciones) como: conexión de cables incorrecta; bombas que giran mal o no dan la potencia necesaria; errores de cálculo; restos de soldadura en tuberías que se desplazan con el uso e impiden el cierre correcto de las válvulas (cuando estas válvulas son de regulación se desequilibran los sistemas, se depositan en los cierres de goma o en elementos de paso estrecho); error o falta de puesta a punto de parámetros en los sistemas informáticos; etc. En general la puesta a punto de instalaciones muy tecnificadas e informatizadas es complejo y exige tiempo, regular las curvas de disparo por seguridad en equipos, escalonar las seguridades, y un sinfín de ejemplos entre los que no es descartable el desconocimiento (por falta de experiencia) en el manejo de las instalaciones.

**Zona de madurez:** Esta parte de la curva se caracteriza porque los fallos en ella son constantes o cuasi constantes. Se trata del periodo más largo y de la zona de valle de la curva de la bañera, por lo que presenta la menor probabilidad de averías. El origen de los fallos radica, por oposición a la anterior, en causas aleatorias (accidentes fortuitos, mala operación, condiciones inadecuadas, fallo de algún elemento del equipo, desgastes puntuales no previsibles, etc.) debidas a combinación de causas múltiples normalmente no predecibles, y no inherentes al equipo.

**Zona de desgaste:** Se trata de la zona final de la curva de la bañera en la que los fallos comienzan a crecer de manera acelerada. A estas alturas de la vida de una instalación o equipo, los fallos que tiene lugar son fundamentalmente de tipo estructural o mecánico. La llegada de este periodo produce un importante incremento de los costes de mantenimiento, así como una disminución de la seguridad de uso, por lo que es indicativo del fin del periodo de vida del elemento, que deberá ser reemplazado por otro en mejores condiciones. Cuando los fallos conllevan riesgo para los usuarios la parada, modificación y/o remplazo del bien están fuera de toda cuestión. Por fortuna no se suele llegar tan lejos siendo el

criterio más habitual el económico, en que se analizan los costes de mantenimiento vs replazo.

**Nota. Vida técnica** de un bien es el periodo durante el cual cumple con normalidad la función para lo que ha sido diseñado. Existen también otros periodos importantes en la vida de un equipo, por ejemplo el periodo de garantía de repuestos, que es el tiempo durante el cual el fabricante debe seguir fabricando repuestos para una máquina y que se establece en al menos 10 años desde la última fabricación.

La obsolescencia por mejora de proceso provoca la sustitución de muchos equipos antes de llegar al final de su vida productiva por motivos de mantenimiento. Un bien puede quedar obsoleto, independientemente del nivel de fallos, por la aparición de nuevas técnicas de fabricación, porque esté administrativamente amortizado e interese su sustitución (facilidad de subvenciones, otros) y sea rentable su sustitución, o por otras causas como cambio de proceso productivo.

### 2.11 FIABILIDAD EFECTIVA (EFFECTIVE RELIABILITY, $R_{EF}$ )

Fiabilidad efectiva  $R_{ef}(t)$  incluye la probabilidad de fallo y la probabilidad de no detectarlo. Es una ampliación del concepto de fiabilidad cuando se realizan test de detección de fallos. Matemáticamente queda expresada como:

$$R_{ef}(t) = 1 - [P_f(t) \cdot P_{ndf}(t)]$$

Donde:

$P_f(t)$ : Probabilidad de fallo

$P_{ndf}(t)$ : Probabilidad de no detectar fallo

La fiabilidad, variable con un componente estadístico de indeterminación, y asociada a procesos de decisión, mejora notablemente cuando se efectúa un doble muestreo o un seguimiento periódico del test de control. Se hace una ampliación de la relevancia de este concepto en la toma de decisiones en el siguiente ejemplo.

**Ejemplo 2.12 El motor de una perforadora tiene una fiabilidad de 0,9 (90% de probabilidad de funcionar correctamente un determinado número de horas, p.e. 6.000 h con un mantenimiento adecuado, cambios de aceite etc., sin tener una avería). Se monitoriza éste con sensores de vibración. La probabilidad de detectar el fallo por medio de estos sensores es 0,75. Calcular la fiabilidad efectiva del motor. Evaluar el efecto de la introducción del sensor de vibración en el parámetro fiabilidad.**

Solución:

$$R_{ef} = 1 - [(1-0,9) \cdot (1-0,75)] = 0,975$$

La fiabilidad, estadísticamente, es lo opuesto de la probabilidad de fallo, luego:

$$R_{ef} = 1 - P_{fallo(ef)}(t)$$

Por lo tanto, el efecto en la fiabilidad de la introducción del sensor de vibración es un incremento del 0,90 al 0,975 en la probabilidad de identificar un fallo.

**Ejercicio 2.13 Un sistema de acoplamiento tiene una probabilidad del 90 % de funcionar correctamente durante 5.000 h si el mantenimiento es adecuado. El sistema se monitoriza por medio de sensores de vibración. La probabilidad de detectar el fallo (fiabilidad del sistema de detección) es del 80%. Se pide:**

- a) **Calcular la fiabilidad efectiva del sistema.**
- b) **Evaluar el efecto de la introducción del sensor de vibración en el parámetro fiabilidad.**

Solución:

$$R_{ef} = 1 - [(1-0,9) \cdot (1-0,8)] = 0,98$$

- La fiabilidad, estadísticamente, es la opuesta a la probabilidad de fallo. Identificado un defecto como fallo o no fallo (sucesos excluyentes), la fiabilidad es:

$$R_{ef} = 1 - P_{fallo(ef)} (I)$$

- El valor resultante de 0,98 da una sensación de alta credibilidad por el mero hecho de realizar un test de prueba, pero el parámetro tiene connotaciones técnicas que interesa conocer.

*(1) Nota.* Si los sucesos no son excluyentes la probabilidad es una probabilidad compuesta y no se puede determinar por diferencia o multiplicación directa de probabilidades. En tal caso hay que utilizar el teorema de la probabilidad total o el teorema de Bayes (ver Anexo). Este teorema establece que la probabilidad de ocurrencia de dos fenómenos condicionados o relacionados es el producto de la probabilidad de que ocurra el fenómeno principal por la probabilidad de que habiendo ocurrido este se produzca el fenómeno relacionado con él, la formulación es del tipo  $P(A_i|C_r)=P(A_i) \cdot P(C_r|A_i)/P(C_r)$ .

Para el estudio de la fiabilidad en mantenimiento se considera que son fenómenos excluyentes, lo que significa que el hecho de que se produzca uno de ellos no afecta a que se pueda producir o no producir el otro fenómeno (complementario). Para el supuesto de la determinación de fallos por el estudio de vibraciones la independencia no es clara, ya que al aumentar el nivel de las vibraciones o su amplitud se está más cerca de una posible avería y la determinación mediante un único número (asignarle una probabilidad) es una simplificación de un problema real algo más complejo.

Este parámetro de fiabilidad esconde que existe la probabilidad del test de identificar un fallo cuando realmente no existe, el fallo del test en el supuesto de no avería, no es una probabilidad nula. Suponer que la fiabilidad del test cuando dice que no hay avería es del 100% es, normalmente, un error de estimación. Hay que prestar especial atención cuando las decisiones son del tipo de seguridad y afectan a personas pero también cuando se diseñan equipos y se pone en juego medios de la empresa.

