ÁLGEBRA Y GEOMETRÍA

GRADO EN INGENIERÍA EN ELECTRÓNICA INDUSTRIAL Y AUTOMÁTICA

GRADO EN INGENIERÍA ELÉCTRICA

Universidad de Cantabria

Prueba Evaluación Continua

5 de abril del 2019

NOMBRE Y APELLIDOS: GRADO:

Sea $\begin{array}{rcl} f:\mathbb{R}^3 & \to & \mathbb{R}^3 \\ (x,y,z) & \rightsquigarrow & f(x,y,z)=(x-y,y+z,2x-y+z) \end{array}$

1. Razona si f es un homomorfismo y en caso afirmativo calcula la matriz A asociada a f respecto de la base canónica.
2. Calcula una base del subespacio Ker$f$. ¿ Es f monomorfismo?.
3. Calcula una base del subespacio Imf. ¿ Es f epimorfismo?. ¿Se puede deducir esto último sin necesidad de calcular el subespacio Imf?.
4. Calcula la matriz, B , asociada a f respecto la base $\mathfrak{B}=\{(1,1,1),(1,1,0),(1,0,0)\}$
5. Encuentra matrices regulares P y Q tales que B = P A Q.
6. Sean $S=\left\{(x_1,x_2,x_3) \Big/ \begin{array}{rcl} x_1+x_3 & = & 0 \\ x_2-x_3 & = & 0 \\ x_1+x_2 & = & 0 \end{array}\right\}$ y $T=\langle(1,1,1),(-1,1,1),(1,3,3)\rangle$

   Razona si son subespacios vectoriales de $\mathbb{R}^3$ y en caso afirmativo calcula una base de S y otra de T.
7. Calcula $f(S)$, $f(T)$ y $f(S+T)$. ¿ Se cumple que $f(S)+f(T)=f(S+T)$?

ÁLGEBRA Y GEOMETRÍA

Grado en ingeniería en Electrónica Industrial y Automática
Grado en ingeniería Eléctrica
Universidad de Cantabria

Prueba Evaluación Continua
5 de abril del 2019

Nombre y apellidos: Grado:

Marcar, en cada caso, las afirmaciones correctas (puede haber más de una).

1. Sea considera el subconjunto de $\mathbb{R}^3$:

$$S = \left\{ (x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \Big/ \begin{array}{r} 4x - y - z = -11 \\ 2x + y - 2z = -1 \\ 2x + 4y - 5z = 8 \end{array} \right\}$$

Se pide:

a) Resolver el sistema de ecuaciones lineales S.

b) ¿Puedes encontrar tres soluciones distintas (a, b, c) del sistema, donde todas las componentes son negativas, es decir, $a < 0, b < 0$ y $c < 0$? En caso afirmativo, mostrarlas.

c) ¿Puedes encontrar tres soluciones distintas (a, b, c) del sistema, donde todas las componentes son positivas, es decir, $a > 0, b > 0$ y $c > 0$? En caso afirmativo, mostrarlas.

d) ¿Puedes encontrar tres soluciones distintas (a, b, c) del sistema las dos primeras componentes son negativas y la tercera positiva, es decir, $a < 0, b < 0$ y $c > 0$? En caso afirmativo, mostrarlas.

---

2. Consideramos matrices A y B de dimensión 4×5. Y matrices C, D y E de dimensiones 5×2, 4×2 y 5×4 respectivamente. Todas las matrices tienen sus entradas en el mismo conjunto numérico. Señala cuáles de las siguientes operaciones están definidas, y en caso de estarlo, indicar las dimensiones de la matriz resultante:

a) BA Dimensión:

b) $AC + D$ Dimensión:

c) $AE + B$ Dimensión:

d) $AB + B$ Dimensión:

e) $E(A + B)$ Dimensión:

f) EAC Dimensión:

