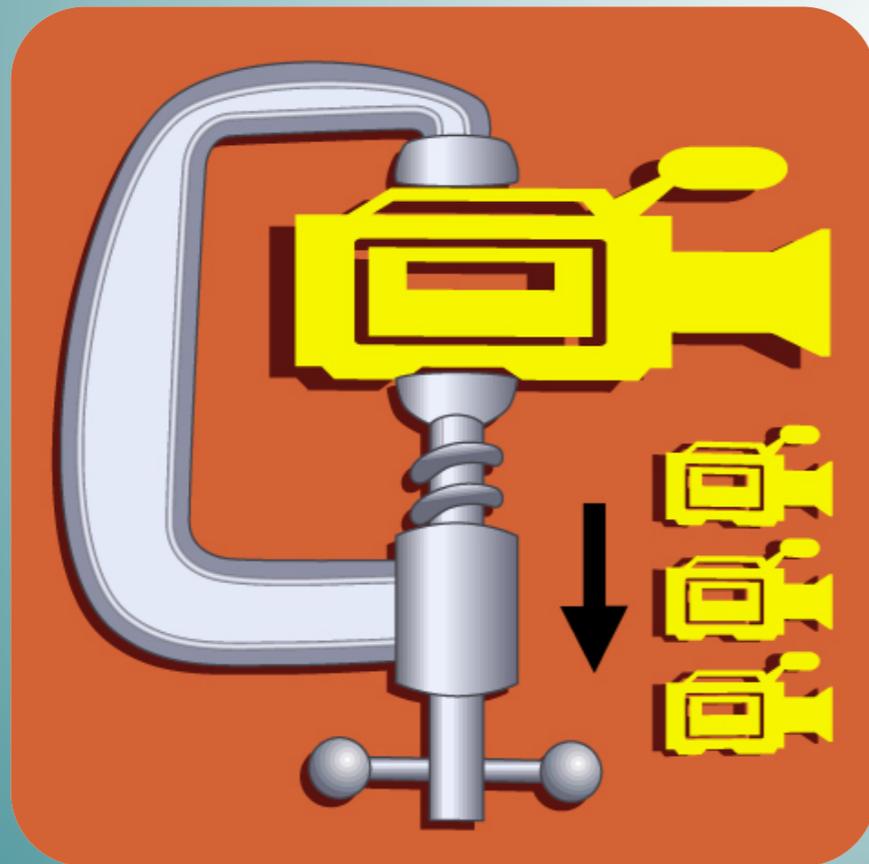


Compresión de Vídeo

Tema 1.3. Filtrado en el dominio frecuencial



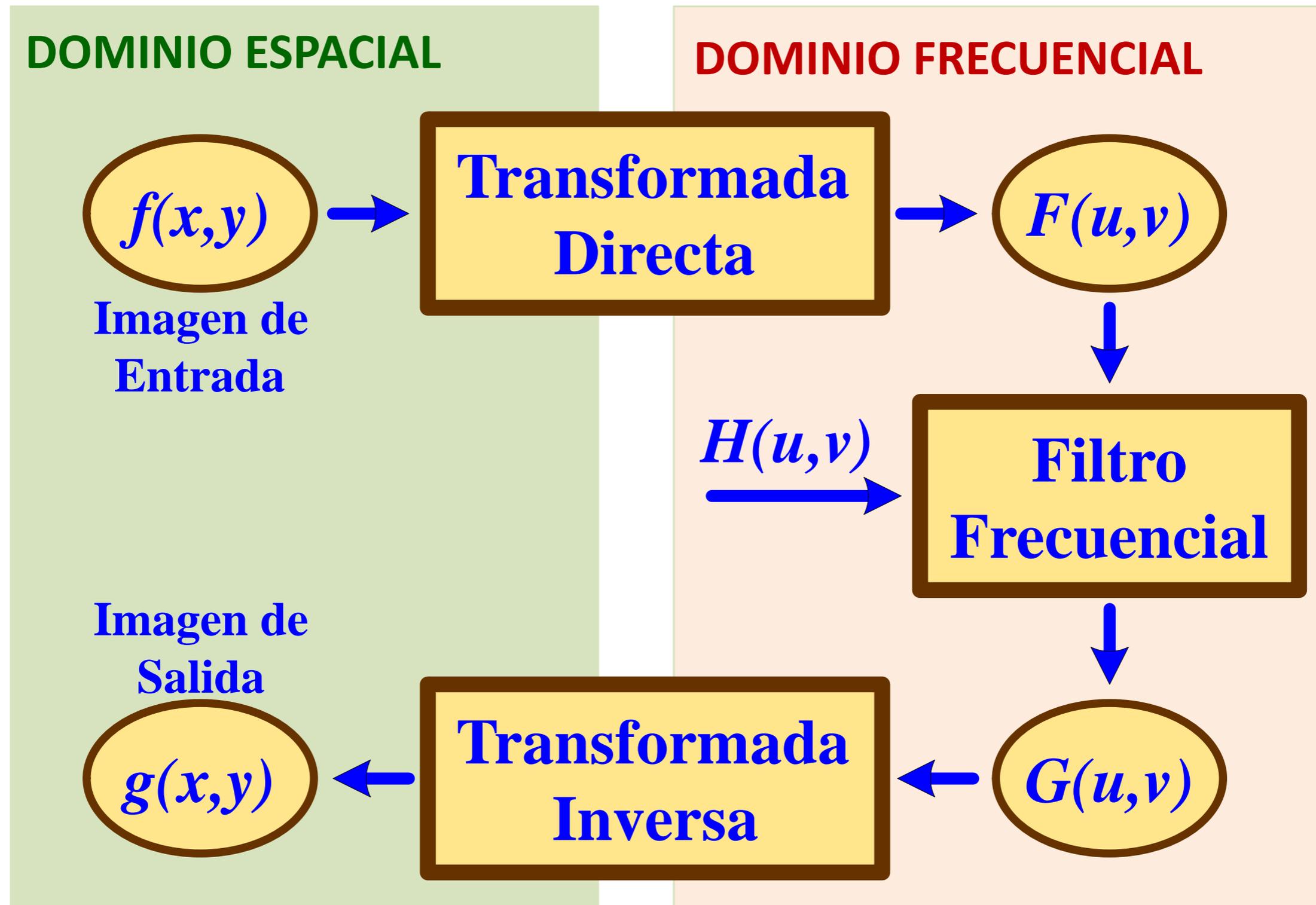
Juan A. Michell Martín
Gustavo A. Ruiz Robredo

Departamento de Electrónica y Computadores

Este tema se publica bajo Licencia:

[Creative Commons BY-NC-SA 4.0](https://creativecommons.org/licenses/by-nc-sa/4.0/)

