

1º Grado en Ingeniería de los Recursos Energéticos / Mineros
ÁLGEBRA Y GEOMETRÍA - 1º parcial (recuperación) - 6 septiembre 2016

Apellidos:..... Nombre:

INSTRUCCIONES:

- No se puede usar calculadora.
- Escribir el resultado final de cada ejercicio en el recuadro.
- En hojas aparte deberán detallarse todos los cálculos. De lo contrario no se valorará la respuesta.

| EJERCICIOS | RESULTADOS |
|---|------------|
| <p>1) [1.5 ptos] Hallar la forma escalonada <u>reducida</u> y el <u>rango</u> de la matriz</p> $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 3 & -2 \\ 2 & 1 & 0 & 1 \\ -4 & -3 & 6 & -7 \end{pmatrix}$ | |
| <p>2) [2.5 ptos] Para la matriz A dada en el Ejercicio 1, considerar el sistema de ecuaciones cuya matriz <u>ampliada</u> es A.</p> <p>a) [1 pto] Clasificar dicho sistema.</p> <p>b) [1.5 pto] Resolverlo utilizando el método de Gauss-Jordan. En caso de ser compatible indeterminado, dar la solución general y una solución particular.</p> <p><i>[Nota: Se pueden reutilizar los cálculos hechos en el Ejercicio 1.]</i></p> | |
| <p>3) [1.5 ptos] Calcular por el <u>método de Gauss</u> la matriz inversa de</p> $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 3 & 0 \\ 0 & 0 & -4 \end{pmatrix}.$ Comprobarlo. | |
| <p>4) [2.5 ptos] Se considera el sistema de ecuaciones homogéneo cuya matriz <u>de coeficientes</u> es</p> $\begin{pmatrix} k & 1 & 0 \\ 0 & k & 0 \\ 0 & 0 & 3-k \end{pmatrix}$ <p>a) [1 pto] Hallar k para que el sistema tenga soluciones no triviales.</p> <p>b) [1.5 pto] Resolver el sistema por Gauss para cada valor de k (para todos los valores de k, no solo para los hallados en a)</p> | |

CUESTIONES

Dar la respuesta en el espacio disponible.

Las respuestas solo se valorarán si están debidamente razonadas y explicadas.

CUESTIÓN 1 [0.5 ptos]

¿Qué es una matriz simétrica?

CUESTIÓN 2 [0.5 ptos]

¿Verdadero o falso? *“Si un determinante es no nulo, también lo seguirá siendo después de hacer cualquier operación de Gauss en sus filas o columnas”*. Razona la respuesta.

CUESTIÓN 3 [0.5 ptos]

Se tiene una matriz 4×4 regular. ¿Cómo será su forma escalonada reducida?

CUESTIÓN 4 [0.5 ptos]

Se tiene un sistema de ecuaciones cuya matriz de coeficientes es de tamaño 3×5 . ¿Este sistema puede ser compatible determinado? Razona la respuesta.

1º Grado en Ingeniería de los Recursos Energéticos / Mineros
ÁLGEBRA Y GEOMETRÍA - 2º parcial (recuperación) - 6 septiembre 2016

Apellidos:..... Nombre:

INSTRUCCIONES:

- No se permite el uso de calculadora.
- Escribir el resultado final de cada ejercicio en el recuadro.
- En hojas aparte deberán detallarse todos los cálculos. De lo contrario no se valorará la respuesta.

| EJERCICIOS | RESULTADOS |
|---|------------|
| <p>1) [1 pto] Determinar si el vector $w=(-1,0,1)$ de \mathbb{R}^3 pertenece o no al subespacio $S= \langle (1,1,2), (-3,0,4) \rangle$</p> | |
| <p>2) [2.5 ptos] Sea S el subespacio de \mathbb{R}^4 cuya forma paramétrica es: $(\alpha, 2\beta+\alpha, \beta, \beta)$ Hallar: a) [1 pto] Una base de S. b) [0.5 pto] La dimensión de S. c) [1 pto] La forma implícita de S.</p> | |
| <p>3) [2 ptos] Sea en \mathbb{R}^4 el subespacio S generado por el vector $(1,1,1,1)$. a) [0.5 pto] ¿Cuál será la dimensión de su complemento ortogonal S^\perp ? b) [1.5 pto] Calcular una base de dicho complemento.</p> | |
| <p>4) [2.5 ptos] Se considera el sistema de ecuaciones dado por:</p> $\begin{pmatrix} 0 & 2 \\ -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \\ 4 \end{pmatrix}$ <p>Encontrar su solución aproximada por el método de mínimos cuadrados.</p> | |

CUESTIONES

Dar la respuesta en el espacio disponible.