Este tipo de test de control tiene lo que en estadística o control de calidad se denomina “falso positivo”, o probabilidad de identificar una avería cuando realmente no existe. Este es un efecto a evitar ya que la identificación incorrecta supone una parada no deseada y no necesaria.

Uno de los casos más estudiados de falsos positivos son los clínicos, por ejemplo, tratar a una persona de cáncer cuando ésta no padece la enfermedad. En mantenimiento los ejemplos son múltiples, por ejemplo, equiparse o actuar frente a una falsa alarma como puede ser la detección de niveles incorrectos de grisú en una mina cuando los niveles son correctos.

En el ejemplo que sigue, cuya base es el enunciado del ejercicio anterior de fiabilidad, se desarrolla con más profundidad (estudiando la casuística completa y haciendo un cuadro resumen final para ver la evolución cuando el test mejora o varía su fiabilidad) como los falsos positivos (errores de tipo II) se anulan prácticamente con la repetición de la prueba y su seguimiento. Este concepto de repetición de determinadas pruebas a lo largo del tiempo, comparación de valores y establecimiento de límites guardan gran relación con las tablas o gráficos de control que se verán con posterioridad en el texto.

**Ejercicio 2.14 Un sistema de acoplamiento tiene una probabilidad de no fallo “p” a un determinado número de horas (por ejemplo, 5000 h). Se instala un sistema de control al que se le asigna una fiabilidad en la detección del fallo, definiendo un determinado nivel de vibración (o partículas en el aceite, calentamiento, etc.) a partir del cual se cree que el fallo es inminente. Se entiende la no fiabilidad como la probabilidad de que ocurra un fallo no previsto y no detectado por el sistema que traiga consigo la necesidad de una parada o una actuación en un instante de forma no detectada ni prevista. Si se fijan las variables del caso con los valores dados en la tabla siguiente:**

Concepto	Variable	Valor
Probabilidad de no avería / no fallo del equipo	$p$	0,9
Probabilidad de si ocurrencia (si fallo)	$q = 1-p$	0,1
Test de identificación, fiabilidad del control	$f$	0,8
Fallo del test de control	$nf = 1-f$	0,2

**Discuta como varía la fiabilidad del sistema (equipo más control de supervisión) ante las situaciones de que el test:**

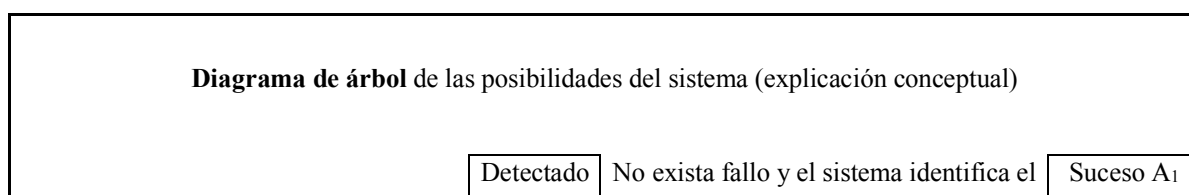
**a) No identifique un fallo cuando debería hacerlo (Error tipo I).**

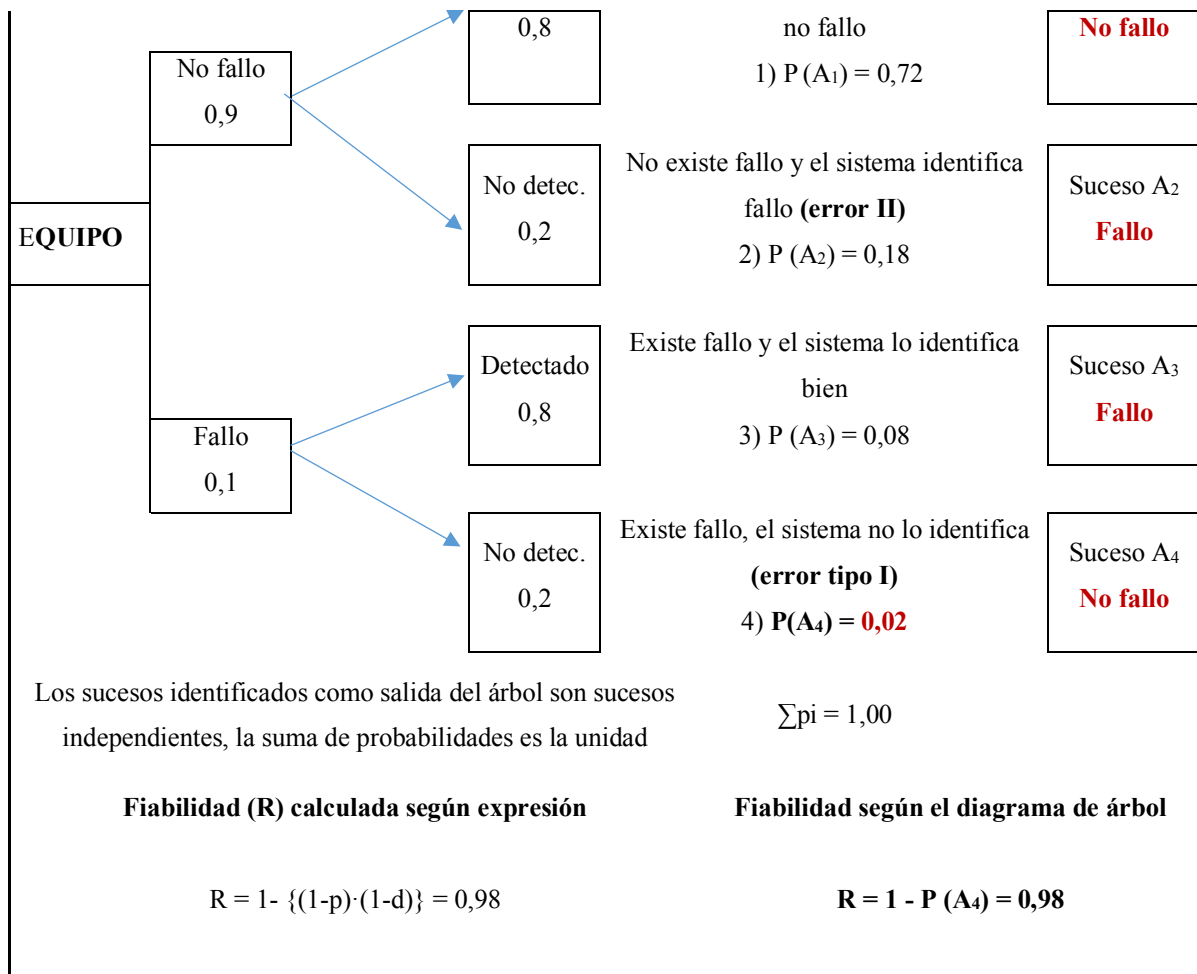
**b) Identifique un fallo cuando no debería (Error tipo II).**

En principio se considera, por simplicidad y sin ninguna otra experiencia o conocimiento previo, que la probabilidad de error en la detección es la misma en ambos sucesos, que exista avería o que no exista avería, pero no tiene por qué ser así necesariamente.

Siguiendo con el ejemplo se considera que un test de vibración de un acoplamiento, por complejo que sea este, es un test robusto de identificación de fallos, pero la vibración puede provenir de la propia caja de acoplamiento o del equipo principal o del entorno (posteriormente analizaremos la normativa que tiene en consideración este efecto externo). La caja de acoplamiento tiene una entrada y una salida conectadas de forma rígida que evidentemente le puede transferir vibraciones. El test de degradación del aceite es también potente, pero está sujeto, igual que el anterior a una cierta fiabilidad. La fiabilidad absoluta en los test no existe.