3. Sea $f : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^2$ una aplicación lineal que tiene como matriz asociada $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}$, respecto a las base $\mathfrak{B} = \{(-1,0,0),(0,-1,0),(0,-1,1)\}$ de $\mathbb{R}^3$ y $\mathfrak{B}' = \{(1,1),(0,-1)\}$ de $\mathbb{R}^2$.
Señala cuáles de las siguientes afirmaciones son correctas:

a) La imagen del vector $(2,-2,1)$ es $(-1,-1,0)$.

b) La imagen del vector $(0,1,0)$ es $(0,-1)$.

c) Las coordenadas de la imagen del vector $(-1,0,0)$ respecto a la base $\mathfrak{B}'$ son $(1,0)$.

d) $Ker(f) = \{(1,0,1)\}$.

e) Existen bases de $\mathbb{R}^3$ y $\mathbb{R}^2$ tal que la matriz de la aplicación f es $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 2 & 1 & -3 \end{pmatrix}$.

---

4. Señala cuáles de las siguientes afirmaciones son correctas:

a) Sea $f\colon \mathbb{R}^n \to \mathbb{R}^n$ una aplicación lineal. Si f no es inyectiva,$\mathrm{Im}(f)$ no es $\mathbb{R}^n$.

b) Existe alguna aplicación lineal f de $\mathbb{R}^3$ en $\mathbb{R}^2$ que no siendo inyectiva tiene como imagen todo $\mathbb{R}^2$.

c) Existe una aplicación lineal f de $\mathbb{R}^2$ en $\mathbb{R}^3$ que tiene como imagen todo $\mathbb{R}^3$.

d) Si $f\colon \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^3$ es aplicación lineal, entonces $\ker(f) = \{\mathbf{0}\}$ o $\dim(\mathrm{Im}(f)) = 1$.

e) Si f es una aplicación lineal de $\mathbb{R}^n$ en $\mathbb{R}$, $dim(Ker(f)) = n-1$ o f es la aplicación nula.

f) Si f es un endomorfismo de V tal que $Ker(f) = Im(f)$, $dim(V)$ es un número par.

---

5. Se consideran los puntos $(1,-1),(-2,8),(2,0)$ de $\mathbb{R}^2$. Señala cuáles de las siguientes afirmaciones son correctas:

a) El polinomio de interpolación de la Lagrange tiene grado 3.

b) El polinomio de interpolación de la Lagrange tiene grado 2.

c) El polinomio de interpolación de Lagrange es $x^3 - 6x + 4$.

d) El polinomio de interpolación de Lagrange es $x^2 - 2x$.

e) El polinomio de interpolación de Lagrange es $2x^2 - x$.

f) El polinomio de interpolación de Lagrange es $x^3 - 3x$.

---

6. Sea $S = \left\{ (x_1,x_2,x_3,x_4) \in \mathbb{R}^4 \Bigg/ \begin{array}{l} x_1 - x_2 + x_3 = 0 \\ x_1 - x_4 = 0 \\ x_2 - x_3 - x_4 = 0 \end{array} \right\}$ y sea $T = \{(\alpha,\beta,0,-\alpha)/\alpha,\beta \in \mathbb{R}\}$. Señala cuáles de las siguientes afirmaciones son correctas:

a) $\dim(S+T) \leq 3$.

b) $S + T = \mathbb{R}^4$.

c) $S \bigcap T = \mathbb{R}^4$.

d) El conjunto $\{(5,5,0,-5),(3,\frac{1}{3},0,-3),(0,100,0,0)\}$ es un sistema generador de T.

e) El conjunto $\{(5,5,0,-5),(3,\frac{1}{3},0,-3),(0,100,0,0)\}$ es un base de T.

f) El conjunto $\{(0,1,1,0),(1,1,0,1)\}$ es un base de S y las coordenadas del vector $(2,-1,-3,2)$ son en esta base $(-3,2)$.

---

7. Hallar una factorización LU de la matriz $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & -3 \\ 2 & 3 & -6 \\ 4 & 6 & -11 \end{pmatrix}$.