ESCUELA POLITÉCNICA DE INGENIERÍA DE MINAS Y ENERGÍA

UNIVERSIDAD DE CANTABRIA

MASTER UNIVERSITARIO EN INGENIERÍA DE MINAS

Capítulo 3: Fiabilidad de sistemas

Emilio Andrea Calvo

Ingeniero industrial

Profesor Asociado

Departamento de Ingeniería Eléctrica y Energética

Carlos Sierra Fernández, PhD

Ingeniero de minas

Profesor Ayudante Doctor

Departamento de Transportes y Tecnología de Proyectos y Procesos

CONTENIDO

CAPÍTULO 3: FIABILIDAD DE SISTEMAS

“La simplicidad es
el prerrequisito de la fiabilidad”
– **Edsger W. Dijkstra**

Carlos Sierra Fernández

Emilio Andrea Calvo

3 LOS SISTEMAS

Se considera sistema a un conjunto de equipos que realizan una determinada función. Se caracteriza por un grupo de equipos que están conectados entre sí de alguna manera, de tal forma que actuando a modo de bloque, con una entrada y una salida, dan un servicio o realizan una función. La **fiabilidad del sistema** es una combinación de las fiabilidades individuales y depende del tipo de configuración: serie, paralelo o combinada.

La **conexión en serie**, se realiza de tal forma que el fallo de un equipo condiciona el fallo del conjunto; mientras que en la **conexión en paralelo** se concectan de tal forma que el bloque tiene más de una entrada y más de una salida, y cada una de las entradas, independiente, o coordinada con el resto permite una salida que asegura, por más de un camino, el funcionamiento del equipo.

Por lo tanto se puede indicar que en los sistemas en serie la fiabilidad disminuye al aumentar el número de elementos, mientras que en los sistemas en paralelo a medida que incrementamos el número de unidades la fiabilidad aumenta. Los cálculos estadísticos asociados a este tipo de estudios se exponen a continuación.

3.1 SISTEMAS EN SERIE

Como ya se ha dicho, en los sistemas en serie (figura 3.1), cada bloque (que puede estar formado por uno o varios equipos) tiene una entrada y una salida, de tal forma que el fallo de un elemento produce el fallo general del conjunto.

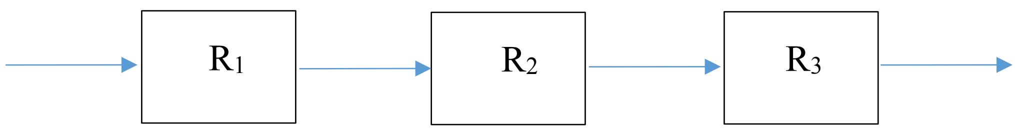


Figura 3.1. Diagrama de elementos en serie. R_1, R_2, R_3, fiabilidad de cada componente.

Si pensamos, por ejemplo, en el sistema en serie formado por un motor con su correspondientes embrague, transmisión y rueda, se podrá fácilmente observar que está compuesto de unidades independientes en lo que a su funcionamiento se refiere. Sin embargo, aunque el fallo de un elemento sí puede dañar el contiguo; por ejemplo, el fallo de la caja de cambios sí que puede causar daños en otros elementos del sistema de transmisión, a afectos de este apartado la fiabilidad del sistema se considerarán como conjunto de unidades independientes por motivos de simplicidad pues tener en cuenta la interacción entre ellos requiere de una estadística más compleja. Dicho de otro modo, el hecho de que se produzca un fallo o no, en uno de los elementos, no condicionará para nuestros supuestos que los otros elementos del conjunto puedan fallar o no[1]. Así, aunque todos ellos forman parte del sistema de accionamiento del vehículo, desde un punto de vista de su fiabilidad se pueden estudiar independientemente y luego considerar su interacción para obtener la fiabilidad general del sistema.

Por tanto se tiene que si la probabilidad de fallo es F(x), la probabilidad de no fallo, complementaria de la amterior bajo un concepto estadístico, R(t) es:

$$R\ (t) = 1 - F\ (t)$$

Si ahora consideramos las premisas anteriores de indepencia de sucesos, se tiene por el principio de probabilidad compuesta para sucesos excluyentes, que la probabilidad de funcionamiento para dos equipos es el producto de probabilidades. Dicho de otro modo, la probabilidad de que funcione el conjunto es igual a la probabilidad de que funcione el primer equipo por la probabilidad de que funcionando el primer equipo funcione también el segundo y así sucesivamente.

Esto formalmente se expresa por la ecuación estadística siguiente, considerando la variable el tiempo (t) y para dos elementos:

$$R_1\ (t) = 1\text{-}F_1\ (t); \qquad R_2\ (t) = 1\text{-}\ F_2\ (t)$$

$$Pro\ (R_1,\ R2) = R_1\ (t) \cdot R_2\ (t) = [1 - F_1\ (t)] \cdot [1 - F_2\ (t)]$$

La generalización del sistema, para los bloques tipo serie, conduce a la expresión:

[1] Interesa diferenciar aquí el concepto de fallo: funciona o no funciona (da el servicio o no lo da), del concepto de avería: daños causados que hay que reparar, cambiar, ajustar.

$$R(t) = \prod_{i=1}^{n} R_i(t)$$

Cuando los componentes se comportan según una función exponencial, la conexión de componentes en serie se comporta también como una función exponencial de tasa de fallos, siendo $\lambda_{conjunto}$ la suma de las λ individuales.

$$\text{Si } R_{1\text{-}2} = R_1 \cdot R_2 = e^{-\lambda 1 \cdot t} \cdot e^{-\lambda 2 \cdot t} = e^{-(\lambda 1+\lambda 2)\cdot t}$$

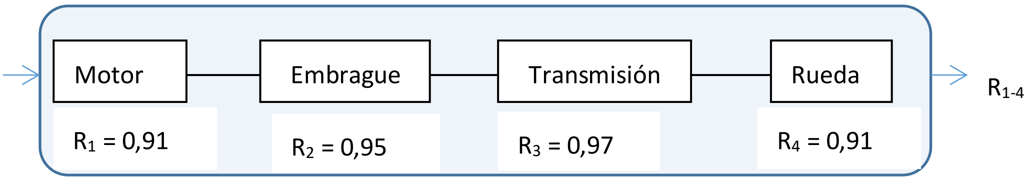
y la función de densidad será:

$$f(t) = d\{R_{1\text{-}2}\}/dt = (\lambda_1+\lambda_2)\cdot e^{-(\lambda 1+\lambda 2)\cdot t}$$

Dado que los valores de fiabilidad R_1, R_2, etc., son menores de la unidad, el producto será siempre menor que cualquiera de ellos, con lo que se tiene que:

$R_1<1$; $R_2<1$ $\rightarrow$ $R_1 \cdot R_2 < R_1$, y $R_1 \cdot R_2 < R_2$, para todo R_1 y R_2, que representan valores de fiabilidad ($0<R<1$).

