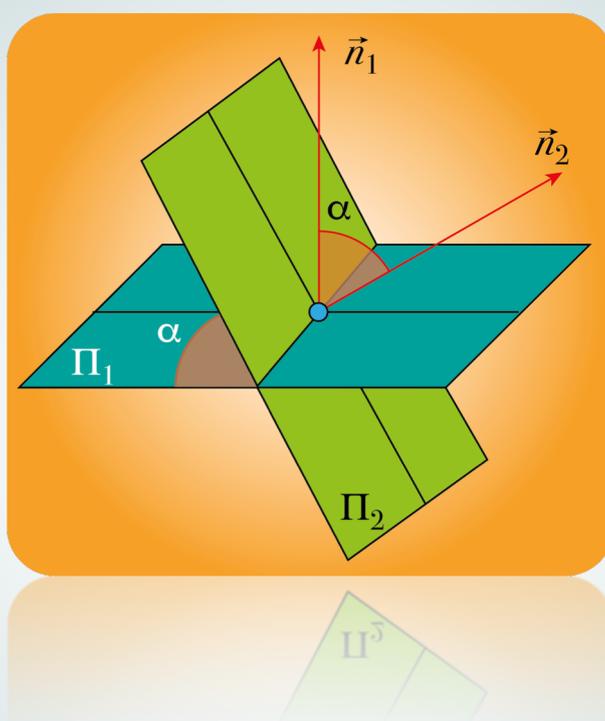


Álgebra y Geometría

Problemas Tema 4. Espacio euclídeo



Rodrigo García Manzanás
Ruth Carballo Fidalgo

Departamento de Matemática Aplicada y
Ciencias de la Computación

Este tema se publica bajo Licencia:

[Creative Commons BY-NC-SA 4.0](https://creativecommons.org/licenses/by-nc-sa/4.0/)

- 1) En el espacio de las funciones continuas en el intervalo $[0, 1]$ con el producto escalar $f \cdot g = \int_0^1 f(x)g(x)dx$, normaliza el vector $f(x) = x^2$
- 2) ¿Qué ángulo forman entre sí las siguientes rectas?

$$r_1 : \begin{cases} 2x - y + 3 = 0 \\ -y - z + 1 = 0 \end{cases} \qquad r_2 : \begin{cases} 2x - 2y + 4 = 0 \\ -2x - z + 2 = 0 \end{cases}$$

- 3) Comprueba si los siguientes vectores son ortogonales:
- a) $(1, 0, 0, 3, 4)$ y $(1, 2, 3, 1 - 1)$ en \mathbb{R}^5 , con el producto escalar usual
- b) $(3, 3, 1)$ y $(-1, 1, -1)$ en \mathbb{R}^3 , con el producto escalar $(u_1, u_2, u_3) \cdot (v_1, v_2, v_3) = u_1v_1 + \frac{4}{3}u_2v_2 + u_3v_3$
- c) $f(x) = x$ y $g(x) = x + 1$ en el espacio de las funciones continuas en el intervalo $[0, 1]$, con el producto escalar $f \cdot g = \int_0^1 f(x)g(x)dx$
- 4) Comprueba si S y T son subespacios ortogonales en \mathbb{R}^4 , siendo $\{(-3, -3, 0, 1), (1, 0, 2, 0)\}$ base de S y $\{(0, 1, 0, 3), (1, 1, -1, 6)\}$ base de T
- 5) Halla, en \mathbb{R}^3 , una base del complemento ortogonal de los subespacios S y T , que tienen por bases:
- a) $B_S = \{(1, 0, 2)\}$
- b) $B_T = \{(1, 0, 2), (1, 1, 1)\}$
- 6) Dado el vector $(0, 3, 2)$, halla su proyección ortogonal sobre los siguientes subespacios de \mathbb{R}^3 :
- a) La recta generada por el vector $(1, 2, 1)$
- b) El plano generado por los vectores $(1, 2, 1)$ y $(0, -1, 2)$
- 7) Halla una base ortonormal del plano generado por los vectores $\vec{u} = (0, 1, 0)$ y $\vec{v} = (3, 2, 1)$
- 8) Dado el subespacio S generado por $(1, 0, -1, 1)$ y $(0, 2, 0, 3)$:
- a) Calcula su matriz de proyección
- b) Proyecta el vector $(0, 0, 0, 5)$ sobre S

Nota: Puedes utilizar MATLAB

- 9) Considera en \mathbb{R}^3 un subespacio S que tiene por base los vectores $(0, 5, 1)$ y $(2, 5, 1)$. Calcula:
- a) La distancia del punto $(1, 2, 6)$ a S
- b) La distancia del punto $(1, 2, 6)$ a S^\perp

Nota: Puedes utilizar MATLAB

- 10) En el espacio de las funciones continuas en el intervalo $[0, 2]$ con el producto escalar $f \cdot g = \int_0^2 f(x)g(x)dx$, halla la mejor aproximación de la función $f(x) = 2x + 1$ en el subespacio generado por la función $g(x) = x$
- 11) Demuestra que no es posible expresar el vector $\vec{v} = (15, 6, 4, -5)$ como combinación lineal de los vectores $(-1, 0, 0, 1)$ y $(4, 1, -1, -2)$. Obtén los coeficientes de la combinación lineal de estos dos vectores que da el vector más cercano a \vec{v}

Nota: Puedes utilizar MATLAB

- 12) Dado el siguiente sistema, comprueba que es incompatible y resuélvelo por mínimos cuadrados. Calcula el error cuadrático cometido

$$\begin{cases} 3x + y = 4 \\ x - y = 3 \\ x + 3y = 7 \end{cases}$$

Nota: Puedes utilizar MATLAB

- 13) En un experimento de laboratorio, un ingeniero ha tomado las siguientes medidas para las variables x (independiente) e y (dependiente):

x	1	2.5	3	4.2	5.3	6	7.2	7.9
y	3.7	8.1	13.2	20.5	26.4	33.2	41.7	47.8

Calcula el mejor ajuste a estos datos mediante *a)* una recta, *b)* una parábola y *c)* una función exponencial ($y = Ce^{Dx}$) y estima los errores cuadráticos cometidos. Compara el error (en valor absoluto) al que dan lugar los tres ajustes cuando $x = 5.3$

Nota: Utiliza MATLAB