ÁLGEBRA Y GEOMETRÍA

GRADO EN INGENIERÍA EN ELECTRÓNICA INDUSTRIAL Y AUTOMÁTICA

Universidad de Cantabria

EXAMEN-TEST B

12 de marzo del 2015

NOMBRE Y APELLIDOS:

---

1. Se consideran los siguientes vectores del $\mathbb{R}$-espacio vectorial $\mathbb{R}^4$:

$$v_1 = (-2, -2, 2, 0), v_2 = (-1, -2, 0, -1), v_3 = (1, 0, 1, 2)$$

   a) Escribir tres combinaciones lineales distintas de los vectores v_1, v_2, v_3 (que denotaremos por u_1, u_2 y u_3).
   SOLUCIÓN:

   $u_1 =$

   $u_2 =$

   $u_3 =$

   b) ¿Es verdadera o falsa la siguiente afirmación?: "Si $v = (x, y, z, t) \in \mathbb{R}^4$ es combinación lineal de u_1, u_2 y u_3, entonces v es combinación lineal de v_1, v_2 y v_3.

   ....

---

2. Se considera el $\mathbb{R}$-espacio vectorial $\mathbb{R}^4$. Determina en cada caso los valores de x y de y, si es posible, para que:

   a) $(3, 2, x, y) \in \langle\{(1, 4, -5, 2), (1, 2, 3, 1)\}\rangle$.
   SOLUCIÓN:

   b) $(x, x + 1, y, y + 1) \in \langle\{(1, 3, 0, 2)\}\rangle$.
   SOLUCIÓN:

   c) $(x, x - 1, y, y + 1) \in \langle\{(1, 3, 0, 2)\}\rangle$.
   SOLUCIÓN:

---

3. Dada la matriz $\begin{pmatrix} -1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$ el elemento a_{22} de A^{-1} vale:

a)0	b)1	c)-1	d) ninguna de ellas

---

4. Sea G el siguiente conjunto de vectores del $\mathbb{R}$-espacio vectorial $\mathbb{R}^3$:

$$G = \{v_1 = (-2, 0, 2), v_2 = (1, -3, 2), v_3 = (1, -3, 0)\}$$

   a) Comprobar que G es una familia ligada.
   SOLUCIÓN:

   b) Eliminar de G el menor número de vectores posible para llegar a una familia libre L.
   SOLUCIÓN:

   c) ¿Es cierto que $\langle G\rangle = \langle L\rangle$? ....

d) Añade a L cuantos vectores sean necesarios para llegar a una familia libre F tal que $\mathbb{R}^3 = \langle F \rangle$
SOLUCIÓN:

---

5. Se considera el conjunto $W = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : bx + y + z = 0, 2x - y = a\}$. Indicar si las siguientes afirmaciones son verdades o falsas sobre el conjunto W.

   a) para todo $a, b \in \mathbb{R}$ es un subespacio vectorial de $\mathbb{R}^3$. ....
   b) para $a = b = 0$ es un subespacio vectorial de $\mathbb{R}^3$. ....
   c) para $b = 3$ no es un subespacio vectorial de $\mathbb{R}^3$ ....
   d) para $b = 0$ y para todo $a \in \mathbb{R}$ es un subespacio vectorial de $\mathbb{R}^3$. ....

---

6. La matriz $\begin{pmatrix} -1 & 2 & 1 \\ 1 & a & a \\ -3 & 6 & 3 \end{pmatrix}$ tiene rango:

a) 3 para todo a	b) 2 para todo a	c) 3 para $a \neq 0$	d) 2 para $a \neq 0$

---

7. Sean u_1, u_2, u_3 y $u_4 = 2u_1 - u_3$ vectores no nulos de $\mathbb{R}^3$ y distintos entre sí. Indicar si las siguientes afirmaciones son verdades o falsas.

   a) $\{u_1, u_2, u_3, u_4\}$ son linealmente dependientes. ....
   b) $\{u_1, u_3, u_4\}$ son linealmente dependientes. ....
   c) $\{u_1, u_2, u_3, u_4\}$ son linealmente independientes. ....
   d) $\{u_1, u_2, u_3\}$ son linealmente independientes. ....

---

8. La matriz $A = \begin{pmatrix} 7 & 6 \\ -8 & -7 \end{pmatrix}$ es:

a) Nilpotente	b) Involutiva	c) Idempotente	d) Ortogonal

---

9. Se considera el siguiente código de SAGE.

```
A=matrix(QQ, 3, [1,2,3,4,5,6])
```

   Indicar si las siguientes afirmaciones son ciertas o falsas:

   a) A es una matriz de 3 filas por 3 columnas con coeficientes en los números reales. ....
   b) A esuna matriz de 3 filas por 2 columnas con coeficientes en los números reales. ....
   c) A es una matriz de 3 filas por 2 columnas con coeficientes en los números racionales. ....
   d) A es una matriz de 3 filas con coeficientes en los números racionales. ....

---

10. En los distintos casos que se presentan a continuación, y sabiendo que se trabaja en el $\mathbb{Z}_3$-espacio vectorial $\mathbb{Z}_3^6$, sustituir los $\cdots\cdots$ por los valores que permiten obtener las igualdades señaladas.

   a) $2(\cdots\cdots, \cdots\cdots, \cdots\cdots, \cdots\cdots, \cdots\cdots, \cdots\cdots) = (0, 0, 0, 0, 0, 0)$.

   b) $(-1, 2, 2, 0, 0, 1) + 2(1, 0, 0, -2, -1, 1) + (-1)(0, 0, 0, 1, 0, 0) =$

   $(\cdots\cdots, \cdots\cdots, \cdots\cdots, \cdots\cdots, \cdots\cdots, \cdots\cdots)$

   c) $\cdots\cdots(-1, 1, 2, 0, 0, 0) + 2(1, 0, 0, \cdots\cdots, 2, 1) = (0, \cdots\cdots, \cdots\cdots, 1, \cdots\cdots, \cdots\cdots)$

   d) $(x, y, z, t, r, s) + (\cdots\cdots, \cdots\cdots, \cdots\cdots, \cdots\cdots, \cdots\cdots, \cdots\cdots) = 1(x, y, z, t, r, s)$

---

11. Sea $A \in M_3(\mathbb{R})$ definida por $a_{ij} = i - j$, entonces el $|A|$ vale

a)1	b)2	c)3	d) ninguna de ellas