FILTRADO EN EL DOMINIO FRECUENCIAL

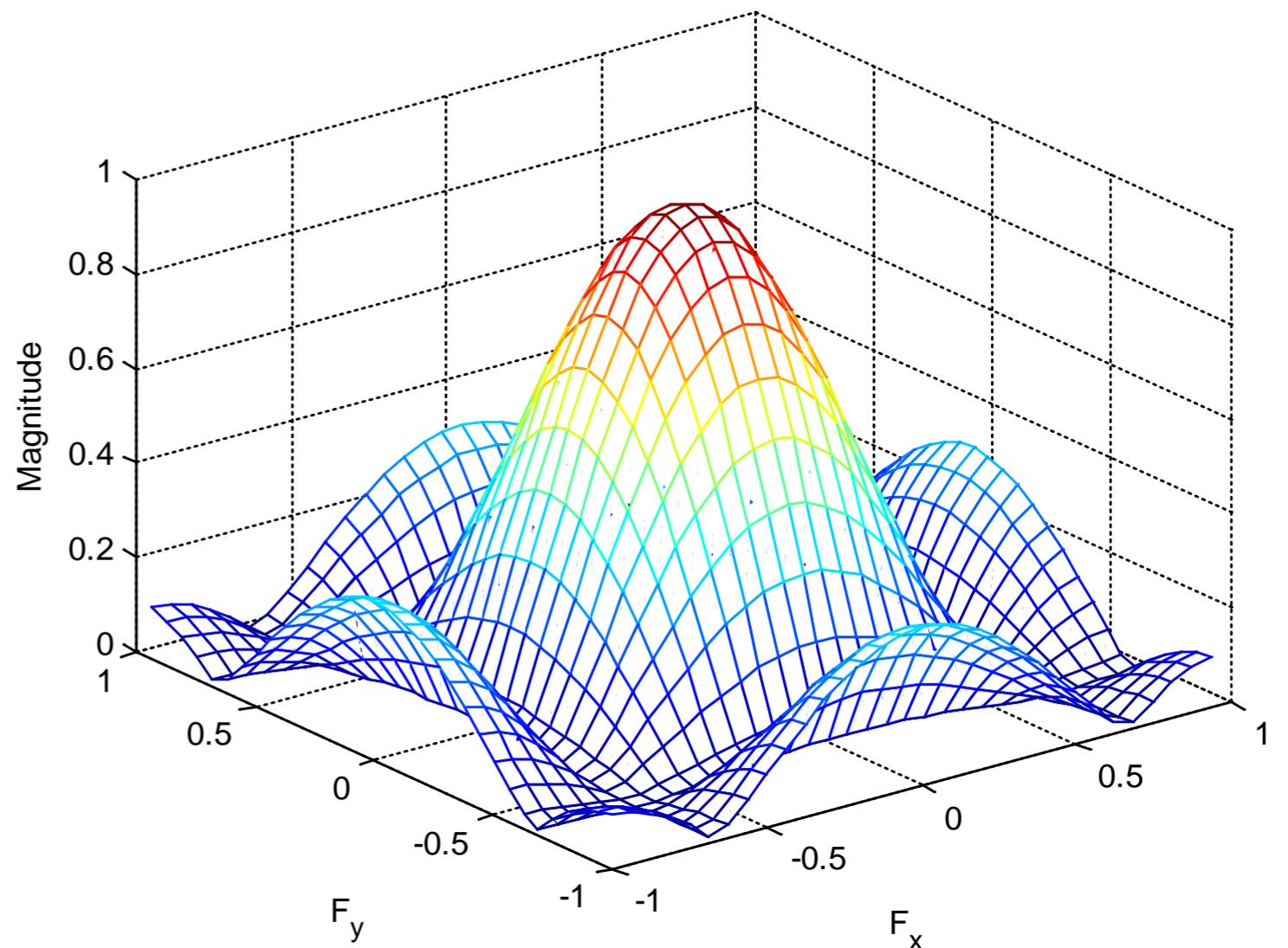


Secuencia de operaciones

1. **Transformación de la imagen f : Transformada Discreta de Fourier (2D-DFT) de f .**
2. **Selección del tipo de filtro H en el dominio de la frecuencia y especificación de sus características.**
3. **Filtrado de la transformada F con H : Cálculo de la transformada filtrada G .**
3. **Generación de la Imagen filtrada g : Transformada Discreta de Fourier Inversa (2D-IDFT) de G .**

Filtro de desenfoque (average)