Ejemplo 3.1 El esquema de la figura corresponde al sistema formado por el motor-embrague-transmisión-rueda de un vehículo[2]. Determine la fiabilidad total del mismo.



Solución:

Al tratarse de un sistema en serie, el fallo de uno cualquiera de los elementos produce el fallo (o avería) del conjunto (parada del vehículo). Si la fiabilidad se calcula, de acuerdo a la expresión indicada, se obtiene el resultado siguiente:

$$R_{1\text{-}4} = R_1 \cdot R_2 \cdot R_3 \cdot R_4 = 0{,}91 \cdot 0{,}95 \cdot 0{,}97 \cdot 0{,}90 = 0{,}7547$$

[2] Los elementos de tipo mecánico tienen fiabilidades altas, aunque están sometidos, normalmente, a procesos de desgaste que causan fallos con el aumento del tiempo de uso.

Nótese que al conectar equipos en serie la probabilidad (fiabilidad) del conjunto disminuye siendo menor que la de cualquiera de los componentes individuales.

Ejemplo 3.2 Se tienen cuatro válvulas (estadísticamente independientes) cada una de las cuales tiene una tasa de fallo constante λ=0,00015/h, conectadas en serie. Determinar la probabilidad de que el sistema funcione adecuadamente (probabilidad de supervivencia) a las 100 horas de uso.

Solución:

Como la tasa de fallos es constante el sistema sigue una distribución exponencial.

Para una válvula $\lambda = 0{,}00015$, para cuatro válvulas en serie, $\lambda_{conjunto} = 4\lambda$

Y la probabilidad para el sistema será:

$$R(t) = e^{-4\lambda t}$$

$$R(t=100) = e^{-4 \cdot 0{,}00015 \cdot 100} = 0{,}94$$

La función de probabilidad del sistema es:

$$f(t) = 4\lambda \cdot e^{-4\lambda t}$$

El tiempo medio de fallo:

$$MTBF = 1/\lambda_{sistema} = 1/4\lambda = 1/(4 \cdot 0{,}00015) = 1666{,}66 \text{ horas}$$

3.2 SISTEMAS EN PARALELO

Como se ha visto, la fiabilidad de un sistema en paralelo es la probabilidad de que al menos uno de los elementos funcione. Para ellos es necesario conseguir la redundancia del sistema, la cual puede venir dada de dos modos, de forma activa o de forma pasiva.

Redundancia activa: Todos los elementos están activos durante la operación y el fallo de uno de ellos es asumido en cuanto a funciones por los demás[3]. Constituyen ejemplos de este tipo, un barco propulsado por varios motores donde, el fallo de uno se suple con el aumento de potencia en los restantes; o los transformadores en un centro de alimentación a una fábrica donde normalmente existen varias unidades en paralelo, de tal forma que la desconexión o fallo de una hace que el resto aumenten de carga de forma automática[4].

Redundancia pasiva (en stand-by o secuencial): En este tipo de sistema existen elementos duplicados (normalmente parados)[5] con capacidad de reemplazar al principal cuando se les da la orden como consecuencia del fallo. El elemento redundante permanece inactivo hasta el fallo.

La probabilidad de fallo de uno de los elementos es F_1 (x), la probabilidad de fallo del elemento (j) es F_j (x), y bajo la condición de independencia, un elemento (j) no influye en la probabilidad de fallo o no fallo de cualquiera de los elemento restantes (n-1), son sucesos excluyentes, la probabilidad, para todos los elementos conectados en paralelo de fallo del sistema, es la probabilidad conjunta dada por el fallo de todos a la vez:

$$F_T = F_1(x) \cdot F_2(x) \cdot \ldots F_n(X) = \prod_1^n Fj(x)$$

La probabilidad de que no todos los elementos fallen en el mismo instante, es la probabilidad de que uno o más de uno funcione, luego es, como suceso estadístico, la probabilidad complementaria y esto se formula mediante:

$$R(t) = 1 - F_T(t) = 1 - \prod_1^n Fj(t)$$

La probabilidad de fallo simultáneo para dos componentes es:

---

[3] Este es el funcionamiento normal de transformadores instalados en paralelo, la desconexión (salida de línea) de una unidad por avería (p.e. calentamiento de un relé de control) produce la distribución de la carga entre las otras unidades de forma instantánea. Igual distribución de la carga entre las unidades conectadas ocurre si la desconexión es manual o programada.

[4] Los transformadores son unidades de alta fiabilidad en los que los fallos suelen estar ligados a: los sistemas de baterías, presencia de elementos generadores de armónicos, calentamientos por fallos de ventilación, etc.; es decir, en general fallo de elementos externos al propio trafo.

[5] En este caso se incluyen los sistemas antiincendios que duplican (aumentan el número de unidades, bombas de impulsión) y normalmente con fuentes de alimentación diferentes por si el fallo proviene de dicha fuente.

$F_{1,2} = F_1 \cdot F_2$ y la probabilidad de supervivencia del sistema corresponde, por ser sucesos excluyentes, es la expresión:

$$R_{1,2} = 1 - (F_1 \cdot F_2) = 1 - (1-R_1)\cdot(1-R_2) = R_1 + R_2 - R_1 \cdot R_2;$$

Para $R_1<1$, y $R_2<1$, la expresión es siempre mayor que cualquiera de los componentes individuales.

