ÁLGEBRA Y GEOMETRÍA

Grado en ingeniería en Electrónica Industrial y Automática
Grado en ingeniería Eléctrica
Universidad de Cantabria

Examen extraordinario
1 de Septiembre del 2015

---

1. *(2.5 puntos)*

Sea $f \in End(\mathbb{R}^4)$ verificando:

- El núcleo de f está generado por los vectores $(-7,-7,7,0),(-7,7,0,0)$
- El núcleo del endomorfismo $(f-2I)$ es un subespacio cuyas ecuaciones implícitas son:

$$\left\{\begin{array}{rcl} 2y+t & = & 0 \\ -x-y+2z & = & 0 \\ 7x+7y+7t & = & 0 \\ x+2y+z+2t & = & 0 \end{array}\right.$$

- La imagen del vector $(0,0,7,0)$ es el vector $(14,0,14,0)$.

Se pide:

a) Determinar la matriz del endomorfismo f con respecto a la base canónica.

b) Analizar si f es o no diagonalizable.

---

2. *(1 punto)*

Ortonormaliza, aplicando Gram Schmidt, la base de $\mathbb{R}^3$, $\mathcal{B} = \{(7,-7,0),(0,7,7),(0,0,-7)\}$ con el producto escalar habitual.

---

3. *(1 punto)*

Encuentra el polinomio de interpolación de Lagrange para los puntos $(7,0),(1,-7),(0,-7)$.

---

4. *(1.5 puntos)*

Se considera la aplicación lineal $f: \mathbb{R}^5 \to \mathbb{R}^3$ de matriz $\begin{pmatrix} 0 & 7^2 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 7 \\ 1 & -1 & -7 & 1 & 0 \end{pmatrix}$ con respecto a las bases canónicas.

Encuentra bases de $\mathbb{R}^5$ y $\mathbb{R}^3$ tal que la matriz de f con respecto a estas bases sea $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 7 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 7^2 & 0 & 0 \end{pmatrix}$.

---

5. *(1 punto)*

Sea $f \in End(\mathbb{R}^3)$ de matriz $\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 7 & 0 \\ 0 & 0 & 7 \end{pmatrix}$, con respecto a la base $\mathcal{B} = \{(7,-7,0),(0,7,7),(0,0,-7)\}$.

Se pide

a) El polinomio mínimo de f.

b) Un subespacio W invariante por f y de dimensión 2.

6. *(1.5 puntos)*

Sean S y T subespacios vectoriales de $\mathbb{R}^7$ definidos como

$$S = \{(x_1, x_2 \ldots, x_7) \in \mathbb{R}^7 / x_1 + x_2 + \cdots + x_7 = 0\}$$

$$T = \{(x_1, x_2 \ldots, x_7) \in \mathbb{R}^7 / x_1 = x_2 = \cdots = x_7\}$$

Encontrar bases de S, T, $S+T$ y $S \bigcap T$.

7. *(1.5 puntos)*

Indica si la siguiente afirmación es verdadera o falsa. Justifica tu respuesta.

"No existe un sistema de 7 ecuaciones lineales reales, con 7 incógnitas y con exactamente 7 soluciones. "

Hoy no hablamos de la Peña el Fraile, pero del número 7. Las caras opuestas de un dado suman 7.