1/9	1/9	1/9
1/9	1/9	1/9
1/9	1/9	1/9



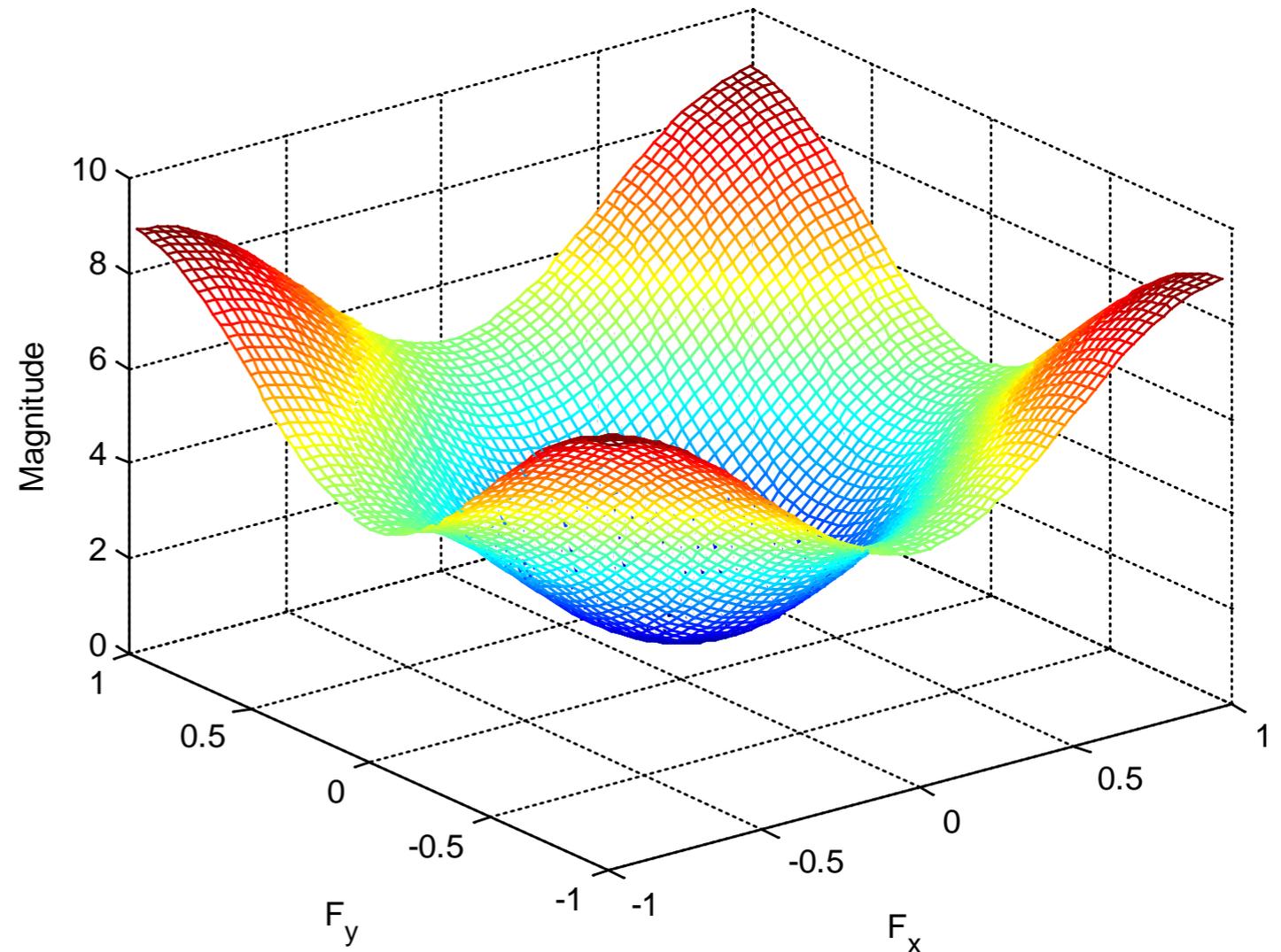
Dominio en el espacio

Dominio en la frecuencia

Filtro de enfoque (Laplaciano)

0	-1	0
-1	5	-1
0	-1	0

Dominio en el espacio



Dominio en la frecuencia

TRANSFORMADA DE FOURIER 2D

$f(x,y)$: Imagen $M \times N$

$F(u,v)$: Transformada de Fourier de $f(x,y)$

$F(0,0)$: Componente DC de la Transformada

$$F(u,v) = \sum_{x=0}^{M-1} \sum_{y=0}^{N-1} f(x,y) \cdot e^{-j2\pi \left(\frac{ux}{M} + \frac{vy}{N} \right)}$$

$$u = 0, 1, \dots, M-1 \quad , \quad v = 0, 1, \dots, N-1$$



TRANSFORMADA INVERSA DE FOURIER 2D

$$f(x, y) = \frac{1}{M \times N} \sum_{u=0}^{M-1} \sum_{v=0}^{N-1} F(u, v) \cdot e^{j2\pi \left(\frac{ux}{M} + \frac{vy}{N} \right)}$$

$$x = 0, 1, \dots, M-1 \quad , \quad y = 0, 1, \dots, N-1$$



La 2D-DFT de una imagen es un *array* 2D de números complejos de igual tamaño que la imagen.

$$f(x, y) \Leftrightarrow F(u, v)$$

$$F(u, v) = \mathfrak{F}(f(x, y))$$

$$f(x, y) = \mathfrak{F}^{-1}(F(u, v))$$

$$F(u, v) = R(u, v) + jI(u, v)$$

$$R(u, v) = \text{Real}(F(u, v))$$

$$I(u, v) = \text{Imag}(F(u, v))$$

➤ **Espectro de Fourier:**

$$|F(u, v)| = \left[R^2(u, v) + I^2(u, v) \right]^{\frac{1}{2}}$$

➤ **Espectro de Potencia:**

$$P(u, v) = |F(u, v)|^2$$

➤ **Ángulo de fase de la transformada:**

$$\phi(u, v) = \arctan \left[\frac{I(u, v)}{R(u, v)} \right]$$

2D-DFT en MATLAB:

`F=fft2(f)`

2D-DFT of f ; F es un *array* complejo del mismo tamaño que f .

