

ÁLGEBRA LINEAL Y GEOMETRÍA
EXAMEN 5 DE SEPTIEMBRE DE 2018

GRADO EN INGENIERÍA DE LOS RECURSOS MINEROS/ENERGÉTICOS

UNIVERSIDAD DE CANTABRIA

EJERCICIO 1. (14 PUNTOS) Dada la matriz $A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 0 & -1 \\ 5 & 1 & -3 & -7 \\ 7 & 2 & -3 & -8 \\ 1 & 0 & 2 & 2 \end{pmatrix}$,

- (a) (6 puntos) Calcula el rango de A.
- (b) (6 puntos) Calcula la forma escalonada reducida de A.
- (c) (2 puntos) Resuelve el sistema

$$\begin{cases} 2x + y = -1 \\ 5x + y - 3z = -7 \\ 7x + 2y - 3z = -8 \\ x + 2z = 2 \end{cases}$$

EJERCICIO 2. (40 PUNTOS) Sean M y N dos subespacios vectoriales de \mathbb{R}^3 , siendo M el subespacio generado por los vectores $(-3,1,0)$, $(1,0,1)$ y $(-10,2,-4)$ y $N = \{(x,y,z) \in \mathbb{R}^3 / 2x - y - z = 0\}$

- (a) (10 puntos) Halla una base y dimensión de M y sus ecuaciones implícitas. ¿El vector $(4,-1,1)$ pertenece a M?
- (b) (5 puntos) Halla una base y dimensión de N
- (c) (5 puntos) Halla una base de $M \cap N$
- (d) (2 puntos) Deduce la dimensión de $M+N$
- (e) (5 puntos) Razona la dimensión del complemento ortogonal de M. Calcula el complemento ortogonal M^\perp
- (f) (10 puntos) Calcula la proyección del vector v sobre M, siendo $v = (-10,10,2)$
- (g) (3 puntos) Calcula el vector simétrico de v respecto a M

EJERCICIO 3. (16 PUNTOS) Dada la aplicación lineal:

$$f: \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^4$$

$$(x, y, z) \mapsto (x + 2z, -x - y - z, 2y - 3z, x - z)$$

- (a) (6 puntos) Calcular la matriz asociada a la aplicación y el rango de la aplicación. Utiliza esta matriz para calcular la imagen del vector $(1, 2, -1)$
- (b) (5 puntos) Dar una base y dimensión del $\text{Ker}(f)$
- (c) (2 puntos) Clasifica la aplicación.
- (d) (3 puntos) ¿Puede una aplicación de $\mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^4$ ser biyectiva?

EJERCICIO 4. (12 PUNTOS) Ejercicio de Antonio Galván. Entregar en hoja a parte.