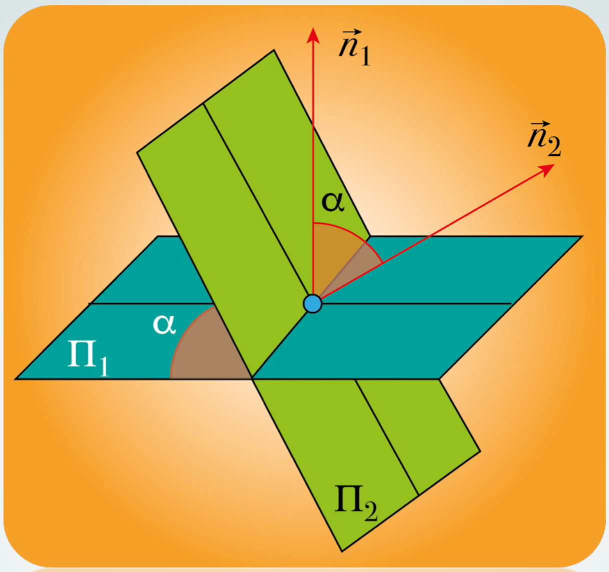
Álgebra y Geometría

Problemas Tema 3. Espacios vectoriales



Rodrigo García Manzanas
Ruth Carballo Fidalgo

Departamento de Matemática Aplicada y
Ciencias de la Computación

Universidad de Cantabria · *Grado en Ingeniería Civil*

G1954: Álgebra y Geometría

Tema 3: Espacios vectoriales

1) En el espacio vectorial $\mathbb{M}_{2\times 2}$ (matrices 2×2 con términos reales),

a) ¿forman un subespacio las matrices de la forma $\begin{pmatrix} a & b \\ 2b & c \end{pmatrix}$?

b) ¿y las matrices de la forma $\begin{pmatrix} a & b^2 \\ b & c \end{pmatrix}$?

2) Determina si los siguientes conjuntos de vectores son libres o ligados:

a) $\{(1,0,1),(2,0,3),(-1,0,4)\}$ en $\mathbb{R}^3$

b) $\{(1,2),(3,-1),(5,0),(1,-2)\}$ en $\mathbb{R}^2$

3) Dado el subespacio de $\mathbb{R}^5$ en forma paramétrica $S = \{(a, a+b, a+b+c, c, 2a-b) : a, b, c \in \mathbb{R}\}$, obtén un sistema generador del mismo

4) Halla una base y la dimensión del siguiente subespacio de $\mathbb{R}^4$: $\{x+y+z+t=0, y-2z-t=0\}$

5) a) Determina si los vectores $\{(1,2,3),(4,5,6),(3,3,3)\}$ forman base de $\mathbb{R}^3$

b) Determina si los vectores $\{(1,0,1),(-1,0,2)\}$ forman base del subespacio $\{y=0\}$ de $\mathbb{R}^3$

6) Extiende el siguiente conjunto de vectores hasta formar una base de $\mathbb{R}^4$: $\{(2,3,0,1),(0,2,0,0)\}$

7) Dadas las bases $B = \{(1,0),(0,1)\}$ y $B' = \{(0,-1),(1,2)\}$, halla:

a) la matriz de cambio de base de B' a B

b) la matriz de cambio de base de B a B'

c) las coordenadas del vector $(-3,-8)$ en la base B'

8) En $\mathbb{R}^4$, si S tiene como sistema generador $\{(1,1,0,0),(1,-1,0,0)\}$ y T tiene como sistema generador $\{(0,2,1,0),(-1,1,1,0)\}$, halla:

a) un sistema generador del subespacio $S+T$

b) una base de $S+T$

9) Dados los subespacios $S = \{x+y-z-t=0, 2x+2y-z-t=0\}$ y $T = \{x-y=0, z-t=0\}$ en $\mathbb{R}^4$, calcula:

a) el subespacio $S \cap T$

b) el subespacio $S+T$

10) Determina si los siguientes subespacios están o no en suma directa:

a) $S = <(1,2,0,0),(1,0,0,2)>$ y $T = <(0,0,2,1),(2,0,0,1)>$ en $\mathbb{R}^4$

b) $S = <(1,2,0),(1,0,2)>$ y $T = <(0,2,1),(2,0,1)>$ en $\mathbb{R}^3$

11) Halla un subespacio suplementario de $\{(1,2,3),(4,5,6)\}$ en $\mathbb{R}^3$