Algebra Lineal y Geometría. Prueba de Septiembre 6 -9-2012

Primera prueba

Nota: En todas las pruebas se exigirá todo razonado y justificado, no se calificara poner solo los resultados

1.a) Dada una matriz A de tamaño 3x 3 con Det(A)= - 4.Calcular $Det(A^2)$,$Det(4A)$, $Det(A^{-1})$ (1.5 p)

b) Estudiar la compatibilidad del sistema según los valores del parámetro a (2 p)

$$\begin{aligned} x + y + 2z &= 0 \\ \mathrm{m}\,x + y - z &= m - 2 \\ 3x + my + z &= m - 2 \end{aligned}$$

c) Calcular el valor del determinante (1.5 p)

$$A = \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 3 & 4 \\ 1 & 4 & 9 & 16 \\ 1 & x & x^2 & x^3 \end{vmatrix}$$

2.a) Sea $A = \begin{bmatrix} 1 & -2 & 1 \\ -1 & 1 & 2 \\ 1 & -2 & 3 \end{bmatrix}$.Encontrar si es que existe, un matriz B tal que $AB = A^2 + 3\,A$ (2p)

b) Factorizar en la forma LU la matriz (1.5 p)

$$A = \begin{vmatrix} 0 & -1 & 4 \\ 2 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & -2 \end{vmatrix}$$

c) Dada la matriz $J = \begin{bmatrix} -2 & -1 & 0 & 3 & -4 \\ 3 & -1 & 2 & 0 & 3 \\ 5 & -4 & 0 & -1 & 2 \end{bmatrix}$. Calcular la forma escalonada reducida y su rango (1.5p)

Segunda prueba

3. En R^4 se considera el subespacio A= $\begin{cases} x - z = 0 \\ x + y + t = 0 \end{cases}$ y el subespacio B={(1,-1,1,0},{0,1,0,1)}

a) Calcular dimensión B y dar una base (0.75 p)

b) Calcular dimensión A y dar una base (1.5 p)

c) Calcular dim(A+B) y una base y $\dim(A \cap B)$ y una base así como sus ecuaciones implícitas (2.25 p)

4. En el espacio euclídeo (R^4 .) se considera el subespacio

$$H = \begin{cases} x - z = 0 \\ y - t = 0 \end{cases}$$

Calcular
a) Una base del subespacio H (0.75 p)
b) Calcular la matriz A de proyección que genera los vectores de la base anterior sobre el subespacio H (2 p)
c) Calcular la proyección del vector (0, 3, 2,2) sobre el subespacio H (0.75)
d) Calcular el subespacio ortogonal al subespacio H (2 p)

Tercera prueba

5 . Sea f la transformación lineal de $\mathrm{R}^3 \to \mathrm{R}^3$ tal que f(1,0,0)=(4 , 2,1) , f(0,1,0)=(1,5,1) , f(0,0,1)=(-1,-2,2) donde

$e_1 = (1,0,0), e_2 = (0,1,0), e_3 = (0,0,1)$ es la base canónica de R^3 .Se pide

a) Calcular los valores propios de A y los subespacios de vectores propios asociados (1.25 p)

c) Razonar si A es diagonalizable. En caso afirmativo, escribir una matriz diagonal semejante a la A y la matriz de paso correspondiente (1 p)

d) Calcular las ecuaciones de Ker f y de Imagen f y sus dimensiones (1.5 p)

f) Indicar de que tipo de aplicación se trata. (0.75 p)

6. Un operador lineal definido en un espacio vectorial de dimensión tres esta caracterizado por la matriz simétrica

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

a) Estudiar la Diagonalización de f por semejanza ortogonal, así como calcular la matriz de f respecto de esta base de vectores propios. (Llamarla D). Relación entre las matrices A y D (2 p).

b) Calcular las ecuaciones implícitas de los subespacios invariantes (2 p)

c) Calcular A^{17}(1 p)

d) Calcular la traza de la matriz A y ver que coincide con la de la matriz diagonal (0.5 p)
