

ÁLGEBRA LINEAL Y GEOMETRÍA

EXAMEN 24 DE ENERO DE 2018

GRADO EN INGENIERÍA DE LOS RECURSOS MINEROS/ENERGÉTICOS

UNIVERSIDAD DE CANTABRIA

EJERCICIO 1. (19 PUNTOS)

(a) (10 puntos) Dada la matriz $A = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 1 \\ 2 & -3 & 1 \\ 1 & -2 & 2 \end{pmatrix}$, calcula la inversa de A utilizando el método de Gauss

(b) (9 puntos) Dada la matriz $B = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 0 \\ 2 & -2 & 1 & 0 \\ 1 & -3 & -1 & a \\ 3 & -1 & 1 & a \end{pmatrix}$, estudia el rango de B en función del parámetro a, siendo a un número real. Calcular el determinante de B utilizando alguna de las propiedades de los determinantes.

EJERCICIO 2. (17 PUNTOS) Sean U y W dos subespacios vectoriales de \mathbb{R}^4 , siendo $U = \{(x, y, z, t) \in \mathbb{R}^4 / y + z + t = 0\}$ y $W = \{(x, y, z, t) \in \mathbb{R}^4 / x + y = 0, z = 2t\}$

(a) (5 puntos) Halla una base y dimensión de U y de W

(b) (5 puntos) Halla una base de $U+W$

(c) (5 puntos) Halla una base de $U \cap W$

(d) (2 puntos) Sean S y T dos subespacios de \mathbb{R}^5 , siendo $\dim S=3$ y $\dim T=1$ ¿qué posibilidades hay para las dimensiones de $S+T$ y de $S \cap T$?

EJERCICIO 3. (17 PUNTOS) Dado el subespacio vectorial de \mathbb{R}^4 en paramétricas $T = \{(\alpha + \beta, \alpha, -2\alpha - \beta, 2\alpha)\}$

(a) (5 puntos) Razona la dimensión del complemento ortogonal. Calcula el complemento ortogonal T^\perp

(b) (5 puntos) ¿Es T una base ortogonal? ¿Por qué? Calcula una base ortogonal para T.

(c) (5 puntos) Calcula la proyección del vector v sobre T, siendo $v=(2,4,-1,0)$

(d) (2 puntos) Calcula la proyección del vector v sobre T^\perp utilizando el resultado del apartado anterior.

EJERCICIO 4. (17 PUNTOS) Dada la aplicación lineal:

$$f: \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^2$$

$$(x, y, z) \mapsto (x + 2y, 2y - z)$$

(a) (2 puntos) Razona si una aplicación $\mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^2$ puede ser inyectiva

(b) (2 puntos) Calcula una base de la Imagen de f.

(c) (2 puntos) Calcula una base del núcleo de f.

(d) (2 puntos) Comprueba que las dimensiones del apartado anterior son correctas. utilizando la fórmula de dimensiones ¿Cuál es el rango de la aplicación lineal?

(e) (2 puntos) ¿Es la aplicación sobreyectiva? ¿Por qué?

(f) (7 puntos) Dadas las bases $B = \{(1, 1, 0), (1, 0, 1), (0, 1, 1)\}$ y $B' = \{(1, 1), (1, -1)\}$, hallar la matriz en bases B y B'; es decir, hallar la matriz de f tomando la base B en \mathbb{R}^3 y la base B' en \mathbb{R}^2 .

EJERCICIO 5. (12 PUNTOS) Ejercicio de Antonio Galván. Entregar en hoja a parte.