En el **diagrama de árbol**, que se adjunta a continuación, de las posibilidades del sistema (explicación conceptual), se dan todos los sucesos posibles como salidas del árbol, indicando que son sucesos independientes, la suma de probabilidades es la unidad, tal como se calcula en el propio árbol con referencia al ejercicio y los valores de la tabla anterior.





Se denomina **falso positivo o error tipo II**, al fallo identificado por el sistema cuando realmente no existe tal. Bajo el concepto de sucesos independientes para los  $A_i$ , es correcto usar la fórmula del producto para identificar la probabilidad de ocurrencia de un suceso ante la repetición de pruebas.

La probabilidad de error en una tanda de ensayos (pueden ser dos o un conjunto superior y hacer la media) está dada, para el supuesto anterior del sistema de acoplamiento, por:

Primera prueba, suceso  $A_2$ , no existe fallo y el sistema identifica un fallo, error II:  $P(A_2) = 0,18$

Repetida la prueba en similares condiciones se repite la probabilidad de ocurrencia:  $P(A_2') = 0,18$



La probabilidad de “falso positivo” o error tipo II, en dos pruebas independientes es el producto de probabilidades y así se tienen:

$$P_{\text{doble test}} = P(A_2) \cdot P(A_2') = 0,0324 \quad \longrightarrow \quad 3,24\%$$

El error pasa de una probabilidad del 18% al 3%.

Se evidencia el interés de hacer un seguimiento periódico, pruebas independientes de control, cartas o registros de control, etc., para evitar fallos que realmente no existen y que identificados de forma errónea pueden provocar la parada innecesaria del sistema.

En la tabla siguiente se analiza, manteniendo constante la probabilidad de no avería (fiabilidad del equipo) en un 90%, el efecto de la variación de la calidad del test de control, y el efecto de su repetición, viendo como aumenta la seguridad y disminuye notablemente la probabilidad de error de tipo II.

**Tabla comparativa para fiabilidad del control (test) variable**

Concepto	Variable	Valor / Opciones de cálculo				
Probabilidad de no avería / no fallo	p	0,9	0,9	0,9	0,9	0,9
Probabilidad de ocurrencia (si avería): q = no_p	q=1-p	0,1	0,1	0,1	0,1	0,1
Test de identificación, fiabilidad del control	f	0,7	0,8	0,9	0,95	0,99
Fallo del test de control	nf=1-f	0,3	0,2	0,1	0,05	0,01
El fallo del test se puede identificar de dos maneras						
a) El test no identifica un fallo cuando debería - Error tipo I		0,03	0,02	0,01	0,005	0,001
b) El test identifica fallo cuando no debería - Error tipo II		0,27	0,18	0,09	0,045	0,009
Fiabilidad - Obtenida del diagrama de árbol		0,97	0,98	0,99	0,995	0,999
Fiabilidad - Calculada mediante la fórmula de la definición		0,97	0,98	0,99	0,995	0,999
Doble test, repetición de la prueba. (Pi1xPi2)	Error tipo I	0,0009	0,0004	1E-04	2,5E-05	1E-06
(Gráficos de control o seguimiento continuo)	Error tipo II	0,0729	0,0324	0,0081	0,00203	8,1E-05

Aunque la potencia del test sea muy alta la probabilidad del error es también elevada y su producto tiene un valor no despreciable. Es necesario que la fiabilidad del test sea muy consistente o repetir la prueba para aumentar la fiabilidad general del sistema.

Se observa que para un test de cierta seguridad, el efecto de la repetición es prácticamente la eliminación de los errores de decisión. Del mismo modo puede verse que la fiabilidad calculada puede superar el 98% o 99%, lo que da una clara sensación de seguridad cuando realmente existe una tasa de falsas detecciones entre el 9% y el 18% o incluso mayor. Todo esto da idea de las dificultades que ofrece la interpretación de la variable de fiabilidad.

## 2.12 DEFINICIÓN FORMAL DE MTBF

El MTBF puede definirse, cuando se tiene un modelo del sistema probabilístico de fallos del equipo, como el valor esperado de la función de densidad de fallos  $f(t)$ . Dicho de otro modo, es la media de la función de densidad de probabilidad.

$$MTBF = \int_0^{\infty} t \cdot f(t) dt \quad ; \text{ Con la condición matemática de}$$

$$\int_0^{\infty} f(t) dt = 1, \text{ tal como corresponde a una función de probabilidad}$$

Estos conceptos se desarrollan con más detenimiento en el capítulo siguiente, sin embargo debe quedar ya claro aquí, que las tasas de fallos de los equipos no suelen ser constantes con el tiempo con la excepción de aquellas que siguen una distribución exponencial, en cuyo caso es posible la simplificación:

$$MTBF = \frac{1}{\lambda}$$

Esto varía tanto, que si de una distribución del tipo Weibull se tratase el MTTF se calcularía como (ver capítulo siguiente):

$$(MTBF): \lambda \Gamma \left( 1 + \frac{1}{k} \right)$$

La figura 1.6 se representa el concepto de esperanza matemática o media, para una población que sigue una función acumulada de fallos del tipo Weibull. En ella se puede observar que la probabilidad de que un elemento haya fallado antes de alcanzar su MTBF es del 63,2%. Sirva esto para reiterar que el MTBF no es el tiempo de fallo que puede ser esperado el 50 % de las veces (esta es la mediana), ni ningún tipo de periodo en el cual se garantice que no va a haber fallos.

$$\begin{aligned} F(t) = F(\eta) &= 1 - e^{-\left(\frac{\eta}{\eta}\right)^{\beta}} \\ &= 1 - e^{-(1)^{\beta}} \\ &= 1 - \frac{1}{e} = 0.632 \end{aligned}$$

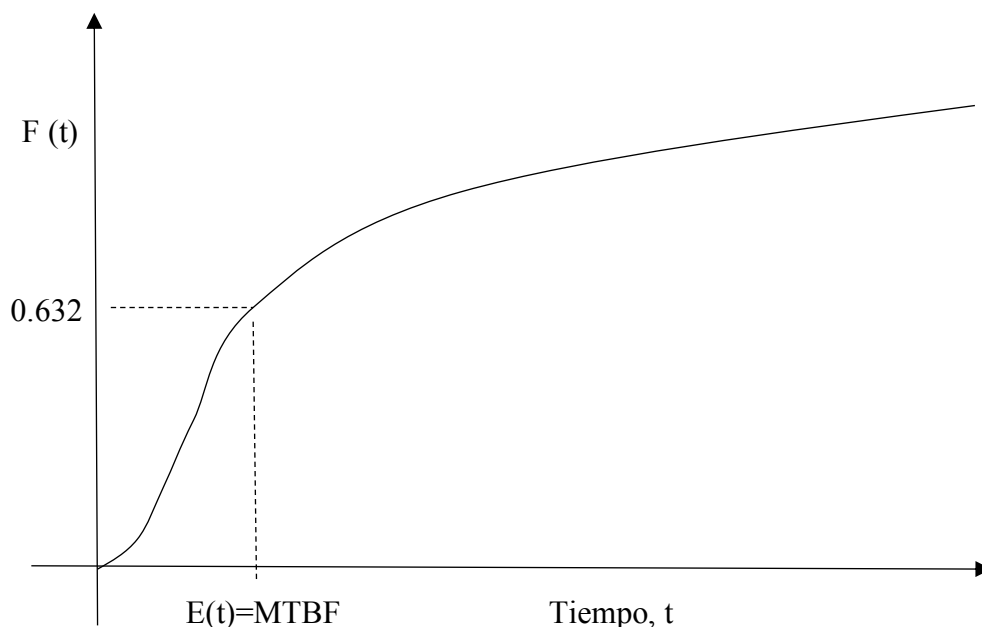


Figura 1.6 Esperanza matemática  $E(t)$  y MTBF para una población de fallos que sigue una ley de tipo Weibull.