Se tiene: $R_1<1;\ R_2<1;\ \rightarrow\ R_1 \cdot R_2 < R_1$, y $R_1 \cdot R_2 < R_2$,

Luego: $R_1+R_2-R_1 \cdot R_2 > R_1$

Y también: $R_1+R_2-R_1 \cdot R_2 > R_2$.

Al conectar componentes en paralelo, la fiabilidad del conjunto aumenta; y esto es válido para cualquier número de componentes conectados trabajando en paralelo.

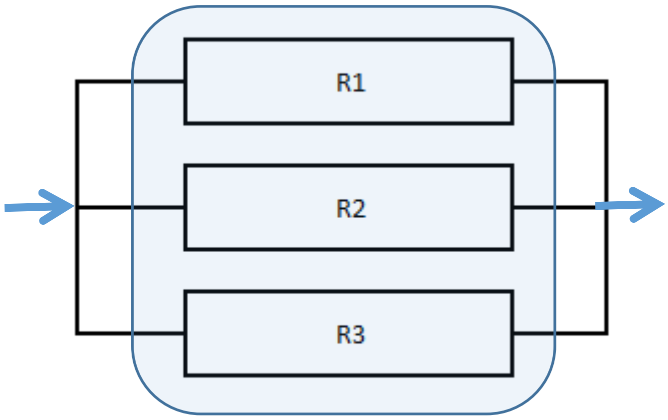


Figura 3.2 Diagrama de elementos en paralelo. R_1, R_2, R_3, fiabilidad de cada componente

Escrita en función de las fiabilidades individuales de los equipos, se tiene la expresión:

$$R(t) = 1 - \prod_{i=1}^{n}(1 - R_i(t))$$

Siendo:

$$F(t) = \prod_{i=1}^{n} F_i(t); \quad R_i(t) = 1 - F_i(t) \text{ (para cada caja)}$$

$R_i(t)$: Fiabilidad del equipo; $F_i(t)$: Probabilidad de fallo

Cuando los sistemas se comportan según una función de fallos de tipo exponencial la fiabilidad será:

$$R_{1,2} = R_1 + R_2 - R_1 \cdot R_2 = e^{-\lambda 1 \cdot t} + e^{-\lambda 2 \cdot t} - e^{-(\lambda 1+\lambda 2) \cdot t}$$

y ahora, la función de probabilidad de fallo que viene dada por la función:

$$f(t) = d/dt(R_{1,2}) = \lambda_1 \cdot e^{-\lambda 1 \cdot t} + \lambda_2 \cdot e^{-\lambda 2 \cdot t} - (\lambda_1+\lambda_2) \cdot e^{-(\lambda 1+\lambda 2) \cdot t}$$

La cual ya no es una función de probabilidad simple. El tiempo medio hasta el fallo se obtiene de la expresión:

$t_{medio} = \int_0^\infty f(t)tdt$ y cuya solución es:

$$t_{medio} = \frac{1}{\lambda_1} + \frac{1}{\lambda_2} - \frac{1}{(\lambda_1 + \lambda_2)}$$

Ejemplo 3.3 Tres bombas idénticas conectadas en paralelo son estadísticamente independientes. La tasa de fallos, para este tipo de unidades se considera constante e igual a λ=0,02 fallos/hora. Comparar las probabilidades de funcionamiento del sistema al cabo de 150 horas con las probabilidades de funcionamiento de una sola bomba. Nota: se considera que el sistema funciona si al menos una de las bombas lo hace.

Solución:

Para el sistema:

$$F(t) = 1 - (1 - R(t))^3 = 1 - (1 - e^{-\lambda \cdot t})^3 = = 1 - (1 - e^{-0,02 \cdot 150})^3 =$$

$$= 1 - (1 - 0,0498)^3 = 0,142 \quad \rightarrow \quad (14,20\%)$$

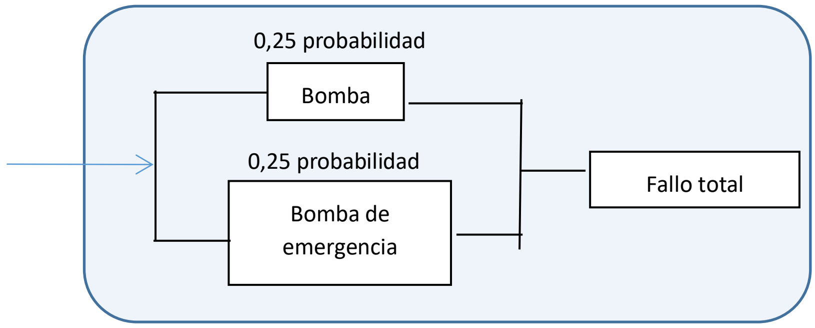
Para una sola bomba la fiabilidad da un valor de:

$$R(t=150) = e^{-0,02 \cdot 150} = 0,049 \rightarrow 4,98\%$$

La fiabilidad se ha hecho casi 3 veces mayor.

Ejemplo 3.4 La figura representa un sistema en el que hay 2 bombas en paralelo de modo que una actúa de emergencia ante el fallo de la otra. Calcular:

a) **Probabilidad de fallo de ambas bombas.**
b) **Probabilidad de que funcione al menos una de ellas.**



Solución:

a) Probabilidad de fallo conjunto:

$$F_T(t) = 0,25 \cdot 0,25 = 0,0625$$

b) La probabilidad de que funcione una de ellas, la fiabilidad del sistema es el suceso complementario al fallo múltiple, luego:

$$R_T(t) = 1 - F_T(t) = 1 - 0,0625 = 0,9375 \quad \rightarrow \quad 93,75\%$$

Ejemplo 3.5 Se dispone de 4 bombas, de las cuales 3 en redundancia activa de una de ellas. Cada una posee una fiabilidad de 0,6. Calcular la fiabilidad total del sistema.

Solución:

$$R_T(t) = 1 - \prod_{i=1}^{n}(1 - Ri(t)) = 1 - (1 - 0,6)^4 = 1 - (0,4)^4 = 0,977$$

Ejemplo 3.6 Se dispone de un sistema en paralelo formado por una bomba con una fiabilidad de 0,85 y una bomba de emergencia con probabilidad de fallo 0,25. Calcular:

a) La probabilidad de que fallen ambas.

b) La probabilidad de que al menos funcione una.

