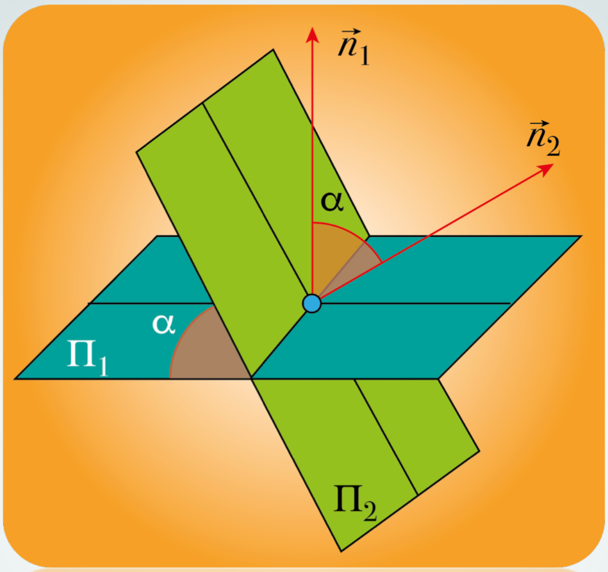
Álgebra y Geometría

Problemas Tema 1. Matrices



Rodrigo García Manzanas
Ruth Carballo Fidalgo

Departamento de Matemática Aplicada y Ciencias de la Computación

1) Dadas las matrices

$$A = \begin{pmatrix} 3 & 0 \\ -1 & 5 \end{pmatrix} \qquad C = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \\ 5 & 6 \end{pmatrix} \qquad E = \begin{pmatrix} 4 & 2 \end{pmatrix}$$

$$B = \begin{pmatrix} 4 & 2 & -1 \\ 0 & 2 & 3 \end{pmatrix} \qquad D = \begin{pmatrix} 0 & -3 \\ -2 & 1 \end{pmatrix} \qquad F = \begin{pmatrix} -1 \\ 2 \end{pmatrix}$$

realiza, si es posible, las siguientes operaciones:

a) $3D - 2A$ c) $D + BC$ e) EAF

b) $B - C^t$ d) $B^t B$ f) $B^t C^t - (CB)^t$

2) Calcula los siguientes determinantes

$$|A| = \begin{vmatrix} 1 & 6 & 2 & 0 \\ 0 & 3 & -1 & 4 \\ 2 & 0 & 1 & 2 \\ 5 & -3 & 4 & 0 \end{vmatrix} \qquad |B| = \begin{vmatrix} 1 & 6 & 2 & 0 \\ 0 & 3 & -1 & 4 \\ 2 & 12 & 4 & 0 \\ 5 & -3 & 4 & 0 \end{vmatrix} \qquad |C| = \begin{vmatrix} 1 & 6 & 2 & 1 \\ 0 & 3 & -1 & 0 \\ 2 & -12 & 3 & 2 \\ 5 & -3 & 4 & 5 \end{vmatrix}$$

3) Mediante operaciones elementales, transforma las siguientes matrices en escalonadas equivalentes y determina su rango

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 4 & -1 \\ 2 & 5 & 3 \\ 1 & 10 & -11 \end{pmatrix} \qquad B = \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 1 & 4 \\ 5 & -2 \end{pmatrix} \qquad C = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 3 & 4 \\ 0 & 2 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 5 & -2 \end{pmatrix}$$

4) Determina el rango de la matriz A en función del parámetro a

$$A = \begin{pmatrix} 1 & -2 & -3 \\ 0 & a & 2 \\ a & -1 & a-2 \end{pmatrix}$$

5) Halla los valores del parámetro a para los cuales A sería singular

$$A = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 2 \\ a & 0 & 1 \\ 2 & a & -2 \end{pmatrix}$$

6) Calcula, si existe, la inversa de las siguientes matrices:

$$A = \begin{pmatrix} 4 & 5 & 1 \\ 5 & 1 & 0 \\ -4 & 0 & 0 \end{pmatrix} \qquad B = \begin{pmatrix} 3 & 1 & -1 \\ 2 & 1 & 0 \\ 1 & 5 & -1 \end{pmatrix} \qquad C = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 4 & 8 \end{pmatrix}$$

7) Determina, por el método de la eliminación gaussiana, la inversa de A:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 2 & 1 & 0 \\ -1 & -2 & -1 \end{pmatrix}$$

8) Utiliza la factorización LU para calcular el determinante de la siguiente matriz:

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 8 & 1 & 1 \\ 4 & 13 & 3 & -1 \\ -2 & -5 & -3 & 3 \\ -6 & -18 & -1 & 1 \end{pmatrix}$$

9) Halla una factorización del tipo $PA = LU$ de las siguientes matrices:

a)

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 2 \\ -1 & 5 & -2 \\ 3 & 6 & -7 \end{pmatrix}$$

b)

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 \\ -1 & 2 & -4 \\ 2 & -5 & 1 \end{pmatrix}$$

c)

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & -1 \\ 2 & 0 & 1 \\ 1 & 2 & 2 \end{pmatrix}$$

10) Halla una factorización de Cholesky de la siguiente matriz:

$$A = \begin{pmatrix} 4 & -6 \\ -6 & 10 \end{pmatrix}$$