Las respuestas solo se valorarán si están debidamente razonadas y explicadas.

CUESTIÓN 1 [0.5 ptos]

Se considera en \mathbb{R}^2 la base $B = \{ (5,0), (0,3) \}$ Dar las coordenadas en base B del vector $(0, 6)$.

CUESTIÓN 2 [0.5 ptos]

Dar la forma paramétrica, implícita y una base del eje Z de \mathbb{R}^4 (siendo x,y,z,t las variables utilizadas)

CUESTIÓN 3 [0.5 ptos]

¿Cuántas ecuaciones implícitas tendrá el subespacio generado por un solo vector (no nulo) en \mathbb{R}^4 ?
Razona la respuesta.

CUESTIÓN 4 [0.5 ptos]

Utilizando el producto escalar, hallar el ángulo, en radianes, que forman en \mathbb{R}^2 los vectores $u = (-1, -1)$, $v = (0, 3)$.

1º Grado en Ingeniería de los Recursos Energéticos / Mineros
ÁLGEBRA Y GEOMETRÍA - 3º parcial (recuperación) - 6 septiembre 2016

Apellidos:..... Nombre:

INSTRUCCIONES:

- No se permite el uso de calculadora.
- Escribir el resultado final de cada ejercicio en el recuadro.
- En hojas aparte deberán detallarse todos los cálculos. De lo contrario no se valorará la respuesta.

| EJERCICIOS | RESULTADOS |
|---|------------|
| <p>1) [2.5 ptos] Considerar la siguiente aplicación lineal:</p> $\mathbb{R}^2 \xrightarrow{f} \mathbb{R}^4$ <p style="text-align: center;">Hallar:</p> $(x,y) \mapsto (x+y, x+y, 0, x)$ <p>a) [0.5 pto] La matriz de la aplicación. b) [0.7 pto] Una base y la dimensión de Ker(f). c) [0.7 pto] Una base y la dimensión de Im(f). d) [0.6 pto] Clasificar la aplicación lineal f. (sobreyectiva o no; inyectiva o no; biyectiva o no)</p> | |
| <p>2) [1.5 ptos] Construir la matriz de un endomorfismo de \mathbb{R}^2 que realice una simetría respecto del eje X.</p> | |
| <p>3) [2.5 ptos] Dada la matriz $A = \begin{pmatrix} -7 & -10 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$</p> <p>a) [1.5 ptos] Hallar sus autovalores y autovectores, dando una base de cada autoespacio. b) [1 pto] Determinar, <u>razonadamente</u>, si la matriz es diagonalizable, y en caso afirmativo efectuar la diagonalización.</p> | |
| <p>4) [1.5 pto]</p> <p>Utilizar la diagonalización para calcular A^4, siendo $A = \begin{pmatrix} -7 & -10 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$ la matriz del ejercicio anterior. [Se pueden reutilizar los cálculos.]</p> | |

CUESTIONES

Dar la respuesta en el espacio disponible.

Las respuestas solo se valorarán si están debidamente razonadas y explicadas.

CUESTIÓN 1 [0.5 ptos]

Si una matriz cuadrada A tiene inversa, ¿de qué tipo es el endomorfismo definido por A ? (inyectivo, sobreyectivo, biyectivo, o no se sabe)

CUESTIÓN 2 [0.5 ptos]

¿Es posible que una aplicación lineal $\mathbb{R}^3 \xrightarrow{f} \mathbb{R}^4$ sea sobreyectiva? Razona la respuesta.

CUESTIÓN 3 [0.5 ptos]

Para un cierto endomorfismo f , se sabe que un vector v se transforma en $-v$, es decir, $f(v) = -v$.

¿Es v un autovector de f ? Razonar la respuesta.

- a) sí, v es autovector b) v no es autovector c) no hay datos suficientes para saberlo.
-

CUESTIÓN 4 [0.5 ptos]

Determinar si será o no diagonalizable una matriz A de tamaño 4×4 , sabiendo que sus autovalores y autovectores son los siguientes:

$\text{Spec}(A) = \{ 1, 5 \}$, $\lambda=1$ doble, con dos autovectores; $\lambda=5$ doble, con un solo autovector.