### 2.13 MANTENIBILIDAD (MAINTAINABILITY, M)

**La mantenibilidad (Inglés: Maintainability, M) es la probabilidad de que un equipo o sistema sea restaurado a un estado operacional dentro de un periodo de tiempo dado si se siguen los esquemas establecidos.** Este parámetro valora la facilidad o dificultad de reparación (suministro, disponibilidad de repuestos, accesibilidad al equipo, disponibilidad de documentación técnica, etc.), y también la de acometer inspecciones periódicas para mantenerlo en condiciones correctas de uso.

La función de mantenibilidad se define como  $M(t) = P(T \leq t)$  donde  $T$  es una variable aleatoria que representa el tiempo de reparación. A partir de esta función se definen otros conceptos como la Tasa de Reparaciones o el Tiempo Medio por Reparación (tabla 1.4).

Tabla 1.4 .Comparación entre los diversos conceptos derivados de la fiabilidad y de la mantenibilidad.

<b>Fiabilidad</b>	<b>Mantenibilidad</b>
Función de densidad (distribución) de la probabilidad de fallo (PDF)  $f(t)$	Función de densidad (distribución) de los tiempos de reparación (PDF)  $g(t)$
Función de probabilidad acumulada de fallos (CDF)  $F(t) = \int_0^t f(t)dt$	Función opuesta de la mantenibilidad (utilizada en el ratio de reparación)  $1 - M(t)$
Fiabilidad  $R(t) = 1 - F(t)$  $R(t) = \int_t^{\infty} f(t)dt$	Mantenibilidad  $M(t) = \int_0^t g(t)dt$
Tasa de fallos  $\lambda(t) = \frac{f(t)}{R(t)}$	Ratio de reparación  $\mu(t) = \frac{g(t)}{1 - M(t)}$
Tiempo medio hasta el fallo (*)  $MTTF \text{ (ó MTBF)} = \int_{-\infty}^{\infty} f(t)dt$  $MTTF \text{ (ó MTBF)} = \int_0^{\infty} R(t)dt$	Tiempo medio de reparación  $MTTR = \int_{-\infty}^{\infty} g(t)dt$
Función de distribución de la probabilidad de tiempo para el fallo (PDF)  $f(t) = \lambda(t)R(t)$  $f(t) = \lambda(t)e^{-\int_0^t \lambda(t)dt}$	Función de distribución de la probabilidad de los tiempos de reparación (PDF)  $g(t) = \mu(t)(1 - M(t))$  $g(t) = \mu(t)e^{-\int_0^t \mu(t)dt}$

(\*) Cuando los elementos son reparables, se inicia un nuevo ciclo después de una reparación y puesta en servicio, la variable es el tiempo medio entre fallos o MTBF

### 2.14 DISPONIBILIDAD (AVAILABILITY, A)

La disponibilidad (Inglés: Availability, A) es la fracción de tiempo que un producto reparable se espera que esté en funcionamiento, es decir, no en reparación. Representa, por tanto, el tiempo útil de producción. Es un parámetro que variará entre cero, para los productos que nunca estén disponibles y 1 para los que siempre lo estén. Matemáticamente es una función del MTBF (Mean Time Between Failure) y del MTTR (Mean Time to Repair) y queda dada por la relación:

$$\text{Disponibilidad} = \text{MTBF} / (\text{MTBF} + \text{MTTR})$$

La disponibilidad puede ser de dos tipos:

- Disponibilidad teórica TD: Horas de trabajo x número de turnos
- Disponibilidad útil o necesaria DU: Horas necesarias según plan de producción

Considerando el tiempo de avería o fallo, TA, se tiene:

$$DU = DT - TA^5$$

Según la relación entre DT y DU se establece la siguiente clasificación:

**Tipo 1.** Aquellas máquinas básicas para el funcionamiento de la empresa, desde el punto de vista de que son “cuello de botella”; es decir, son capaces de paralizar el sistema de producción. Esto corresponde a aquellas máquinas en las cuales la disponibilidad útil es menor que la disponibilidad teórica necesaria. Esta categoría incluye: sistemas básicos de componentes y toda máquina que puede ser insustituible para la producción en un momento dado como: maquinaria pesada como hornos en la producción de acero, el sistema eléctrico (alimentación general), grúas en las obras de construcción de edificios (la

---

<sup>5</sup> El TA debe ser aquel que interfiere con los tiempos de producción pero esto formalmente no invalida la exposición que es de tipo general y conceptual. Cuando el TA no interfiere en la producción, tiene que conocerse por su implicación en los costes de la reparación.

falta de suministro paraliza la obra), etc. Por su importancia, la maquinaria de este tipo precisa de una planificación lo más ordenada posible que permita concentrar las actuaciones de mantenimiento en los tiempos muertos de producción. Por lo tanto son de especial importancia métodos de diagnóstico preventivo (prever la incidencia antes de que ocurra para planificar su reparación con el menor coste posible). Este grupo se caracteriza porque la disponibilidad teórica es menor que la suma de la disponibilidad útil más el tiempo de avería.

$$DT < DU + TA; \quad DT = DU + TA - \text{“Perdida de producción”}$$

**Tipo 2.** Está formada por el conjunto de máquinas no críticas del proceso. En este caso las actuaciones de mantenimiento pueden coincidir en el tiempo con los periodos de fabricación. Ejemplos de este tipo de máquinas son todas las máquinas que se encuentre en líneas duplicadas dentro del proceso como sistemas de bombeo en paralelo. En este conjunto el trabajo consiste en el estudio de las incidencias en relación a los tiempos de producción para estimar el número máximo de ellas que pueden estar en reparación sin parar la producción. En las máquinas que pertenecen a este grupo la disponibilidad teórica es mayor que la suma de la disponibilidad útil más el tiempo de avería:

$$DT > DU + TA; \quad DT = DU + TA + \text{“Margen de tiempo”}$$

**Tipo 3.** Este grupo lo forma la maquinaria que rara vez interviene en el proceso productivo quedando su actuación relegada a operaciones esporádicas, auxiliares o complementarias. En este grupo se pueden encuadrar los equipos de medición y control y los equipos de emergencia entre otros. Esta clase llena huecos de tiempo en los equipos de mantenimiento y se caracterizan porque, para las máquinas que la componen la disponibilidad teórica es mucho mayor que la suma de la útil más los tiempos de avería:

$$DT \gg DU + TA; \quad DT = DU + TA + \text{“Margen amplio de tiempo”}$$

Cada grupo presenta una serie de objetivos en términos de disponibilidad y costes de mantenimiento que han de perseguirse dentro de la empresa. Así en el caso del equipamiento tipo 1, su objetivo es aumentar la disponibilidad; para el equipamiento del tipo 2, reducir costes (sin perjuicio de la disponibilidad) y para los elementos del tipo 3 reducir los costes de mantenimiento.