Solución

$$a) F(t) = 0{,}15 \cdot 0{,}25 = 0{,}0375$$

$$b) R(t) = 1 - 0{,}0375 = 0{,}9625 \rightarrow 96{,}25\%$$

Ejemplo 3.7 En un sistema se realizan 4 tareas consecutivas con una probabilidad de fallos del 30% cada una. Al considerarse ésta demasiado elevada, a cada ejecución de la tarea se le añade una comprobación con probabilidad de detectar el fallo el 99 %. Calcular la fiabilidad total del trabajo.

Solución:

$$R_{eff} = 1 - [(1 - R) \cdot (1 - Rt)] = 1 - [(1 - 0{,}7) \cdot (1 - 0{,}99)] = 0{,}997$$

$$R_T(t) = R_1 \cdot R_2 \cdot R_3 \cdot R_4 = 0{,}997^4 = 0{,}988 \rightarrow 98{,}8\%$$

Ejercicio 3.8 Un sistema de grupo de emergencia para protección contra incendios tiene una bomba principal eléctrica con una fiabilidad del 90%, una bomba diésel en stand-by con una fiabilidad del 85% y una bomba jockey eléctrica (más pequeña) con una fiabilidad del 95% que suple pequeñas necesidades y pruebas. El sistema de forma general tiene controles y alarmas por niveles, carga de baterías, suministro de gasoil, ubicación protegida, etc. y se realizan revisiones semanales incluidas la verificación del funcionamiento con arranque de bombas. Se pide razonar sobre la fiabilidad del mismo.

Solución:

La misión de una bomba jockey es limitar el número de arranque de las unidades principales, aumentar su duración y mejorar, evitando el envejecimiento por el uso, de las unidades principales que son las que actúan ante un incendio. Así, por ejemplo, la bomba jockey funciona cuando se prueba una manguera, hay una pequeña fuga o se carga un sistema por reparación, y su objetivo principal es reservar el funcionamiento de las unidades principales para cuando se necesitan por una emergencia mayor. Luego no participa de la seguridad general del sistema que está formado por dos bombas en paralelo.

Luego el sistema básico, para el concepto de fiabilidad, son dos bombas en paralelo, con fiabilidades 0,90 y 0,85 (se disminuye la fiabilidad de la bomba eléctrica, que suele ser alto como elemento individual, por la posibilidad de que el incendio alcance al suministro eléctrico de la unidad). El fallo de tensión y de la alimentación a bombas, no afecta a la bomba diésel que es autónoma y no está condicionada por el sistema eléctrico.

El hecho de tener todo un sistema de supervisión, pruebas y seguimiento con señales de alarma hace posible considerar un coeficiente de garantía, o conceptualmente un sistema de test de prueba alto, superior al 90%, tipo 95-96%, luego el problema de la fiabilidad es un problema combinado de dos bombas en paralelo junto con un test de control que aumenta la fiabilidad. El cálculo, con los valores anteriores es:

a) Sistema de dos bombas en paralelo

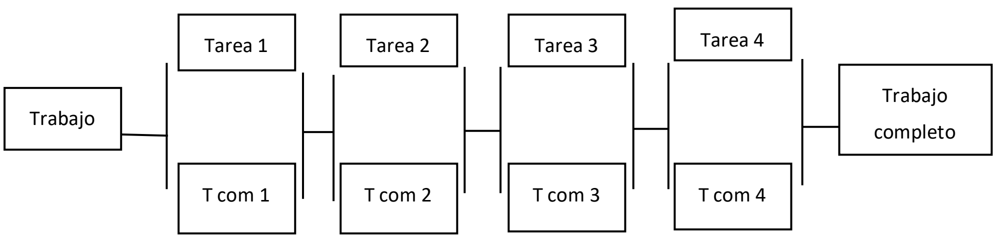
$$R_T(t) = 1- (1-0,90)\cdot(1-0,85) = 0,985 \rightarrow 98,5\%$$

b) La aplicación ahora del concepto de test (fiabilidad del test del 95%) representa:

$$R_T(t) = 1- (1- 0,985) \cdot (1- 0,95) = 0,9925 \rightarrow 99,2\%$$

Una fiabilidad muy elevada, tal como corresponde a un sistema de actuación ante una emergencia de incendios.

Ejercicio 3.9 En un sistema se realizan 5 tareas consecutivas con una probabilidad de fallo del 8% para cada una de ellas. Como esta tasa se considera demasiado elevada a cada tarea se le añade una comprobación con una probabilidad de detectar el fallo del 98%. Calcular la fiabilidad total del trabajo.



Solución:

Sistema en paralelo:

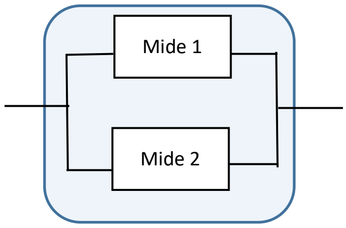
$$R(t) = 1 - \prod_{i=1}^{n}(1 - R_i(t)) \qquad F(t) = \prod_{i=1}^{n} F_i(t)$$

Para cada grupo de cajas $R_i(t) = 1 - [(1 - 0{,}92) \cdot (1 - 0{,}98)] = 0{,}999$

La fiabilidad total para cinco grupos en serie será:

$$R_T(t) = (0{,}9984)^4 = 0{,}9936 = 99{,}36\ \%$$

Ejemplo 3.10 La probabilidad de que un estudiante de ingeniería de minas se equivoque al medir/leer los datos de su estación total es del 5%. El profesor le pide que vuelva a medir y leer y entonces la probabilidad de fallo baja al 2%. Determinar cuánto aumenta la fiabilidad del estudiante para aportar un dato final tras las dos mediciones.



