

PRIMERA PRUEBA DE ÁLGEBRA -2-11-2008

1. Reducir la expresion matricial $A.(C.B)^{-1} + A^{-1} .(C.B^{-1})^{-1} - (A.B^{-1} + A^{-1}.B + C).C^{-1}$ (1 p)

b) Cual de las siguientes expresiones es cierta ¿ Razonar cada una de las respuestas(1 p)

a) $|A + B|^{-1} = |A|^{-1} + |B|^{-1}$

b) $|KA| = K|A|$

c) $|A.B| = |A| . |B|$

d) $|A + B| = |A| + |B|$

c) Reducir la expresion $(B.A)^T + 2A^T .B - (B.A^T)^T - A.B$ siendo A una matriz simetrica (0.75 p)

2. Discutir el sistema en funcion del parametro a .Resolverlo cuando el sistema sea comptible (2.75 p)

$$x + 2y - 3z = 4$$

$$3x - y + 5z = 2$$

$$4x + y + (a^2 - 14)z = a + 2$$

3. Calcular la factorizacion LU de la matriz $A = \begin{pmatrix} 2 & -1 & 4 & 0 \\ 4 & -1 & 5 & 1 \\ -2 & 2 & -2 & 3 \\ 0 & 3 & -9 & 4 \end{pmatrix}$ (2 p)

4. Estudiar si las matrices $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & -1 \\ 2 & -1 & 2 \\ 4 & -2 & 5 \end{pmatrix}$ $C = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ -2 & 4 & 0 \\ 3 & 6 & 1 \end{pmatrix}$ son equivalentes por filas. Si lo son calcular la matriz P tal que $PA=B$ (2.5 p)

Examen final Algebra (3-2-2010)

Primera prueba

1.a) Factorizar en la forma L.U la matriz

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 & -1 \\ 3 & 1 & 1 & 0 \\ -1 & 1 & -6 & 2 \\ 0 & -1 & 1 & 1 \end{pmatrix} \quad (2.5 \text{ p})$$

2.a) Determinar los valores reales de a, para que el sistema tenga: solución única, infinitas soluciones y ninguna. Resolverlos en los casos en que sea posible

$$\begin{aligned} x + a y + 3 z &= 2 \\ x + y - z &= 1 \\ 2 x + 3 y + a z &= 3 \end{aligned} \quad (3 \text{ p})$$

b) Reducir la expresion matricial $A^{-1} \cdot (A \cdot B^{-1} + A) B - [B \cdot (A \cdot B)^{-1} \cdot A]^{-1}$ (1.25 p)

c) Dadas las matrices $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$; $B = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 2 \end{pmatrix}$; $C = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$ (1.75 p)

Resolver la ecuacion matricial : $X A + B = C$

d) Definir matriz traspuesta , matriz simetrica , matriz ortogonal , matrices equivalentes (1.5 p)

Segunda Prueba

3. Sean los conjuntos V y W de R^4 dados por $V = \{(x, y, z, t) / x + z = 0\}$ y $W = \{(1, 0, 1, 0), (1, 0, 0, 0), (1, 1, 1, 0)\}$. Se pide

- Calcular dimensión de V y dar una base (0.75 p)
 - Calcular dimensión W y dar una base (0.75 p)
 - Calcular $\dim V \cap W$ y dar una base de la intersección (1.5 p)
 - ¿ Son V y W espacios suplementarios .Razona la respuesta ¿ (0.5 p)
-

4. La evolución del peso de un niño en sus primeros cuatro años de vida ha sido

EDAD	1	2	3	4
PESO	7	10	15	18

Ajustar dichos valores utilizando el método de mínimos cuadrados mediante una función lineal (3.5 p)

5. Dado el siguiente subespacio de R^3 , $H = \{x - y + z = 0\}$. Calcular

- Una base ortonormal de dicho subespacio (1.5 p)
 - Hallar la proyección del vector $v = \{1, 2, 3\}$ sobre el subespacio H (1.5 p)
-

Tercera prueba

6. Encontrar la matriz de Paso P tal que $D = P^{-1} A \cdot P$

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & -1 \\ 1 & -1 & 1 \end{pmatrix}$$

Calcular la matriz D . ¿Es la matriz D semejante a la matriz A ? En caso afirmativo razónalo. (4.25 p)

b) Calcular A^{10} (1.5 p)

7. Sea la aplicación lineal

$$f: \mathbb{R}^4 \longrightarrow \mathbb{R}^3$$

$$f(x, y, z, t) \longrightarrow (x + y - z, x + 2y + z + t, -x - 3y - 3z - 2t)$$

a) Calcular la matriz asociada a f respecto a las bases canónicas (0.75 p)

b) Determinar las ecuaciones de la aplicación lineal (0.5 p)

b) Calcular una base del núcleo, dar su dimensión, así como sus ecuaciones implícitas y paramétricas (1.25 p)

c) Calcular una base de imagen de f , dar su dimensión, así como sus ecuaciones implícitas y paramétricas (1.25 p)

d) Analizar si f es inyectiva o sobreyectiva (0.5 p)