**Ejemplo 2.15** Una bomba de mina puede operar de manera continua por 1000 h tras su última reparación. Determinar su disponibilidad si el tiempo medio de reparación de sus averías es de 5 horas.

Solución:

$$\text{Disponibilidad} = \text{MTBF} / (\text{MTBF} + \text{MTTR}) = 1000 / (1000 + 5) = 0.995$$

## 2.15 INDISPONIBILIDAD

La definición anterior aparece escrita en algunos textos como:

$$\text{Disponibilidad: } A = T_{fc} / (T_{fc} + T_m)$$

Donde:

$T_{fc}$ : Tiempo de funcionamiento correcto

$T_m$ : Tiempo en el servicio de mantenimiento o en espera de mantenimiento (fuera de producción o del rango pactado).

El valor complementario, indisponibilidad será:  $I = 1 - D$ , luego:

$$\text{Indisponibilidad} = T_m / (T_{fc} + T_m)$$

**Ejemplo 2.16** En una planta de tratamiento se fija un nivel de producción del 100% como nivel ideal considerándose avería la imposibilidad de mantener la producción, por motivos de mantenimiento, a niveles próximos al 100%. Se considera parada de planta si el nivel de producción baja del 50%, (nivel no aceptable por costes y concepto de indisponibilidad en la firma de contratos de mantenimiento para fijar penalidades). Si las tasas de nivel medio de averías y nivel medio de reparaciones por mantenimiento son  $\lambda=0,02$  y  $\mu=0,3$  respectivamente. Se pide calcular:

a) La ratio de disponibilidad del taller.

b)Cuál debe ser el dimensionamiento del servicio de mantenimiento para que la indisponibilidad no supere el 15%.



Como aclaración previa se indica que ambos sucesos, definidos tal y como aparece en el texto, son **NO** excluyentes, no independientes. Esto es así porque si la planta está por debajo del 50% significa que está también por debajo del 100%. Por ello es necesario formular un modelo de disponible/indisponible con conceptos complementarios (Disp/Indisp) de tal forma que  $P(\text{Disp}) + P(\text{Indisp}) = 1$ . Esto permite aplicar las funciones de tasa de fallos y de tasa de reparación que definiremos con exactitud posteriormente y que aquí simplemente introducimos como concepto.

El equipo está, o bien en funcionamiento correcto  $T_{fc}$ , o bien en mantenimiento<sup>6</sup>  $T_m$  de tal forma que el tiempo total será  $T_t = T_{fc} + T_m$ .

En un intervalo de tiempo  $T$ , ocurren  $N$  fallos (averías), y la tasa de averías es:

$$\lambda = N/T \rightarrow T = N/\lambda$$

En un intervalo de tiempo  $T$  ocurren  $N$  fallos y cada uno tiene un tiempo medio de reparación de TMR, luego el tiempo en reparación total será  $T_m = N \cdot \text{TMR}$ . Si la tasa de reparaciones por persona (o equipo de trabajo) es  $\mu$ , el tiempo medio por persona, es de  $1/\mu$  y para “c” equipos será  $(1/c\mu)$ .

La aplicación de lo anterior a la definición de indisponibilidad, como sucesos excluyentes, da la relación:

$$I = T_m / (T_{fc} + T_m) = N \cdot \text{TMR} / (N/\lambda) = \text{TMR} \cdot \lambda = (1/c\mu) \cdot \lambda = \lambda / c\mu$$

Para fijar ideas se dan valores que en capítulos posteriores se desarrollan con mayor exactitud y justificación.

$$\lambda = 0,02 \text{ (2\%); } \mu=0,3 \quad \text{Para } I = 15\% = 0,15; \text{ se tiene una necesidad de}$$

$$c = \lambda / (0,15 \cdot \mu) = 0,02 / (0,15 \cdot 0,3) = 4,4 \approx 5 \text{ equipos de trabajo (o personas)}$$

Ahora si la indisponibilidad aumenta se puede saber si es debido al aumento de  $\lambda$  (esto depende del uso de los equipos en fábrica, no del servicio de mantenimiento) o si aumenta por fallo del mantenimiento (número de equipos escaso o trabajo mal medido/controlado y

---

<sup>6</sup> En este planteamiento los tiempos de espera se asignan al concepto de tiempos de mantenimiento

se debe corregir). En lo anterior debe tenerse presente que los tiempos en espera de reparación son tiempos asignados al mantenimiento.

Cuando se tiene varios equipos de trabajo en mantenimiento,  $c > 1$ , el tiempo de reparación es el correspondiente a lo que tarda un equipo de trabajo en reparar una máquina, normalmente, no se considera que varios equipos trabajen sobre una misma máquina en los planteamientos matemáticos de mantenimiento.

### 2.16 GRÁFICOS DE CONTROL

Los gráficos de control, también denominados “cartas de control” o gráficos de Shewhart<sup>7</sup> (figura 1.7), sirven normalmente para vigilar la calidad de fabricación, pero identifican igualmente necesidades de actuación del servicio de mantenimiento para corregir deficiencias de fabricación. Estos gráficos dan una idea del proceso o funcionamiento más regular del equipo, identificando no solo fallos, sino tendencias.

Constituyen una técnica muy útil cuando se presentan variaciones anormales que hacen que las medias o los rangos salgan fuera de los límites de control. Estas variaciones son señal de que se debe tomar alguna acción para reconducir esa fuente de variabilidad anormal, por lo que su uso sistemático constituye una excelente herramienta para el mantenimiento.

Los gráficos de control, del tipo que se adjunta, permiten resaltar puntos singulares cuando se refleja una anomalía de forma independiente o indicar una secuencia con tendencia que permita identificar un desajuste progresivo del equipo (línea de puntos). Especial importancia tiene este sistema de seguimiento cuando las leyes del equipo no son conocidas a priori, pues si bien puede existir una indicación documental o de experiencia en equipos anteriores, a veces hay que generarse una experiencia propia que facilite la toma de decisiones. Es decir, la tranquilidad como responsable de que se está haciendo lo correcto con el conocimiento existente y las tecnologías y métodos accesibles.

Los límites vienen fijados por el conocimiento del proceso, por necesidades del control de calidad (experiencia anterior) o forman parte del estudio que se realiza con este sistema. Normalmente se denominan: **Límite superior de control (LSC)**, **Línea central (LC)**; y **límite inferior de control (LIC)**. La identificación de las anomalías fuera de rango y sus límites se pueden ver en la figura 1.7.

---

<sup>7</sup> Walter Andrew Shewhart (1891-1967): Físico, ingeniero y estadístico estadounidense, considerado por muchos el padre del control de calidad. Propuso la espiral de mejora continua: Planificar-Hacer-Verificar-Actuar.