Solución:

R_1: 0,95 (Fiabilidad de la medición uno)

R_2: 0,98 (Fiabilidad de la medición dos)

Fiabilidad del sistema R(t):

$$R(t) = 1 - [(1-R_1) \cdot (1-R_2)] = 1 - [(1-0{,}95) \cdot (1-0{,}98)] = 0{,}999$$

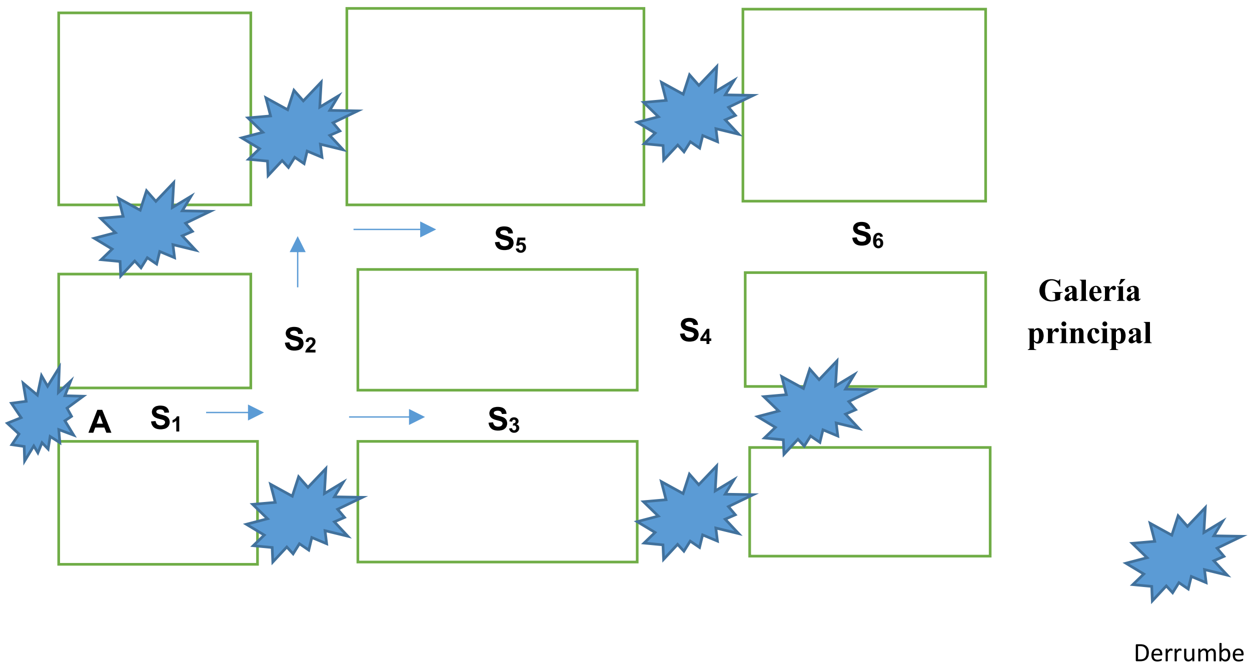
La fiabilidad aumenta del 95% al 99,9% con la segunda comprobación.

Ejercicio 3.11 Un ingeniero de minas se encuentra reconociendo una zona abandonada de una vieja mina de cámaras y pilares, donde se produce un derrumbe

repentino que ha de sumarse a los históricos que ha existían en la misma. Como consecuencia de ello, el ingeniero, ubicado en el punto A, comienza a correr hacia la galería principal donde se supone que estará a salvo. La figura que se adjunta hace referencia a las dos rutas posibles que puede seguir (si una falla puede retroceder y seguir la otra sin que ello disminuya su probabilidad de éxito). Si las probabilidades de cruzar por cada uno de los puntos (S_1, S_2, S_3, S_4, S_5, S_6) con éxito son 0.95, 0.7, 0.8, 0.8, 0.6 y 0.85 respectivamente. Determinar:

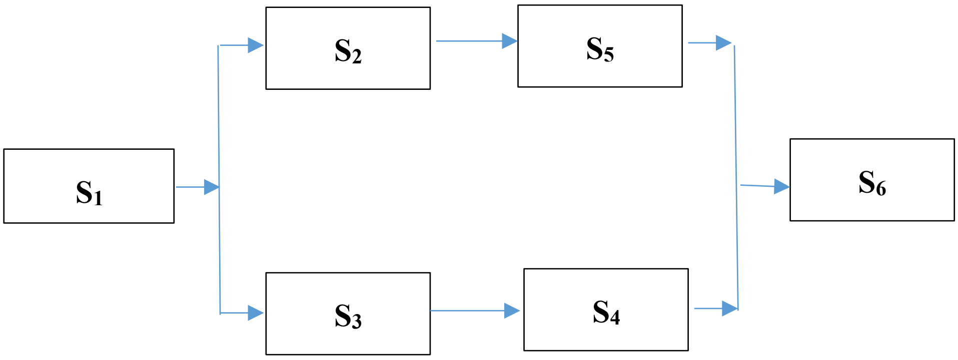
a) **El diagrama lógico serie/ paralelo.**
b) **La probabilidad que tiene de llegar con éxito a la galería principal.**

Nota: los elementos azules indican derrumbes.



Solución:

a)



b)

La fiabilidad conjunta de S2-S5 es:

$$R_{S2\text{-}S5} = 0{,}7 \cdot 0{,}6 = 0{,}42$$

La fiabilidad conjunta de S3-S4 es:

$$R_{S3\text{-}S4} = 0{,}8 \cdot 0{,}8 = 0{,}64$$

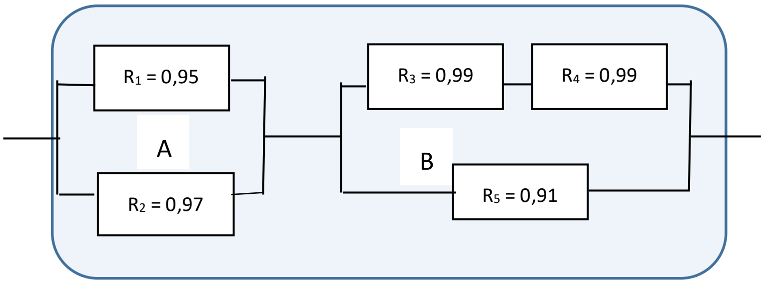
La fiabilidad en paralelo de las dos ramas anteriores es:

$$R_p(t) = 1 - [(1 - R_{S2\text{-}S5}) \cdot (1 - R_{S3\text{-}S4})] = 1 - [(1 - 0{,}42) \cdot (1 - 0{,}64)] = 0{,}79$$

Y de los tres elementos en serie:

$$R_s(t) = 0{,}95 \cdot 0{,}79 \cdot 0{,}85 = 0{,}64$$

Ejemplo 3.12 Calcular la fiabilidad del sistema combinado de la figura que se adjunta en el cual R_i representa la fiabilidad de cada proceso.



