1ª Prueba de Álgebra -28-10-2005

1. Factorizar aplicando L.U la matriz

$$\begin{bmatrix} 1 & 5 & 3 & -5 \\ 0 & 1 & -1 & -6 \\ 1 & 2 & 1 & 7 \\ 2 & 4 & 0 & 2 \end{bmatrix}$$

2. Calcular la forma escalonada –reducida de la matriz

$$\begin{bmatrix} 0 & 0 & 2 & -2 & 2 \\ 3 & 3 & -3 & 9 & 12 \\ 4 & 4 & -2 & 11 & 12 \end{bmatrix}$$

3. Definir

a) Operación elemental y matriz elemental

b) Definición de matriz inversa de una matriz cuadrada. Enunciar las propiedades de la matriz inversa

c) Definición de matrices A y B equivalentes

d) Definición de matrices ortogonales. Enunciar dos propiedades de las matrices ortogonales

2ª Prueba de Álgebra -14-12-2005

1. En el espacio vectorial R^3 se consideran los subespacios vectoriales

$$U = \{(x, y, z)/x + y + z = 0\}$$

$$V = \{(t, 2t, 3t)/t \in R\}$$

Estudiar el subespacio intersección $(U \cap V)$

---

2. Resolver mediante el método de factorizacion LU (Gauss o Gauss-Jordan) el sistema de ecuaciones

$$\begin{aligned} x + 2y + z + 3t &= 45 \\ x + y + z + 4t &= 48 \\ 2x + y + 4z + 10t &= 101 \\ -x - 3y + 7z + 5t &= -4 \end{aligned}$$

3.a) Calcular una base del subespacio de R^3 dado en implícitas por la ecuación: $x - 2y + 3z = 0$

b) Pasar a forma parametrica el subespacio anterior

c) Definición de vectores linealmente independientes

d) Definición de vectores linealmente dependientes

e) Dada la base $\{(1,1),(2,3)\}$. Hallar las coordenadas del vector (3,7) en dicha base

---

3ª Prueba de Álgebra -23-1-2006

1. Sea la matriz

$$A = \begin{pmatrix} -3 & 0 & 4 \\ -2 & -1 & 4 \\ -2 & 0 & 3 \end{pmatrix}$$

Calcular A^{78}

---

2. Dado el siguiente subespacio de R^3, $H = \{3x - y + 2z = 0\}$. Calcular

a) Una base ortonormal de dicho subespacio

b) Hallar la proyección del vector v = {14,-28,42} sobre el subespacio H

---

3. Sea la aplicación lineal (endomorfismo en R^3) dado por

$$f(x, y, z) = (x + 2y + z, y + z, -x + 3y + 4z)$$

a) Hallar el núcleo de f y su dimensión

b) Hallar la imagen de f y su dimensión

c) Clasificar dicha aplicación

---

4. Dados los puntos (0,0),(1,1),(2,3), (3,5) ajustarlos a una recta por el método de mínimos cuadrados

---

E.U.I.T. Minas. Examen final Álgebra –Primer curso- 7-II-2006

1. Dados los subespacios vectoriales de R^3

$$U = \langle (1,0,1) \rangle$$
$$V = \langle ((1,0,0),(0,1,1)) \rangle$$
$$W = \langle (1,0,0),(0,0,1) \rangle$$

a) Estudiar si U y V son subespacios suplementarios

b) Lo mismo para U y W (calculando la dimensión del subespacio intersección, así como una base del subespacio intersección) (1.25p)

---

2. Dada la matriz $A = \begin{bmatrix} 7 & 4 & 16 \\ 2 & 5 & 8 \\ -2 & -2 & -5 \end{bmatrix}$. Calcular A^{128} , calculando una base de vectores propios

(1.5 p)

---

3. Dada la siguiente tabla de valores

x = tiempo en minutos	30	60	90	120
y = posición en Kilómetros	22	45	65	87

Ajustar dicha función utilizando el método de mínimos cuadrados mediante una función lineal (1.5 p)