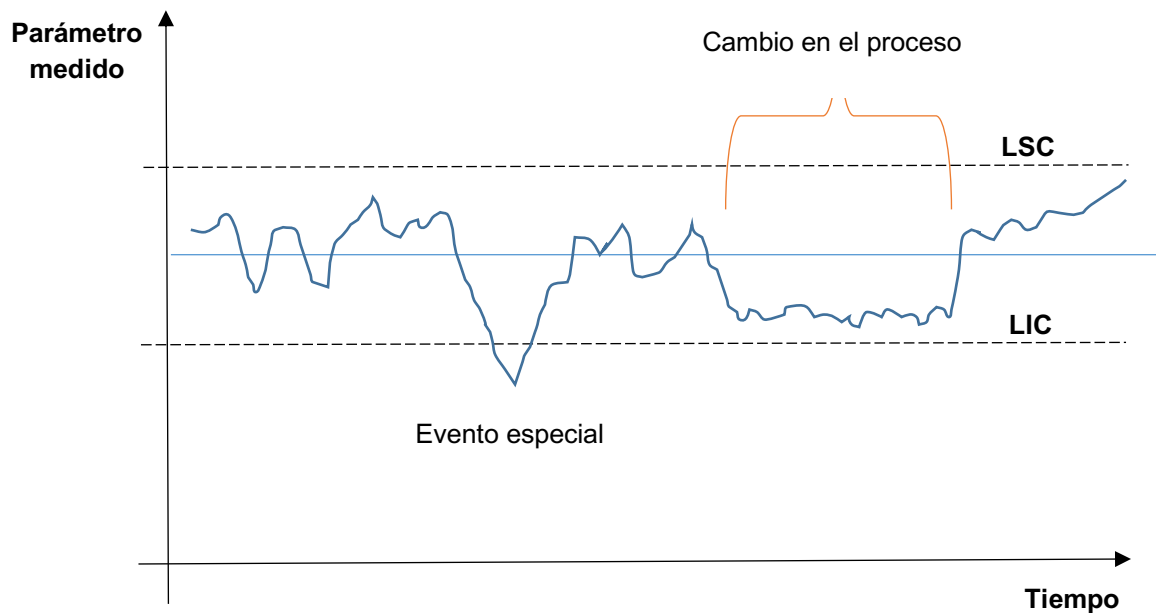


Figura.1.7 Carta de control de Shewhart y patrones de anormalidad. LSC y LIC- límites superior e inferior de control respectivamente.

Los límites, cuando estos forman parte de un proceso sometido a reglas estocásticas, se corresponden a las cotas superior e inferior de los intervalos de seguridad para un rango de fiabilidad o probabilidad de ocurrencia dado.

Formulado en términos matemáticos, son los límites inferior y superior del intervalo para una probabilidad determinada. Dicho de otro modo, es el intervalo de confianza, para el que existe una probabilidad del  $\alpha$  % (valor determinado por el responsable, 95, 98, 99, etc.), de que la variable medida esté dentro de ese intervalo:

$$P(\alpha=95\%) = (\mu - k\sigma < X_{\text{media}} < \mu + k\sigma)$$

Siendo:

$\mu - k\sigma$ : Límite inferior de control (LIC)

$\mu + k\sigma$ : Límite superior de control (LSC)

$\mu$ : Media de la población, esta puede ser conocida a priori o no conocida y hay que determinarla a través de muestra y/o ensayos.

$k$ : Coeficiente ligado al tipo de distribución, (normal, t-Student, etc.); depende del grado de fiabilidad deseado en el proceso, 95%, 98%, etc. y del número de grados de libertad (tamaño de la muestra de control) según el tipo de distribución<sup>8</sup>.

$\sigma$ : Desviación típica de la población, es la raíz cuadrada positiva de la varianza. Si no se conoce se calcula a través de la desviación típica de la muestra obtenida

Cuando la experiencia o la información del funcionamiento del equipo no es suficiente, o no se conocen los valores de la población  $N(\mu, \sigma)$  (asumiendo que los errores y averías para un conjunto amplio de unidades tienden a una distribución normal<sup>9</sup>), se puede usar la t-Student y sustituir la media de la población por la media de la muestra y la varianza por la varianza de la muestra corregida por el tamaño de la misma.

**Nota.** En estadística, una prueba t de Student, (t-Test) es toda prueba en la que el estadístico empleado presenta una distribución t de Student si la hipótesis nula es cierta. Su campo de aplicación es el de poblaciones que sigan distribuciones normales pero en las que el tamaño muestral sea demasiado pequeño (normalmente a partir de muestras inferiores a 30 Ud.) como para que el estadístico en el que está basada la inferencia esté normalmente distribuido, empleándose una estimación de la media o de la desviación típica en lugar del valor real. Para una prueba t de muestra única se evalúa la hipótesis nula de que la media de la población estudiada es igual a un valor especificado  $\mu_0$ , se hace uso del estadístico:

$$t = \frac{\bar{x} - \mu_0}{s / \sqrt{n}}$$

---

<sup>8</sup> Para la distribución normal  $N(0,1)$  y con una probabilidad del 95%,  $k=1,96$ . Para una distribución t-Student, con igual probabilidad del 95% y para 6 grados de libertad (muestra de 7 valores),  $k=2,447$ , y para 19 grados de libertad (muestra de 20 valores),  $k=2,093$ .

<sup>9</sup> Cuando el tamaño de la muestra de sucesos es muy grande se puede asumir que prácticamente todas las poblaciones (errores, fallos de equipos, control de calidad para grandes producciones, etc.) se pueden modelar suficientemente bien con una distribución normal de media  $\mu$  y desviación típica  $\sigma$ . La mayoría de las distribuciones estadísticas usadas en control de fallos, y especialmente la t-Student, cuando el número de sucesos es muy elevado, se transforman en una distribución normal (teorema central del límite).

Donde  $\bar{x}$  es la media muestral,  $s$  es la desviación estándar muestral y  $n$  es el tamaño de la muestra. Los grados de libertad utilizados en esta prueba corresponden a  $(n-1)$ <sup>10</sup>.

Existen otros estadísticos específicos para comparar muestras, evaluar un parámetro, etc., cuyo uso no corresponde exactamente a la necesidad del mantenimiento y están más enfocados al *control de calidad, seguimiento del funcionamiento de un equipo, etc.*

Cuando la desviación típica (raíz cuadrada positiva de la varianza), se calcula a través de los datos de una muestra se usan las expresiones siguientes, siendo  $n^2$  la dimensión del conjunto cuando se usan parejas de valores. Si tenemos un conjunto de datos de una misma variable, la varianza se calcula de la siguiente forma:

$$\sigma_n^2 = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})^2 = \left( \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n X_i^2 \right) - \bar{X}^2 = \frac{1}{n^2} \sum_{i < j} (X_i - X_j)^2$$

Siendo:  $X_i$ : Cada dato;  $n$ : Número de datos;  $\bar{X}$ : media aritmética de los datos

El cálculo de la varianza de la población (general) obtenida a través del valor de una muestra, se corrige por una de los estadísticos siguientes, ambos son insesgados. El primero traslada el valor a la población y el segundo es más conservador, al calcular los intervalos da un rango de mayor amplitud. Cuando  $n$  es grande, la diferencia es no significativa. A partir de una muestra de tamaño  $n \geq 30$ , la diferencia es inferior a un 3%.

$$S_n^2 = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2$$

$$S^2 = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2$$

---

<sup>10</sup> Dado que la media de la población es  $\mu$  y se determina por medio de una muestra de  $x_i$  valores, la suma de las diferencias  $(\mu - x_i)$  es cero, luego uno de los valores queda determinado por los  $(n-1)$  restantes que son los grados de libertad. Cuando  $n$  tiende a infinito  $n/(n-1)$  tiende a 1 pero para muestra pequeñas, ejemplo de 10 valores  $10/(10-1)=1,11$ , y esto aumenta cuando la muestra son 3 ó 4 valores. Es obligado indicar que el tamaño de las muestras está muy condicionado por el coste ya que pueden ser pruebas destructivas o de alto coste (p.e. prueba de explosivos, pruebas de resistencia a rotura en ejes, prueba de fiabilidad de un coche donde se estrellan algunas unidades, etc.).