Solución:

Fiabilidad de A:

$$R_A = 1 - [(1\text{-}R_1) \cdot (1\text{-}R_2)] = 1 - [(1\text{-}0{,}95) \cdot (1\text{-}0{,}97)] = 0{,}9985$$

Fiabilidad de B:

$$R_B = 1 - [(1\text{-}R_{34}) \cdot (1\text{-}R_5)] = 1 - [(1\text{-}0{,}9801) \cdot (1\text{-}0{,}91)] = 0{,}9982$$

Fiabilidad 3 y 4:

$$R_{3\text{-}4} = 0{,}99 \cdot 0{,}99 = 0{,}9801.$$

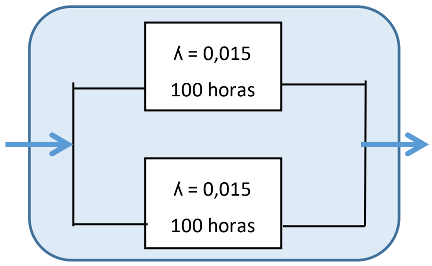
Fiabilidad del sistema R_T:

$$R_T = R_A \cdot R_B = 0{,}9985 \cdot 0{,}9982 = 0{,}9967$$

Ejercicio 3.13 Sea un sistema de dos elementos en paralelo cada uno con una tasa de fallos λ (t) de 0,015 y un tiempo esperado de funcionamiento de 10 horas para que el sistema tenga éxito. Si sólo es necesario que funcione uno de los dos para dar el servicio. Calcular:

a) Fiabilidad R_i de cada uno de los elementos.

b) Fiabilidad total del sistema R_T.



Solución:

Fiabilidad para cada uno de los equipos:

$$R_i\,(100) = e^{-\lambda t} = e^{-0{,}01 \cdot 100} = 0{,}2231$$

Fiabilidad del sistema:

$$R\,(100) = 1 - [(1\text{-}0{,}2231)\,(1\text{-}0{,}2231)] = 0{,}3964$$

Ejemplo 3.14 Un portaviones va a ser propulsado por cinco motores idénticos. Al sistema se le exige tener una fiabilidad superior al 94,8% para un tiempo de uso de 10

horas a plena potencia (por ejemplo para enfrentarse a una tormenta). Se pide calcular:

a) La fiabilidad individual de cada motor, suponiendo una distribución exponencial de la fiabilidad.

b) Tasa de fallos λ (t) a las 10 horas.

c) Si se considera que la plena potencia de las hélices se consigue con 4 unidades conectadas al eje principal de distribución, ¿Cual serían ahora los nuevos valores de la fiabilidad y de la tasa de fallos?

Solución:

a) La ecuación de la fiabilidad para una distribución exponencial es:

$$R\ (t) = e^{-\lambda t}$$

Como deben funcionar las 5 Ud., es un sistema de configuración serie, y la fiabilidad del sistema es el producto de la fiabilidad de cada motor.

$$R_{Total} = R_1 \cdot R_2 \cdot R_3 \cdot R_4 \cdot R_5 = R_i^5 = 0{,}948 \rightarrow R_i = 0{,}9894$$

$$R_i = e^{-\lambda t} = 0{,}9894 \rightarrow 98{,}94\%;$$

b) Con t = 10 horas se tiene:

$$\text{Ln}\ (0{,}9893) = -10\ \lambda \cdot \ln\ (e) \quad \rightarrow \quad \lambda\ (t) = \ln\ (0{,}9893)\ /\ (-10) = 0{,}00108$$

$$\lambda\ (t{=}10) = 0{,}00108.$$

c) Un conjunto de 5 Ud. de las cuales 4 deben funcionar con la fiabilidad mínima que se exige, se modela como un conjunto de m = 5 elementos, seleccionados de cuatro en cuatro, n = 4, y de tal forma que una Ud. no puede estar dos veces en el mismo grupo, y esto corresponde a combinaciones de (m) elementos tomados de (n) en (n) grupos, sin repetición (un motor no puede estar en dos sitios a la vez).

La expresión[6] es: Nº_opciones = $C_{m,n} = ({}^{m}{}_{n}) = \left(\frac{m!}{n!\cdot(m-n)!}\right) = 5!\ /\{4!\cdot(5\text{-}4)!\} = 5$

[6] La solución es evidente, ya que si se quita un motor, quedan cuatro que deben funcionar y como se dispone de 5 Ud., se puede apartar 5 veces un motor distinto. Se da la expresión general porque si la

La fiabilidad de cuatro unidades en serie, y para una distribución exponencial es:

$$R_T = R_i^4$$

La composición de 5 grupos en paralelo, cada uno de ellos puede dar el servicio, con una fiabilidad de Ri^4 es:

$$R_T = 0{,}984 = 1\text{-}\ (1\text{-}\ R_i^4)^5 \ \rightarrow\ (1 - 0{,}984)^{1/5} = (1\text{-}\ R_i^4) = 0{,}4373$$

$$R_i = (1 - 0{,}4373)^{1/4} = 0{,}8661 \rightarrow 86{,}61\%$$

La tasa de fallos para los motores, con el nuevo valor será:

$$R_i = e^{-\lambda t} = 0{,}8661 \rightarrow 86{,}61\%\%$$

$$\ln (0{,}8661) = -10\ \lambda \cdot \ln (e) \rightarrow \lambda (t) = \ln (0{,}8661) / (-10) = 0{,}0144$$

$$\lambda (t) = 0{,}0144$$

Comentario 1: La diferencia de un motor de reserva baja la exigencia de fiabilidad a cada unidad de 99% a 86%, 13 puntos porcentuales, y la tasa de fallos, la exigencia sobre este valor, la disminuye en más de 13 veces.