---

4. Se considera el endomorfismo de R^3 definido por las ecuaciones

$$y_1 = 3x_1 + 2x_2 + x_3$$
$$y_2 = -x_1 + 4x_2 - 2x_3$$
$$y_3 = 2x_1 + 6x_2 - x_3$$

a) Calcular el núcleo, dimensión y sus ecuaciones implícitas y parametricas

b) Calcular Imagen f, su dimensión y sus ecuaciones implícitas y parametricas (1.25p)

---

5 .Calcular la matriz inversa de $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 \\ 1 & 1 & 1 \\ 2 & 1 & -1 \end{pmatrix}$

a) Utilizando el polinomio característico

b) A través de matrices elementales (1 p)

6. Calcular la factorizacion L U de la matriz

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 2 & 3 & 4 & 5 \\ 3 & 4 & 5 & 6 \\ 4 & 5 & 6 & 7 \end{bmatrix} \text{(1.25p)}$$

---

7. Se considera el espacio vectorial euclideo R^3 y el subespacio vectorial $W_1 = \langle (1,1,0),(0,3,6) \rangle$ .Calcular el subespacio vectorial ortogonal correspondiente (1.25p)

Teoría

a) Resolver por el método de Gauss el sistema (0.6 p)

$$\begin{aligned} x - 3y + z &= -2 \\ 2x + y - z &= 6 \\ x + 2y + 2z &= 2 \end{aligned}$$

b) Calcular la forma escalonada reducida de la matriz (0.6 p)

$$\begin{pmatrix} 1 & -1 & 1 & 2 & 1 \\ 3 & -3 & 8 & 10 & 3 \\ -2 & 2 & -1 & -3 & -4 \end{pmatrix}$$

c) Definir transpuesta de una matriz y matriz ortogonal

d) Definir aplicación lineal sobreyectiva e inyectiva

f) Definir norma de un vector

g) Definir matriz triangular superior

E.U.I.T. Minas. Examen Extraordinario Álgebra - 13-9-2006

1. Diagonalizar la matriz simétrica $A = \begin{pmatrix} 0 & 0 & -2 \\ 0 & -2 & 0 \\ -2 & 0 & 3 \end{pmatrix}$ (1.5 p)

2. Dada la siguiente tabla de valores

x	2	3	4	5
y	1	2	3	2

Ajustar dichas funciones utilizando el método de mínimos cuadrados mediante una función lineal (1.5 p)

3. Realizar una factorizacion LU de la matriz A (1.5 p)

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 3 & 0 & 1 \\ 4 & 5 & 3 & 3 \\ -2 & -6 & 7 & 7 \\ 8 & 9 & 5 & 21 \end{bmatrix}$$

4. Sea la aplicación lineal $f : R^3 \to R^2$ definida por $f(1,\ 0,0) = (1,2), f(0,1,0) = (1\ ,1), f(0,0,1) = (0,1)$

a) Calcular las ecuaciones de la aplicación lineal referidas a la base canónica de R^3

b) Calcular Ker f e Imag f y sus ecuaciones

c) Clasificar la aplicación (1.25 p)

5. En el espacio vectorial $R^4(R)$ se tiene el vector u = (2, 1,-1,0) y el subespacio vectorial

$$H = \left\{ (x, y, z, t) \Big/ \begin{matrix} x - y + 2z = 0 \\ 2x - y + t = 0 \end{matrix} \right\}$$

Descomponer el vector u como suma de un vector de H mas otro perpendicular a H (2 p)

6. Dados los subespacios vectoriales $V = \{(x, y, z)/x - y = 0/x, y \in R\}$,

$W = (\alpha, \alpha + \beta, \gamma)\ /\forall(\alpha, \beta, \gamma) \in R$ .Obtener una base del subespacio intersección $V \cap W$ .Escribir las ecuaciones parametricas e implícitas (1.5 p)

7. Resolver por Gauss el sistema

$$\begin{aligned} x + 2y + 3z &= 9 \\ 2x - y + z &= 8 \quad (0.75\ p) \\ 3x - z &= 3 \end{aligned}$$