ÁLGEBRA Y GEOMETRÍA

Grado en ingeniería en Electrónica Industrial y Automática

Universidad de Cantabria

Prueba Laboratorio

22 de mayo del 2019

Nombre y apellidos:

---

1. Se consideran los siguientes subespacios de $\mathbb{R}^6$:

$$U_1 = \{(x, y, z, r, s, t) \in \mathbb{R}^6 : 5x + 3y + 7z - t = 0, \quad 5x - r + 8s + 3t = 0\}$$

$$U_2 =< \{(1,\ 0,\ 1,\ -1,\ 1,\ 1),(1,\ 2,\ 3,\ -1,\ 0,\ 4),(1,\ -4,\ -3,\ -1,\ 3,\ -5)\} >$$

   a) Base de U_1.

   b) Dimensión del subespacio $U_1 \cap U_2$.

   c) Proyección y simetría ortogonal sobre U_1 del vector $v = (6, 0, 0, 3, 6, 8)$.

---

2. Se considera el homormorfismo $f : \mathbb{R}^4 \to \mathbb{R}^5$ de matriz $\begin{pmatrix} -65 & 11 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & -2 & -6 \\ 1 & -1 & 0 & -5 \\ -2 & -1 & 1 & 1 \\ -26 & 1 & 0 & 4 \end{pmatrix}$ con respecto a las bases canónicas.

   a) Encuentra $f(v)$, donde $v = \left(\frac{1}{2},\ -4,\ \frac{2}{3},\ -7\right)$

   b) Encuentra el conjunto de vectores $w = (x_1, x_2, x_3, x_4) \in \mathbb{R}^4$ tales que $f(w) = (-65,\ 7,\ 6,\ -3,\ -30)$

   c) Encuentra bases ortonormales de los subespacios vectoriales del núcleo $Ker(f)$ y de $f(T)$, donde T es el subespacio vectorial de $\mathbb{R}^4$ generado por los vectores $v_1 = (0, 0, -1, 0)$ y $v_2 = (0, -1, 1, 1)$.

3. Se considera el endomorfismo f de $\mathbb{Q}^4$ con matriz $A \in M_4(\mathbb{Q})$ con respecto a la base canónica, donde

$$A = \begin{pmatrix} -24 & -2 & -1 & -6 \\ -64 & 28 & -6 & 28 \\ -64 & 28 & -10 & 20 \\ 32 & -22 & 5 & -26 \end{pmatrix}.$$

a) ¿ Es A una matriz diagonalizable sobre $\mathbb{Q}$?

b) ¿ Es A una matriz diagonalizable sobre los números complejos $\mathbb{R}$?

c) Tres subespacios invariantes por f de dimensión 2.

d) Un subespacio invariante por f de dimensión 3.

e) Una matriz B semejante a la matriz A que tenga todos los elementos nulos excepto cinco.

f) ¿Puedes encontrar una matriz C_1 EQUIVALENTE a la matriz A y que tenga determinante -12288 ?

g) ¿Puedes encontrar una matriz C_2 SEMEJANTE a la matriz A y que tenga determinante -12288 ?