Comentario 2: La exigencia de 99% de fiabilidad exige motores de muy alta calidad, con control permanente y vigilancia continua los tres turnos, y una tasa de 86%, si se implementa algún tipo de test mediante señales remotas a puente, exige motores normales, con supervisión automática y vigilancia no permanente (sin entrar en consideraciones de reglamentación naval que pueda imponer otras condiciones).

---

combinación fuera de 5 Ud. de los que deben funcionar tres para asegurar el funcionamiento correcto, la solución ya no es tan evidente, y se corresponde a variaciones de 5 unidades tomadas de tres en tres (10 combinaciones).

3.3 FIABILIDAD COMBINADA, FIABILIDAD DE UN TALLER, SERVICIO, O FÁBRICA

La determinación de la fiabilidad de una planta de producción, formada, de menor a mayor entidad, por: elementos (grupo de componentes), equipos (grupo de elementos) y talleres (conjunto de equipos), es un tarea tremendamente compleja que depende en gran medida de una laboriosa recogida de información. Tanto es así que los datos obtenidos requieren de un gran control que eviten las distorsiones generadas si no se aplican cuidadosamente metodologías contrastadas de recogida de información no sesgada. En el ejemplo que se adjunta puede observase como disminuye la fiabilidad a medida que se asciende a los escalones de mayor complejidad.

NOTA: El ejemplo se suministra en hoja de Excel aparte, para que el estudiante interactúe con el modelo.

Ejemplo 3.15 Determinar la fiabilidad y el MTBF de un taller, para los datos suministrados en los recuadros. Suponer una distribución exponencial de fiabilidad.

Solución:

Para el cálculo del ejercicio, estudiar la variación de la fiabilidad, se usan los datos que están dentro de los recuadros. Los valores de λ ubicados en el exterior de los cuadro han sido empleados para realizar verificaciones, pero no forman parte del modelo.

Los diferentes equipos y unidades no necesariamente tienen que estar modelados con la misma función del componente, de hecho, cada equipo, unidad, etc. se debe modelar con aquellos medios o funciones más adecuados al uso y la experiencia, aquella que da una imagen más fiel del elemento modelado.

Estudio primer nivel (componente). El equipo B_2 está formado por un elemento que tiene tres componente en paralelo y que dan servicio si funciona cualquiera de ellos (función "O"). La tasa de fallos es $\lambda = 0{,}01$ y se estudia la fiabilidad para t (h) = 100 horas.

La salida (el cálculo) para el elemento C (C_1+C_2+C_3) es:

Tasa de fallos, λ (B_2)=0,00291; MTBF: 343 h; Fiabilidad: 0,747 (74,7%)

Estudio segundo nivel (equipos). El equipo B_2 formado por el nivel estudiado anteriormente, tiene las variables calculadas anteriormente y el B_1 tiene las siguientes (información previamente calculada conforme a su composición):

Tasa de fallos, λ (B_2)=0,0005; MTBF: 2000 h; Fiabilidad: 0,98

Ambos equipos deben estar en funcionamiento, función "Y" para que no se pare la fábrica, y la salida de cálculo, que son los datos de la Unidad B, son los siguientes (cálculo de un problema serie B_1 y B_2):

Tasa de fallos, λ (DyE)=0,00311; MTBF: 321 h; Fiabilidad: 0,73

Estudio tercer nivel (unidades). Los unidades están formados por equipo (y estos por elementos, se va ascendiendo en la complejidad del sistema). La unidad B formada por el nivel estudiado anteriormente, tiene las variables ya calculadas, y la unidad A y C los valores dados en el esquema que se adjunta. (Información previamente obtenida).

Los equipos deben estar en funcionamiento, función "Y" para que no se para el taller, y la salida del cálculo, datos del taller, son (cálculo de un problema serie A y B y C):

Tasa de fallos, λ (AyByC)=0,00411; MTBF: 243 h; Fiabilidad: 0,66

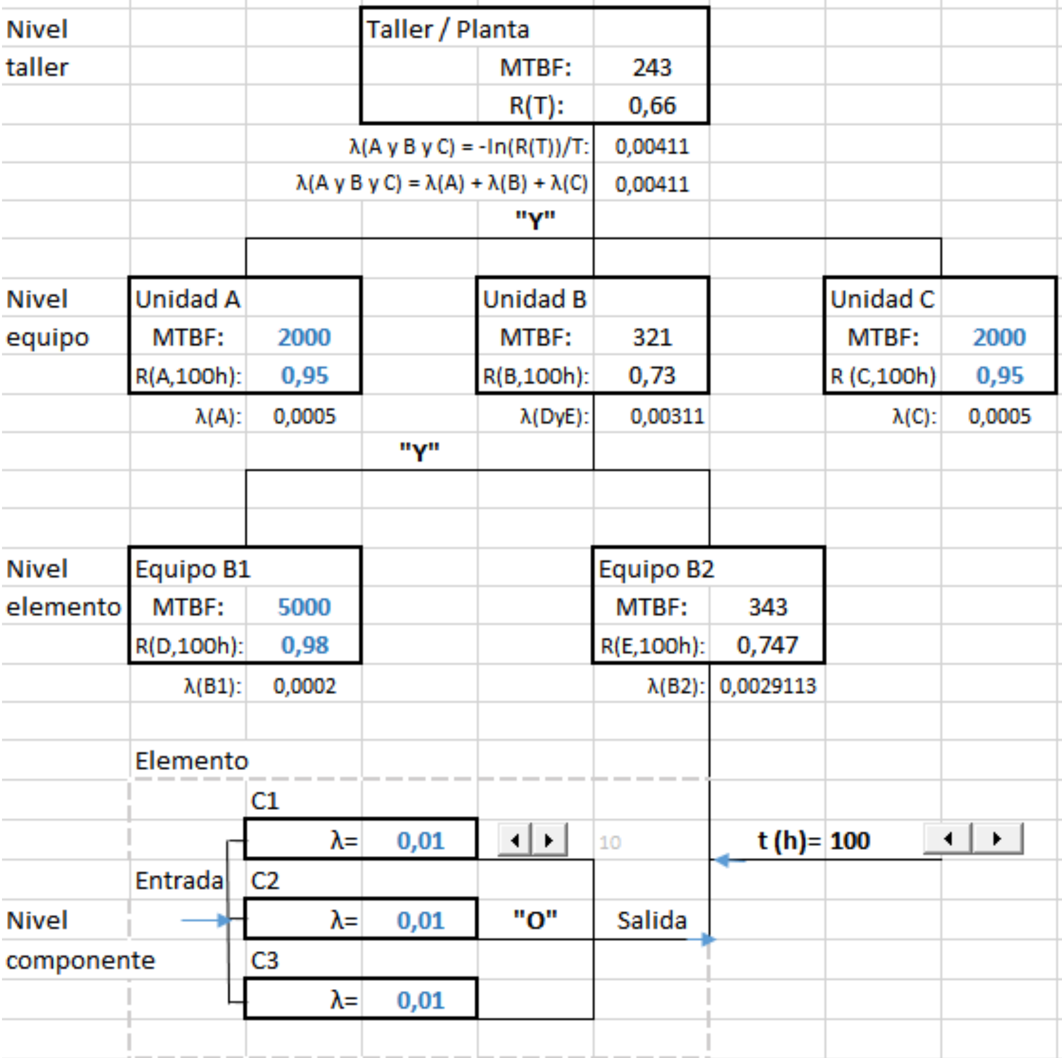
Se observa que el MTBF y la fiabilidad disminuyen al subir de nivel, pero el esquema permite identificar la línea donde se produce la mayor pérdida de fiabilidad.

