

**ÁLGEBRA LINEAL Y GEOMETRÍA**  
**EXAMEN 5 DE SEPTIEMBRE DE 2018**

**GRADO EN INGENIERÍA DE LOS RECURSOS MINEROS/ENERGÉTICOS**

**UNIVERSIDAD DE CANTABRIA**

**EJERCICIO 1.** (14 PUNTOS) Dada la matriz  $A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 0 & -1 \\ 5 & 1 & -3 & -7 \\ 7 & 2 & -3 & -8 \\ 1 & 0 & 2 & 2 \end{pmatrix}$ ,

- (a) (6 puntos) Calcula el rango de A.
- (b) (6 puntos) Calcula la forma escalonada reducida de A.
- (c) (2 puntos) Resuelve el sistema

$$\begin{cases} 2x + y = -1 \\ 5x + y - 3z = -7 \\ 7x + 2y - 3z = -8 \\ x + 2z = 2 \end{cases}$$

**EJERCICIO 2.** (40 PUNTOS) Sean M y N dos subespacios vectoriales de  $\mathbb{R}^3$ , siendo M el subespacio generado por los vectores  $(-3,1,0)$ ,  $(1,0,1)$  y  $(-10,2,-4)$  y  $N = \{(x,y,z) \in \mathbb{R}^3 / 2x - y - z = 0\}$

- (a) (10 puntos) Halla una base y dimensión de M y sus ecuaciones implícitas. ¿El vector  $(4,-1,1)$  pertenece a M?
- (b) (5 puntos) Halla una base y dimensión de N
- (c) (5 puntos) Halla una base de  $M \cap N$
- (d) (2 puntos) Deduce la dimensión de  $M+N$
- (e) (5 puntos) Razona la dimensión del complemento ortogonal de M. Calcula el complemento ortogonal  $M^\perp$
- (f) (10 puntos) Calcula la proyección del vector v sobre M, siendo  $v = (-10,10,2)$
- (g) (3 puntos) Calcula el vector simétrico de v respecto a M

**EJERCICIO 3.** (16 PUNTOS) Dada la aplicación lineal:

$$f: \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^4$$

$$(x, y, z) \mapsto (x + 2z, -x - y - z, 2y - 3z, x - z)$$

- (a) (6 puntos) Calcular la matriz asociada a la aplicación y el rango de la aplicación. Utiliza esta matriz para calcular la imagen del vector  $(1, 2, -1)$
- (b) (5 puntos) Dar una base y dimensión del  $\text{Ker}(f)$
- (c) (2 puntos) Clasifica la aplicación.
- (d) (3 puntos) ¿Puede una aplicación de  $\mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^4$  ser biyectiva?

**EJERCICIO 4.** (12 PUNTOS) Ejercicio de Antonio Galván. Entregar en hoja a parte.