

PRIMERA PRUEBA DE ÁLGEBRA -31-10-2007

1. Resolver el sistema utilizando la descomposición LU

$$\begin{aligned}x + y + 3t &= 4 \\2x + y - z + t &= 1 \\3x - y - z + 2t &= -3 \\-x + 2y + 3z - t &= 4\end{aligned}$$

2. Discutir las soluciones del sistema de ecuaciones S, según los valores del parámetro m

$$S = \begin{cases} 3x - 2y + mz = 1 \\ x - y + 2z = 0 \\ mx + 5z = 5 \\ y - z = 1 \end{cases}$$

3. Dadas las matrices

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 1 & -3 \\ 5 & 2 & 0 \\ -3 & 1 & -4 \end{bmatrix}; \quad B = \begin{bmatrix} 6 & 2 & -1 \\ 0 & 1 & -2 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}; \quad C = \begin{bmatrix} 4 & 1 & 2 \\ 0 & 3 & 2 \\ 1 & -2 & 3 \end{bmatrix}$$

Determinar X tal que $2A + 3X = C.B$

SEGUNDA PRUEBA DE ÁLGEBRA LINEAL -12-12-2007

1. En \mathbb{R}^4 se consideran los subespacios vectoriales

$$V = \{(2, 0, 1, 1), (1, 1, 1, 1), (1, -3, -1, -1), (3, -7, -2, -2)\}$$

$$W = \{(x, y, z, t) \in \mathbb{R}^4 / \begin{cases} x + y + 2z = 0 \\ 2x - y + 2z = 0 \end{cases}\}$$

Calcular

- a) Dimensión de V y una base de V (1.25 p)
- b) Dimensión de W y una base de W (1.75 p)
- c) Dimensión de $V \cap W$ y una base de $V \cap W$ (2 p)

2. Calcular la ecuación de la recta que mejor ajusta en el sentido de los mínimos cuadrados a los puntos P(1,1), Q(4,2), R(2,3). (5 p)

PRUEBA FINAL DE ÁLGEBRA -5-II-2008

Tercer parcial

1. Sea $B = \{e_1, e_2, e_3\}$ la base canica del espacio vectorial \mathbb{R}^3 y la transformacion lineal f tal que

$$f(e_1) = (3, 2, 0)$$

$$f(e_2) = (-5, 1, 0)$$

$$f(e_3) = (0, 4, 0)$$

- a) Calcular la matriz asociada a f respecto a la base B
 - b) Escribir la ecuacion matricial
 - c) Expresión analitica de f respecto a la base B
 - d) Obtener el subespacio nucleo de f (ecuaciones implícitas y parametricas) y dar una base
 - f) Obtener el subespacio de f (ecuaciones implícitas y parametricas) y dar una base
-

2. Se considera la matriz

$$A = \begin{pmatrix} 4 & 6 & 0 \\ -3 & -5 & 0 \\ -3 & -6 & -5 \end{pmatrix} .$$

- a) Hallar sus valores y vectores propios.
- b) Decir si es o no diagonalizable y en caso afirmativo dar la matriz diagonal y la matriz que permite la Diagonalizacion.
- c) Calcular A^{19}

Primer parcial

3. Factorizar en L.U la matriz

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 8 & 1 & 1 \\ 4 & 13 & 3 & -1 \\ -2 & -5 & -3 & 3 \\ -6 & -18 & -1 & 1 \end{pmatrix}$$

4. Resolver por el metodo de Gauss el sistema

$$x + y + \quad + t = -1$$

$$x + y + z + 2t + v = 0$$

$$x + y + t + v = -1$$

Segundo parcial

5. en el espacio vectorial \mathbb{R}^4 elegida la base $B = \{(1,0,0,0), (0,1,0,0), (0,0,1,0), (0,0,0,1)\}$ se consideran los

Subespacios vectoriales S generado por los vectores $a_1 = (4,5,3,-1)$, $a_2 = (1,2,1,-1)$ y T generado por los

vectores $b_1 = (3,3,2,0)$, $b_2 = (3,6,3,-3)$, $b_3 = (3,3,3,1)$

a) Obtener una base y dimension de S

b) Obtener una base y dimension de T

c) Obtener una base y dimension $(S+T)$

d) Obtener una base y dimension de $S \cap T$ y sus ecuaciones

6. Dado el siguiente subespacio de \mathbb{R}^3 $H = \{3x - y + 2z = 0\}$. Hallar

a) Una base ortonormal del subespacio H

b) La proyección del vector $v = (14, -28, 42)$ sobre el subespacio H

PRUEBA FINAL DE ÁLGEBRA -10-Septiembre -2008

Tercer parcial

1. Dada la aplicación lineal $f : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ definida por $f(x, y, z) = (2x + y + 4z, x + y + 2z, x + y + 3z)$. Calcular

- a) Calcular la matriz asociada a f respecto a la base canónica de \mathbb{R}^3 (2 p)
 - b) Expresión analítica de f respecto a la base B (1. p)
 - c) Obtener el subespacio núcleo de f (ecuaciones implícitas y paramétricas) y dar una base (3.5 p)
 - d) Obtener el subespacio imagen de f (ecuaciones implícitas y paramétricas) y dar una base (3.5 p)
-

2. Se considera la matriz

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \\ 2 & 0 & 3 \end{pmatrix}$$

- a) Calcular la matriz P regular y D diagonal de forma que $D = P^{-1} A P$ (7 p)
- c) Calcular A^{21} (3 P)

Primer parcial

3. Dadas las matrices $A = \begin{bmatrix} 0 & 3 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$, $B = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 4 & 3 \end{bmatrix}$. Resuelva la siguiente ecuación matricial en X (10 p)

$$XB(A + A^2) - (XB - B^2)A - B^2A = A.$$

4. Clasificar y resolver por el método de Gauss el sistema (10 p)

$$\begin{aligned} x - y - 2z &= 2 \\ 2x + y + 3z &= 1 \\ 3y + z &= 3 \\ x + 2y + 5z &= a \end{aligned}$$

Segundo parcial

5. Dados los subespacios vectoriales de \mathbb{R}^3

$$V_1 = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 / x + y = 0\},$$

$$V_2 = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 / y - z = 0\}$$

- a) Calcular dimensión de V_1 y V_2 y dar unas bases de cada uno (3 p)
- b) Calcular dimensión $(V_1 + V_2)$ y dar una base (3.5 p)
- c) Calcular dimensión $(V_1 \cap V_2)$ y dar una base (3.5 p)

6. En \mathbb{R}^3 con el producto escalar usual, consideremos el subespacio $S = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 / x + y = 0\}$

a) Calcular el subespacio ortogonal (4 p)

b) Calcular la proyección ortogonal y la distancia del punto $(2, 1, 0)$ al subespacio anterior (6 p)