ÁLGEBRA Y GEOMETRÍA

Grado en ingeniería en Electrónica Industrial y Automática
Grado en ingeniería Eléctrica
Universidad de Cantabria

Prueba Evaluación Continua
16 de marzo del 2018

Nombre y apellidos: Grado:

Marcar, en cada caso, las afirmaciones correctas (puede haber más de una).

---

1. Consideramos el siguiente sistema de ecuaciones lineales en $\mathbb{Z}_2$ *(1 punto)*

$$\begin{cases} x_1 + x_2 + x_4 + x_5 = 0, \\ x_2 + x_3 + x_4 = 1, \\ x_1 + x_3 + x_5 = 1, \\ x_2 + x_3 + x_5 = 0. \end{cases}$$

   a) Es un sistema incompatible.
   b) Es un sistema compatible determinado.
   c) $(1, 0, 0, 1, 0)$ es una solución del sistema.
   d) El sistema homogéneo asociado sólo tiene la solución $(0, 0, 0, 0, 0)$.
   e) $(0, 1, 0, 0, 1)$ es una solución sistema.
   f) La dimensión del subespacio vectorial del sistema homogéneo asociado es mayor o igual que 1.

2. Sean α y β números reales cualesquiera. Definimos la matriz *Peña la Milana*$(M_n^{\alpha,\beta})$, cuadrada de orden $n > 1$ por:

$$a_{i,j} = \begin{cases} \alpha + \beta & \text{si} \quad i = j \\ \alpha & si \quad i \neq j \end{cases}$$ *(1 punto)*

   a) Si $\alpha \neq 0$ y $\beta \neq 0$, entonces $M_n^{\alpha,\beta}$ tiene rango $n - 1$.
   b) Si $\alpha + \beta \neq 0$, la matriz tiene rango n.
   c) Si $\alpha = 0$ y $\beta \neq 0$, entonces $M_n^{\alpha,\beta}$ es una matriz inversible.
   d) $|M_2^{\alpha,\beta}| = (2\alpha + \beta)\beta$
   e) Si $\beta = -n\alpha$, entonces el rango de $M_n^{\alpha,\beta}$ es menor que $n - 1$
   f) Ninguna de las afirmaciones anteriores es correcta.

3. Señala cuáles de las siguientes matrices son escalonadas: *(1 punto)*

$$\underbrace{\begin{pmatrix} 2 & 3 & 4 & 5 \\ 0 & 0 & 5 & 6 \\ 0 & 0 & 0 & 8 \end{pmatrix}}_{(a)} \underbrace{\begin{pmatrix} 2 & 3 & 4 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}}_{(b)} \underbrace{\begin{pmatrix} 2 & 3 & 4 & 5 \\ 0 & 0 & 5 & 6 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}}_{(c)} \underbrace{\begin{pmatrix} 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 0 & 0 & 5 & 0 & 6 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 8 \end{pmatrix}}_{(d)} \underbrace{\begin{pmatrix} 2 & 3 & 4 \\ 0 & 5 & 6 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}}_{(e)} \underbrace{\begin{pmatrix} 0 & 0 & 2 & 0 & 3 \end{pmatrix}}_{(f)}$$

---

4. Explica brevemente qué es un sistema mal condicionado. *(0,5 puntos)*

5. Se consideran la matriz $A \in M_{4\times 6}(\mathbb{R})$, el subespacio S de $\mathbb{R}^4$ generado por los 6 vectores columna de la matriz A y el subespacio T de $\mathbb{R}^6$ generado por los 4 vectores fila de la matriz A. *(1 punto)*

$$A = \begin{pmatrix} 3984 & 16{,}0001 & 758{,}78 & 21{,}678 & 159{,}789 & 981 \\ 1 & 34{,}5 & 876{,}12 & 89{,}4 & 567{,}89 & 569 \\ 2017{,}78 & 0 & 718{,}789 & 1959{,}4 & 1024 & 32{,}00032 \\ 123{,}89 & 456{,}2 & 76{,}1 & 128 & 2018 & 256 \end{pmatrix}.$$

a) $\dim(S) > \dim(T)$

b) $\dim(T) > \dim(S)$

c) $\dim(T) = \dim(S)$

d) $2 < \dim(S) < 5$

e) $1 < \dim(T) < 6$

f) Ninguna de las afirmaciones anteriores es correcta.

6. Para cada número real a consideramos los vectores

$$v_1 = (1, a, 1, 1) \ ; \ v_2 = (a, 1, 1, 1) \ ; \ v_3 = (1, 1, 1, a) \ ; \ v_4 = (1, 1, a, 1)$$

en el $\mathbf{R}$-espacio vectorial $\mathbf{R}^4$. *(1 punto)*

a) Para cualquier valor de a, la dimensión del subespacio T generado por v_1, v_2, v_3, v_4 es mayor que 0.

b) Si $a < 1$, los vectores v_1, v_2, v_3, v_4 son linealmente independientes.

c) Si $a = 0$, los vectores v_1, v_2, v_4 son linealmente dependientes.

d) Si $a = 4$ entonces $\{v_1, v_2, v_3, v_4\}$ es una base de $\mathbf{R}^4$.

e) Si $a > 0$, los vectores v_1, v_2, v_4 son linealmente independientes.

f) Ninguna de las afirmaciones anteriores es correcta.

7. Consideramos el subconjunto $U = \{A \in M_2(\mathbb{R})\, / a_{11} - a_{22} = 0; a_{12} + a_{22} = 0\}$ de $M_2(\mathbb{R})$ y las matrices: *(1 punto)*

$$A_1 = \begin{pmatrix} 2018 & -2018 \\ 0 & 2018 \end{pmatrix}, \quad A_2 = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 2018 & 0 \end{pmatrix}, \quad A_3 = \begin{pmatrix} 1009 & -1009 \\ 2 & 1009 \end{pmatrix}$$

a) U es un subespacio vectorial de dimensión 3.

b) U está generado por A_1, A_2 y A_3, es decir $U = \langle\{A_1, A_2, A_3\}\rangle$.

c) A_1 y A_3 son vectores linealmente dependientes.

d) $\{A_1,\ A_2\}$ es una base de U y las coordenadas de A_3 con respecto a esta base son $(\frac{1}{2}, \frac{1}{1009})$.

e) $\{A_2,\ A_3\}$ es una base de U y las coordenadas de A_1 con respecto a esta base son $(\frac{1}{2}, -2)$.

f) Ninguna de las afirmaciones anteriores es correcta.

8. Dada una matriz cuadrada $A \in M_n(\mathbb{K})$, ¿Qué es la factorización LU de una matriz ? Explica la principal aplicación de la factorización LU de una matriz cuadrada inversible. *(0,5 puntos)*