ÁLGEBRA Y GEOMETRÍA

Grado en ingeniería en Electrónica Industrial y Automática

Grado en ingeniería Eléctrica

Universidad de Cantabria

Examen Final

9 de junio del 2018

Nombre y apellidos: Grado:

Sea $f \in \text{End}(\mathbb{R}^3)$ cuya matriz asociada, en la base canónica de $\mathbb{R}^3$, es $A = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 2 \\ -1 & 1 & 2 \\ 2 & 2 & -2 \end{pmatrix}$.

Sean $\mathcal{B}_1 = \{(1,0,0),(1,1,0),(1,1,1)\}$ y $\mathcal{B}_2 = \{(1,1,1),(0,1,1),(1,0,1)\}$ subconjuntos de $\mathbb{R}^3$. Se pide:

1. Justifica si $\mathcal{B}_1$ y $\mathcal{B}_2$ son bases de $\mathbb{R}^3$. (0,3 puntos)
2. Encuentra matrices regulares P y Q tales que B = P A Q siendo B la matriz asociada a f en las bases $\mathcal{B}_1$ y $\mathcal{B}_2$. (0,7 puntos)
3. Razona si f es un endomorfismo diagonalizable. En caso afirmativo calcula sus valores propios. (0,5 puntos)
4. Encuentra una matriz P tal que D = P^{-1} A P siendo D una matriz diagonal asociada a f. (0,5 puntos)
5. Demuestra que $\mathcal{B} = \{(2,0,1),(0,2,1),(1,1,-2)\}$ es una base de vectores propios de f. (0,2 puntos)
6. A partir de la base anterior, aplicando el método de Gram-Schmidt, calcula una base ortonormal. (0,5 puntos)
7. Encuentra una matriz P tal que D = P^tA P siendo D una matriz diagonal asociada a f. (0,3 puntos)