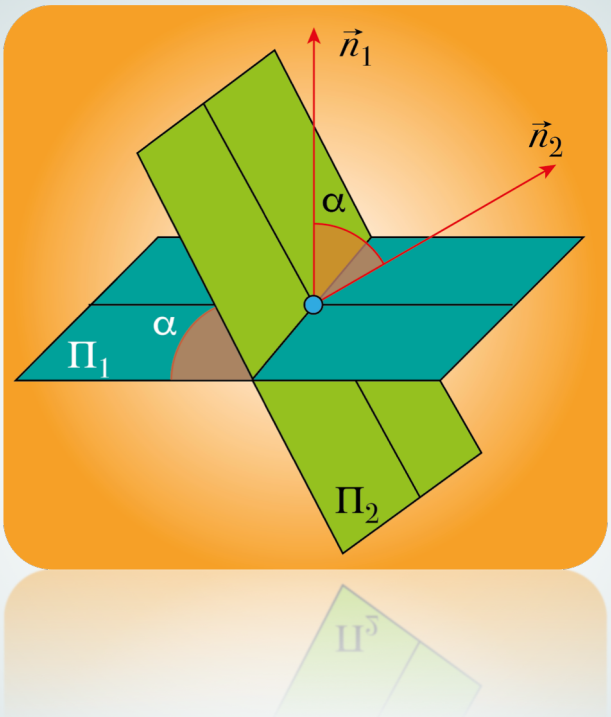
Álgebra y Geometría

Problemas Tema 2. Sistemas de ecuaciones lineales



Rodrigo García Manzanas
Ruth Carballo Fidalgo

Departamento de Matemática Aplicada y
Ciencias de la Computación

Este tema se publica bajo Licencia:
Creative Commons BY-NC-SA 4.0

Universidad de Cantabria · *Grado en Ingeniería Civil*

G1954: Álgebra y Geometría

Tema 2: Sistemas de ecuaciones lineales

1) Resuelve los siguientes sistemas aplicando el método de Cramer:

a)
$$\begin{cases} x+y-z &= 0 \\ 3x+y-z &= 2 \\ 4x-2y+z &= 3 \end{cases}$$

b)
$$\begin{cases} x-2y+3z &= 0 \\ -3x+4y+5z &= 0 \\ -x-7y+8z &= 0 \end{cases}$$

2) Resuelve los siguientes sistemas por eliminación gaussiana:

a)
$$\begin{cases} x+y+z+t &= 7 \\ x+y+2t &= 8 \\ 2x+2y+3z &= 10 \\ -x-y-2z+2t &= 0 \end{cases}$$

b)
$$\begin{cases} x+y+z+t &= 7 \\ x+y+2t &= 5 \\ 2x+2y+3z &= 10 \\ -x-y-2z+2t &= 0 \end{cases}$$

3) Resuelve los siguientes sistemas por eliminación gaussiana:

a)
$$\begin{cases} 3x+5y-4z &= 0 \\ -3x-2y+4z &= 0 \\ 6x+y-8z &= 0 \end{cases}$$

b)
$$\begin{cases} 3x+5y-4z &= 7 \\ -3x-2y+4z &= -1 \\ 6x+y-8z &= -4 \end{cases}$$

4) Resuelve los siguientes sistemas por eliminación gaussiana:

a)
$$\begin{cases} 3y-6z+6t+4p &= -5 \\ 3x-7y+8z-5t+8p &= 9 \\ 3x-9y+12z-9t+6p &= 15 \end{cases}$$

b)
$$\begin{cases} 3y-6z+6t+4p &= 0 \\ 3x-7y+8z-5t+8p &= 0 \\ 3x-9y+12z-9t+6p &= 0 \end{cases}$$

5) Clasifica el siguiente sistema lineal en función del parámetro a:
$$\begin{cases} -x-2y+az &= a \\ 2x-ay+2z &= -2 \\ x+2y+4z &= 3 \end{cases}$$

6) Clasifica en función del parámetro a el sistema lineal de matriz ampliada:
$$A^* = \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 2 & 1 \\ 2 & 1 & 3 & 0 \\ 1 & 2 & a & 3 \\ 1 & 1 & a & a \end{array}\right)$$

7) Determina los valores de k para que el siguiente sistema tenga: i) una solución única, ii) ninguna solución, iii) infinitas soluciones.
$$\begin{cases} x+y-z &= 1 \\ 2x+3y+kz &= 3 \\ x+ky+3z &= 2 \end{cases}$$

8) Determina la relación que deben guardar a, b y c para que el siguiente sistema tenga solución:
$$\begin{cases} x+2y-3z &= a \\ 2x+6y-11z &= b \\ x-2y+7z &= c \end{cases}$$

9) Determina si las siguientes rectas tienen un punto de intersección común: $2x+3y=-1$, $6x+5y=0$ y $2x-5y=7$. En caso afirmativo obtén las coordenadas de dicho punto.

10) Resuelve los siguientes sistemas utilizando el método de la factorización LU:

a)

$$\begin{cases} x - 3z &= -2 \\ 2x + 3y - 6z &= -1 \\ 4x + 6y - 11z &= -1 \end{cases}$$

b)

$$\begin{cases} x - 2y - 3z &= 2 \\ 2x + y + z &= 1 \\ x + 3y - 2z &= -1 \end{cases}$$

11) Resuelve los siguientes sistemas utilizando el método de la factorización de Cholesky:

a)

$$\begin{cases} x - y + z &= 1 \\ -x + 5y - 5z &= 0 \\ x - 5y + 6z &= 1 \end{cases}$$

b)

$$\begin{cases} x + 2y &= 2 \\ 2x - 5y - z &= 1 \\ -y + 4z &= -1 \end{cases}$$