

# ÁLGEBRA LINEAL Y GEOMETRÍA

## HOJA PROBLEMAS TEMA 2 - SISTEMAS LINEALES

EJERCICIO 1. Estudiar y resolver cuando sea posible los siguientes sistemas utilizando el método de eliminación de Gauss

$$a) \left. \begin{array}{l} x + y - z = 2 \\ 3x + 3y + z = 2 \\ x + z = 0 \end{array} \right\}$$

$$b) \left. \begin{array}{l} x + 2y - 5z - t + 2u = -3 \\ y - 2z + t - 4u = 1 \\ 2x - 3y + 4z + 2t - u = 9 \end{array} \right\}$$

$$c) \left. \begin{array}{l} x + 2y - 3z = 0 \\ -2x - z = -3 \\ -x + y = 0 \\ -2y + 4z = 4 \end{array} \right\}$$

$$b) \left. \begin{array}{l} x + y - 3t - u = -3 \\ x - y + 2z - t = -1 \\ 4x - 2y + 6z + 3t - 4u = 3 \\ 2x + 4y - 2z + 4t - 7u = 4 \end{array} \right\}$$

EJERCICIO 2. Estudiar y resolver, cuando sea posible, los siguientes sistemas en función del valor de los parámetros.

$$a) \left. \begin{array}{l} x + y + 2z = 2 \\ 2x + 3y - z = 5 \\ 3x + 4y + z = c \end{array} \right\}$$

$$b) \left. \begin{array}{l} x - y + 1 = 0 \\ x - z + 2 = 0 \\ x + y + az = -b \end{array} \right\}$$

$$c) \left. \begin{array}{l} ax + y + z = 1 \\ x + ay + z = a \\ x + y + az = a^2 \end{array} \right\}$$

EJERCICIO 3. Usar la eliminación de Gauss Jordan para resolver los siguientes sistemas

$$a) \left. \begin{array}{l} x - 2y + 3z = 9 \\ -x + 3y = -4 \\ 2x - 5y + 5z = 17 \end{array} \right\}$$

$$b) \left. \begin{array}{l} x - 3z = -2 \\ 3x + y - 2z = 5 \\ 2x + 2y + z = 4 \end{array} \right\}$$

EJERCICIO 4. Clasifica los siguientes sistemas, y si es posibles resolverlos por el método de Gauss o de Gauss-Jordan

$$a) \left. \begin{array}{l} x + 3y = -2 \\ 4x + 6y = 1 \\ 9x - y = 0 \end{array} \right\}$$

$$b) \left. \begin{array}{l} 2x + 3y + 2z = 1 \\ -x + y + 4z = 7 \end{array} \right\}$$

$$c) \left. \begin{array}{l} 3x - y + 2z + 4t = 6 \\ -2x + y + 3z - 3t = 1 \\ -x + y + 8z - 2t = 8 \end{array} \right\}$$

$$d) \left. \begin{array}{l} x + 3y = -2 \\ 4x + 6y = 1 \\ 7x + 9y = 4 \end{array} \right\}$$

$$e) \left. \begin{array}{l} x + 3y = 0 \\ 4x + 6y = 0 \\ 9x - y = 0 \end{array} \right\}$$

$$f) \left. \begin{array}{l} 2x + 3y + 2z = 0 \\ -x + y + 4z = 0 \end{array} \right\}$$

EJERCICIO 5. Hallar todas las matrices  $\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$  que conmuten con  $\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -1 & -1 \end{pmatrix}$ , expresándolo como sistema lineal de ecuaciones con cuatro incógnitas y resolviéndolo por Gauss

EJERCICIO 6. Hallar todas las matrices 3x3 tales que la suma de cada una de sus columnas es 1, expresándolo como sistema lineal de ecuaciones con 9 incógnitas y resolviéndolo por Gauss.

EJERCICIO 7. Hallar el valor o valores del parámetro m para que sea compatible el sistema cuya matriz ampliada es

$$A^* = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 4 & 3 & m \\ -3 & -1 & 1 \\ 2 & -1 & m \end{pmatrix}, \text{ Resolverlo en dichos casos}$$

EJERCICIO 8. Hallar el valor de b para que el siguiente sistema tenga soluciones no triviales, y para dicho valor de b resolverlo por Gauss-Jordan,

$$\begin{aligned} x - y - 2z &= 0 \\ 3x + by - 2z &= 0 \\ x + 4y + 2z &= 0 \end{aligned}$$

EJERCICIO 9. Dada la matriz  $A = \begin{pmatrix} 3 & -1 \\ 0 & 2 \end{pmatrix}$ , se considera el sistema de ecuaciones homogéneo que tiene como matriz de coeficientes  $A - kI$

- (a) Hallar el valor o valores de k para que el sistema no tenga soluciones no triviales  
 (b) Resolver el sistema en cada uno de los casos

EJERCICIO 10. Discute según los valores reales del parámetro k los siguientes sistemas lineales

$$a) \begin{cases} x - 3y + 5z = 2 \\ 2x - 4y + 2z = 1 \\ 5x - 11y + 9z = k \end{cases}$$

$$b) \begin{cases} x + y + kz = 1 \\ x + ky + z = 1 \\ kx + y + z = 1 \end{cases}$$

$$c) \begin{cases} x - 2y + 3z = 1 \\ 2x + ky + 6z = 6 \\ -x + 3y + (k - 3)z = 0 \end{cases}$$

EJERCICIO 11. Resolver por el método de Gauss el sistema de ecuaciones lineales

$$\begin{cases} x + y + z + t = -2 \\ x - y - z + t = -4 \\ x - y + z + t = -6 \\ x + y - z + t = 0 \end{cases}$$

EJERCICIO 12. Estudiar la compatibilidad de los sistemas, resolviéndolos cuando sea posible

$$a) \begin{cases} x + y + z + 2t = -1 \\ 2x + y + 3z + 4t = -3 \\ 3x + 2z + 4t = -6 \end{cases}$$

$$b) \begin{cases} x + 2z + t = -3 \\ 2x + y + 3z + t = -3 \\ 3x + y + 5z + 2t = -6 \end{cases}$$

EJERCICIO 13. Estudiar por el método de Gauss el siguiente sistema en función del parámetro m y resuélvelo cuando sea posible.

$$\begin{cases} x + 2y + z = 0 \\ z + (m + 2)y + 2z = 0 \\ x + (2 - m)y + (m - 2)z = 0 \end{cases}$$

EJERCICIO 14. Estudiar por el método de Gauss el siguiente sistema en función de los parámetros a y b y resuelve en el caso en que el sistema sea compatible indeterminado.

$$\begin{cases} 2x - y + z = 3 \\ x - y + z = 2 \\ 3x - y - az = b \end{cases}$$