Primera Prueba de Álgebra -30-10-2006

1. Resolver el sistema

$$\begin{aligned} 3x + 3y + 11z - t &= 8 \\ 2x \quad + 5z + 3t &= 4 \\ x - y + 2z + 2t &= 2 \end{aligned}$$

2. Calcular el siguiente determinante

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & -1 & 4 \\ 2 & 4 & 3 & 5 \\ -1 & -2 & 6 & -7 \\ 1 & 2 & 6 & -7 \end{bmatrix}$$

3. Hallar utilizando el método de Gauss-Jordán la inversa de la matriz $A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 1 & 2 & 3 \\ 2 & 3 & 2 \end{bmatrix}$

4. Dada la matriz A

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 3 & -2 & -1 \\ 1 & -4 & 1 & -1 \\ 1 & 2 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

a) Hallar la forma Escalonada Reducida por Filas correspondiente a A.

b) Determinar Rango de (A)

5. Realizar la descomposición LU de la matriz

$$\begin{pmatrix} 4 & 2 & 3 \\ -3 & 1 & 4 \\ 2 & 4 & 5 \end{pmatrix}$$

<u>EUITMinas.Tercera Prueba de Álgebra -24-I-2007</u>

1. Sea la aplicación lineal definida por

$$\begin{aligned} f : R^3 &\to R^3 \\ f(x,y,z) &= (x - y - z \;, x + 3y + z \,, -3x + y - z) \end{aligned}$$

1) Calcular la matriz de f respecto de las bases canónicas

2) Diagonalizar si es posible dicha matriz (5 puntos)

---

2. Se considera la aplicación lineal $f\colon R^2 \to R^3$

$$f(x,y) = (x - y\,, x + y\,, x)$$

Hallar respecto de las bases canónicas

a) La matriz asociada

b) Ecuaciones de la aplicación lineal

c) Una base para el núcleo .Dimensión del Núcleo .Ecuaciones implícitas y parametricas

d) Una base para Imagen f .Dimensión Imagen f .Ecuaciones implícitas y parametricas (5 p)

EUITMinas .Álgebra – Primer curso. Examen Final - 6-2-2007

Primera Prueba

1. Hallar utilizando el método de Gauss-Jordán la inversa de la matriz $A = \begin{bmatrix} 1 & -2 & 2 \\ -1 & 1 & 3 \\ 1 & -1 & -4 \end{bmatrix}$

---

2. Realizar la descomposición LU de la matriz

$$\begin{pmatrix} 2 & 3 & 0 & 1 \\ 4 & 5 & 3 & 3 \\ -2 & -6 & 7 & 7 \\ 8 & 9 & 5 & 21 \end{pmatrix}$$

Segunda Prueba

3. Calcular la recta de mínimos cuadrados que mejor se ajusta a los puntos (1,1), (2,2),(3,4),(4,5)

---

4. Sean los subespacios de R^3

$$U = \{(x, 0, y)/(x, y) \in R$$
$$V = \{(0, x, y)/(x, y) \in R$$

Calcular

a) Una base de U

b) Una base de V

c) Calcular $\dim(U \cap V)$

d) Una base de $(U \cap V)$

<u>Tercera Prueba</u>

5. Una aplicación lineal $f: R^4 \rightarrow R^3$ esta definida como

$$f(x, y, z, t) = (x + y\ , z + t\ , x + z)$$

a) Calcular la matriz de f asociada a las bases canónicas

b) Calcular las ecuaciones de la aplicación lineal

c) Ecuaciones del Núcleo y su dimensión

d) Ecuaciones de la Imagen y su dimensión

e) De que tipo de aplicación se trata

---

6. Diagonalizar la matriz simétrica

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 2 & 2 \\ 2 & 0 & 2 \\ 2 & 2 & 0 \end{bmatrix}$$

EUITMinas. Examen de Septiembre de Álgebra -12-9-2007
Primera Prueba

1. Una matriz A se dice idempotente si y sólo si $A^2 = A$

(a) Pruebe que la matriz B es idempotente

$$B = \begin{pmatrix} 2 & -3 & -5 \\ -1 & 4 & 5 \\ 1 & -3 & -4 \end{pmatrix}$$

(b) Demuestre que si A es idempotente, $B = I - A$ es idempotente

2. Sean

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 0 \\ -1 & 3 \end{bmatrix}, \ B = \begin{bmatrix} 2 & -1 & 2 \\ -1 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

a) Verifique que $A\,A^t$, $A^t\,A$ son simétricas.

b)Verifique que $(A\,B)^t = B^t\,A^t$

3. Hallar utilizando el método de Gauss-Jordán la inversa de la matriz A, si existe.

$$A = \begin{bmatrix} 3 & 1 & 2 \\ 4 & 0 & 1 \\ -1 & 2 & 0 \end{bmatrix}$$

4. Dada la matiz

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 2 & 3 \\ -1 & 3 & 4 & -2 \\ 5 & -6 & 0 & 5 \\ 2 & 1 & -1 & 9 \end{bmatrix}$$

a) Hallar la forma Escalonada Reducida por Filas correspondiente a la matiz A

b) Determinar Rango de (A)

Segunda prueba

5. Consideremos en R^3 los subespacios

$$U = \{(x, y, z)/x + y + z = 0\}$$

$$V = \{(1,1,1), (1,1,0), (-1,-1,1)\}$$

a) Calcular una base y la dimensión de U

b) Calcular una base y la dimensión de V

c) Calcular $\dim(U \cap V)$

d) Una base de $(U \cap V)$

6. Dados los puntos (0,0),(1,2) ,(2,5) .Calcular la recta que mejor aproxima estos puntos por mínimos cuadrados

Tercera prueba

7. Sea $B = \{u_1, u_2, u_3\}$ una base del espacio vectorial R^3 y la aplicación lineal f tal que $f : R^3 \to R^3$

$$f(u_1) = 3u_1 + 2u_2$$
$$f(u_2) = -5u_1 + u_2$$
$$f(u_3) = 4u_3$$

a) Calcular la matriz de f respecto de la base B

b) Ecuación matricial

c) Expresión analítica de f respecto de la base B

d) Obtener el subespacio núcleo .Dar una base

e) Obtener el subespacio imagen .Dar una base

f) Rango de f

g) ¿Es un epimorfismo

h)¿ Es un monomorfismo

i) ¿ Es un isomorfismo

j) ¿ Es un automorfismo

k) Diagonalizar la matriz original

8. Dada la matriz simétrica

$$A = \begin{pmatrix} 2 & -5 & 0 \\ -5 & -1 & 3 \\ 0 & 3 & 6 \end{pmatrix}$$

a) Diagonalizarla

b) Calcular la matriz de paso ortogonal