En el ejercicio se muestra como la combinación de elementos que se estudian por separado como paralelo o serie, o su combinación, y se da un resultado global de fábrica.

En capítulos posteriores se estudia con detalle cada escalón como ejercicio independiente, baste aquí saber que la fiabilidad disminuye siempre, cuando se asciende en la complejidad de las instalaciones como criterio, nunca se puede conseguir una fiabilidad mayor al combinar componentes, equipos, etc. que la correspondiente al equipo o componente de menor nivel con la excepción de disponer de series en paralelo como reserva de seguridad (equipos en stand by).

Cálculo de la fiabilidad: Componente - Elemento - Equipo - Taller - Planta (fábrica)

Fiabilidad, $R(t) = \exp(-\lambda t)$ Probabilidad de fallo, $F(t) = 1 - \exp(-\lambda t)$



R(E,h): Fiabilidad, probabilidad de supervivencia del equipo "E" a las "h" horas

R(E,t(h), paralelo): 1-{(1-exp(-λt)}^n; para "n" equipos iguales e independientes en paralelo

R(E,t(h), paralelo(3)): 1-{(1-exp(-λt)}^3

λ (E)= 1 / MTBF(E); MTBF (E,h) =1/λ(E), tiempo medio entre fallos medido en horas

Componente : Unidad básica que se modela como probabilidad de fallo (p.e. cojinete / rodamiento)

Elemento : Formado por varios componentes montados en serie y paralelo; su fiabilidad es el resultado conjunto de aplicar la combinaciòn correspondiente de serie / paralelo (p.e. caja de cambio, motor de accionamiento, etc

Equipo: Conjunto de elementos e instalaciones (p.e.Torno, molino, cinta de transporte, etc)

Taller: Conjunto de equipos y elementos (p.e. Taller de molienda, frente de mina, cantera)

Fábrica / Planta: Conjunto de talleres

BIBLIOGRAFÍA

Libros y revistas

Bedford, T., Cooke, R. (2003). Probability risk analysis: foundations and methods. Cambridge University Presss, Cambridge, UK.

Brick, J. M., Michael, J. R., & Morganstein, D. (1989). Using statistical thinking to solve maintenance problems. Quality Progress, 22(5), 55-60.

Dhillon, B. S. (1999). Design reliability: fundamentals and applications. CRC press.

Dhillon, B. S. (2002). Engineering maintenance: a modern approach. CRC press.

Fernández, F. J. G. (2005). Teoría y práctica del mantenimiento industrial avanzado. FC editorial.

Heydorn, R. P. (2001). Reliability Engineering Handbook. Technometrics.

Ireson, W. G., Coombs, C. F., & Moss, R. Y. (1996). Handbook of reliability engineering and management. McGraw-Hill Professional.

Jardine, A. K., & Tsang, A. H. (2013). Maintenance, replacement, and reliability: theory and applications. CRC press.

Kececioglu, D. (2002). Reliability and life testing handbook (Vol. 2). DEStech Publications, Inc.

Leavenworth, R. S., & Grant, E. L. (2000). Statistical quality control. McGraw-Hill Education.

Meeker, W. Q., & Escobar, L. A. (2014). Statistical methods for reliability data. John Wiley & Sons.

MIL-HDBK-338 (1988). Electronic reliability design handbook. US Department of defense.

Nelson, W. B. (2009). Accelerated testing: statistical models, test plans, and data analysis (Vol. 344). John Wiley & Sons.

O'Connor, P., & Kleyner, A. (2012). Practical reliability engineering. John Wiley & Sons.

Rey, F. (1996). Hacia la excelencia en mantenimiento. TGP Hoshin, Madrid, España.

Ríos, S. (1973). Métodos estadísticos. Ediciones del Castillo. España.

Tobias, P. A., & Trindade, D. (2011). Applied reliability. CRC Press.

Torell, W., & Avelar, V. (2004). Mean time between failure: Explanation and standards. white paper 78.

Páginas Web

"Fiabilidad de sistemas" Wikipedia: The Free Encyclopedia. Wikimedia Foundation, Inc. 22 July 2004. Web. 30 Aug. 2016.

"Mantenimiento" Wikipedia: The Free Encyclopedia. Wikimedia Foundation, Inc. 22 July 2004. Web. 30 Aug. 2016.