**Ejemplo 2.17** Un taller de producción de puntas controla el proceso mediante pesada de las cajas finales a razón de 1 Ud por cada 200 envases. La línea de puntas, para un determinado modelo, empaqueta en grupos de 50 unidades por caja. Los resultados del control en el inicio de la producción (puesta en marcha de la fabricación del modelo), dan los resultados que se reflejan en la tabla siguiente:

Muestra	Peso	Muestra	Peso
1	154	11	148
2	148	12	150
3	152	13	149
4	151	14	148
5	149	15	151
6	149	16	148
7	150	17	148
8	150	18	150
9	153	19	150
10	148	20	154

**Definir el diagrama de control para el proceso indicando los límites superior, inferior y los rangos de aviso. Nota: Considerar que el proceso sigue una distribución normal  $N(\mu, \sigma)$ .**

Solución:

Se calculan los parámetros de la población a través de la muestra representativa de la misma. Así, la muestra de  $n=20$  unidades<sup>11</sup> tiene los parámetros siguientes:

Media muestral: 
$$\mu_m = \frac{1}{n} \sum m_i = 150$$

Media de la población: 
$$\mu_p = \mu_m = \mu = 150$$

---

<sup>11</sup> Sixto Ríos (1973) interpretaba que una muestra de 30 unidades o mayor es suficiente para definir y calcular los parámetros (media y desviación típica) de la función normal correspondiente al proceso. Actualmente se llegan a utilizar 18 ó 20 muestras para control de calidad y mantenimiento (incluso algunos autores dan referencias con 15 unidades según el tipo de proceso, de control o relevancia del mismo). Para muestras de menor tamaño la función normal  $N(\mu, \sigma)$  se debe sustituir por otras funciones más adecuadas.

$$\text{Desviación típica de la muestra: } s = \sqrt{\frac{1}{n}(\mu - x_i)^2} = 1,924$$

$$\text{Desviación típica de la población: } \sigma = s \cdot \sqrt{\frac{n}{(n-1)}} = 1,974$$

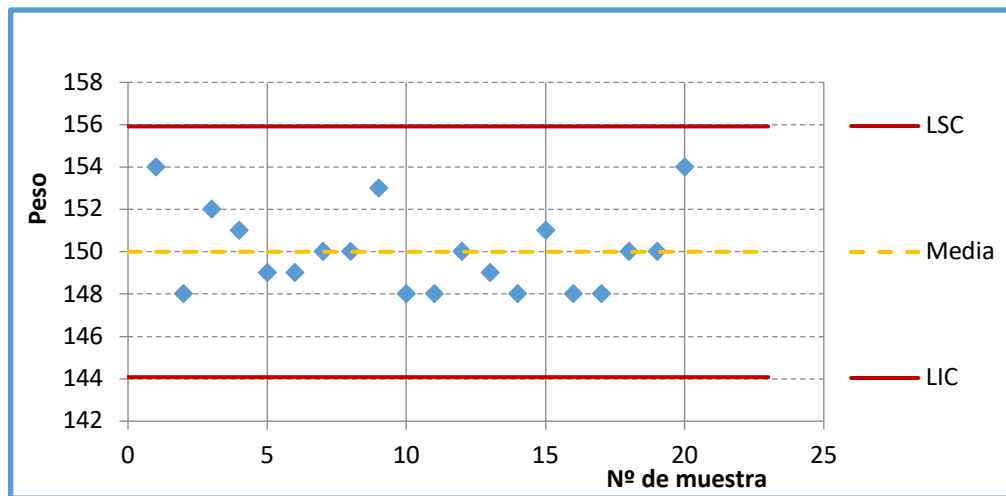
Los límites superior e inferior del gráfico de control se interpretan normalmente como el rango dentro del cual deben estar el 99,8% de los valores obtenidos durante el control del proceso y que se corresponde a una amplitud del intervalo dada por el valor de  $\mu \mp k \cdot \sigma$ ; con  $k = \pm 3,02$ . Habitualmente se redondea al valor  $k = \mp 3 \rightarrow (3\sigma)$

De modo que:

$$\text{Límite superior de control, } LSC = \mu + k \cdot \sigma = 150 + 3 \cdot 1,974 = 155,92 \text{ Ud de peso}$$

$$\text{Límite inferior de control, } LIC = \mu - k \cdot \sigma = 150 - 3 \cdot 1,974 = 144,08 \text{ Ud de peso}$$

Los valores anteriores se presentan en el siguiente gráfico de control:



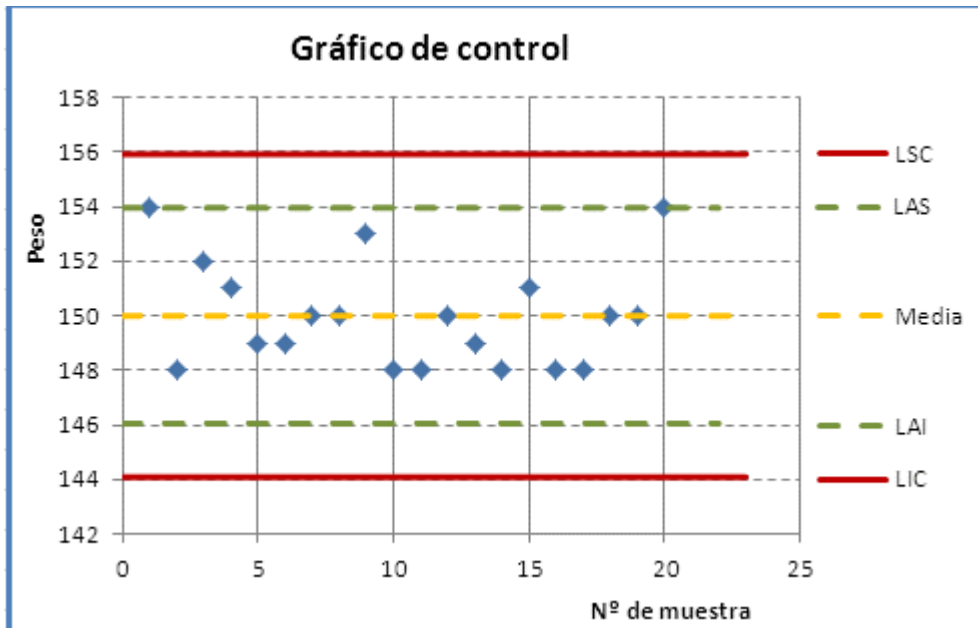
Se utiliza un rango de aviso antes de llegar al límite de control, que pertenece al rango dentro del cual se deben encontrar el 95% de los valores de control. Esto corresponde a un intervalo dado por  $\mu \mp k \sigma$ ; con  $k = \pm 1,96$ , que se suele redondear a  $k = 2$  (95,5% de fiabilidad). Por lo que calculando los límites para los intervalos se obtiene:

$$\text{Límite de aviso superior, } LAS = \mu + k \cdot \sigma = 150 + 2 \cdot 1,974 = 153,95 \text{ Ud}$$

$$\text{Límite de aviso inferior, } LAI = \mu - k \cdot \sigma = 150 - 2 \cdot 1,974 = 146,05 \text{ Ud}$$

Estos valores se representan en la gráfica anterior del modo que se indica:





**Ejemplo 2.18** Continuación del ejercicio anterior. Estudiar las posibles causas e identificar el proceso donde se acumulan los defectos si una secuencia de medidas da los valores de la tabla:

Muestra	Peso	Muestra	Peso
1	149	11	143
2	145	12	145
3	147	13	144
4	146	14	143
5	144	15	146
6	144	16	143
7	145	17	143
8	145	18	145
9	148	19	145
10	143	20	143

Téngase presente que la producción de puntas tiene tres grandes procesos:

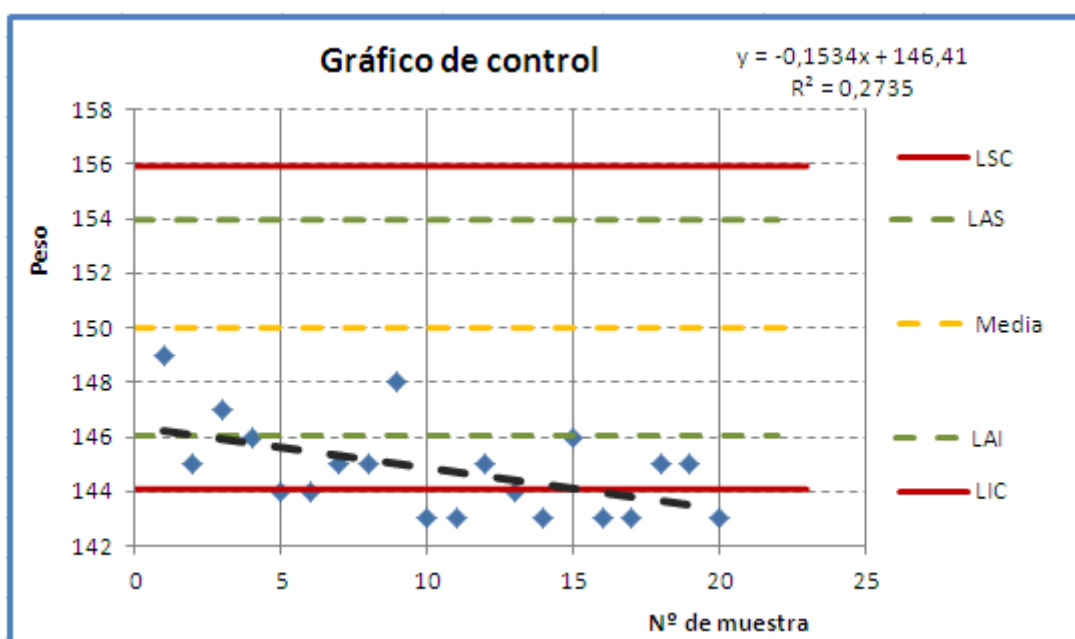
a) Calibración del alambre (suministrado en forma de rollos) mediante una trefiladora. Este equipo hace pasar el alambre (alambrón para tamaños gruesos) por un orificio calibrado.

b) Cortado/formateado que produce la pieza (punta) a una longitud determinada y conforma la cabeza.

c) Contadora de unidades y empaquetadora en las unidades indicadas por caja.

Solución:

Los resultados se muestran en el gráfico, donde se observa una tendencia a la disminución de peso y con una tendencia progresiva.



La línea de tendencia tiene pendiente negativa y se observa que el coeficiente de correlación es muy bajo (0,27 indica que prácticamente no existe correlación), como corresponde a la relación aleatoria de aparición de defectos.

Queda ahora, en la medida de lo posible, tratar de identificar la sección del proceso en la que se está generando el fallo. Así, si descartamos en primera instancia el fallo en la unidad contadora/empaquetadora dado que su verificación es sencilla pues si el defecto se encontrase en esta sección se identificaría claramente por control del número de unidades por caja, ya solo quedarían dos procesos:

Un primero, en la unidad de calibrado, cuyo funcionamiento base es dar el diámetro correcto mediante el paso del alambre por un orificio. En esta unidad el principal defecto es el desgaste, luego su fallo dará un mayor grosor y consecuentemente un aumento del peso. Como en el gráfico se observa una disminución de peso, en primera aproximación el fallo está en la unidad de cortado/conformado que está fuera de estándares de fabricación.

Si nos imaginamos que en el gráfico de control se observase el supuesto contrario, aumento progresivo de peso, y descartado igualmente el defecto del módulo de contaje y empaquetado, el problema podría bien residir en cualquiera de los otros dos módulos. La diferencia entre uno y otro lo da la pendiente del fallo, de modo que si la variación presenta cierta rapidez se puede asegurar que corresponde al módulo de corte y conformado.

Con todos lo visto se puede indicar que el gráfico de control está íntimamente ligado con el proceso a controlar, dando indicaciones de la calidad y de las posibles averías o desajustes. Cuando el sistema a controlar exige mayor precisión se grafican dos variables: a) el valor medio de una muestra como dato principal de control, y b) la desviación típica que se representa para identificar gráficamente la dispersión que tienen los datos. Con este segundo gráfico de la desviación típica, se puede evidenciar que si los datos están más concentrados en torno al valor medio, el proceso es correcto, y si para una media determinada la desviación aumenta, está teniendo lugar algún tipo de fallo o cambio o anomalía en el proceso.

## BIBLIOGRAFÍA

- Bedford, T., Cooke, R. (2003). Probability risk analysis: foundations and methods. Cambridge University Press, Cambridge, UK.
- Brick, J. M., Michael, J. R., & Morganstein, D. (1989). Using statistical thinking to solve maintenance problems. *Quality Progress*, 22(5), 55-60.
- Dhillon, B. S. (1999). Design reliability: fundamentals and applications. CRC press.
- Dhillon, B. S. (2002). Engineering maintenance: a modern approach. CRC press.
- Fernández, F. J. G. (2005). Teoría y práctica del mantenimiento industrial avanzado. FC editorial.
- Heydorn, R. P. (2001). Reliability Engineering Handbook. Technometrics.
- Ireson, W. G., Coombs, C. F., & Moss, R. Y. (1996). Handbook of reliability engineering and management. McGraw-Hill Professional.
- Jardine, A. K., & Tsang, A. H. (2013). Maintenance, replacement, and reliability: theory and applications. CRC press.
- Kececioglu, D. (2002). Reliability and life testing handbook (Vol. 2). DEStech Publications, Inc.
- Leavenworth, R. S., & Grant, E. L. (2000). Statistical quality control. McGraw-Hill Education.
- Meeker, W. Q., & Escobar, L. A. (2014). Statistical methods for reliability data. John Wiley & Sons.
- MIL-HDBK-338 (1988). Electronic reliability design handbook. US Department of defense.
- Nelson, W. B. (2009). Accelerated testing: statistical models, test plans, and data analysis (Vol. 344). John Wiley & Sons.
- O'Connor, P., & Kleyner, A. (2012). Practical reliability engineering. John Wiley & Sons.
- Rey, F. (1996). Hacia la excelencia en mantenimiento. TGP Hoshin, Madrid, España.
- Ríos, S. (1973). Métodos estadísticos. Ediciones del Castillo. España.

Tobias, P. A., & Trindade, D. (2011). Applied reliability. CRC Press.

Torell, W., & Avelar, V. (2004). Mean time between failure: Explanation and standards. white paper 78.