`f=ifft2(F)`

2D-IDFT of F ; f es un *array* complejo del mismo tamaño que F .

`fftshift(F)`

Reagrupa la DFT moviendo la componente de DC hacia el centro del *array*.

`ifftshift(G)`

Intercambia el primer cuadrante de un *array* con el tercero y el segundo con el cuarto.

Imagen Original



f

fft2(f)

F

fftshift(F)

F'

ifftshift(F')

F

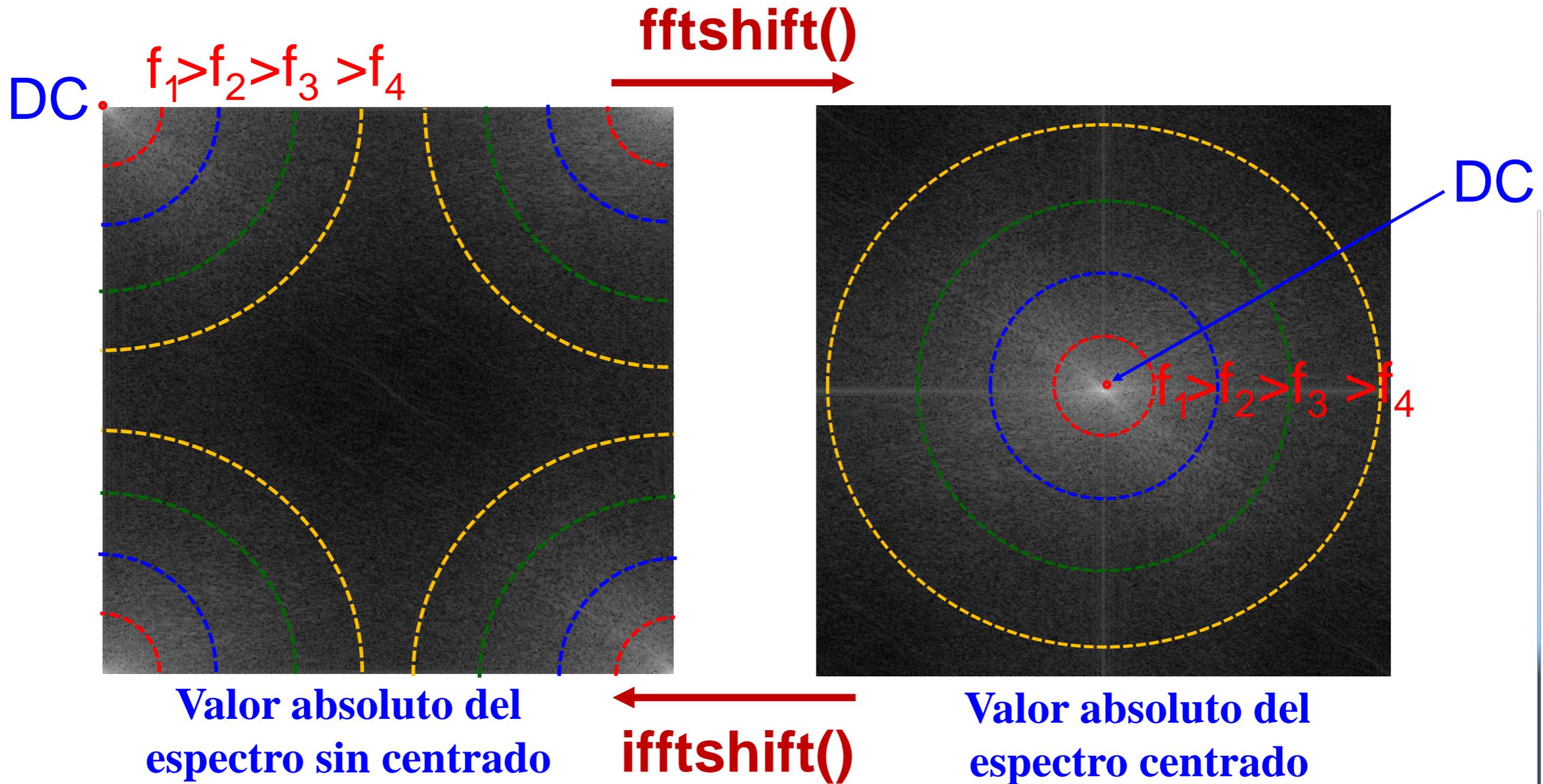
ifft2(F)

f

IDÉNTICAS

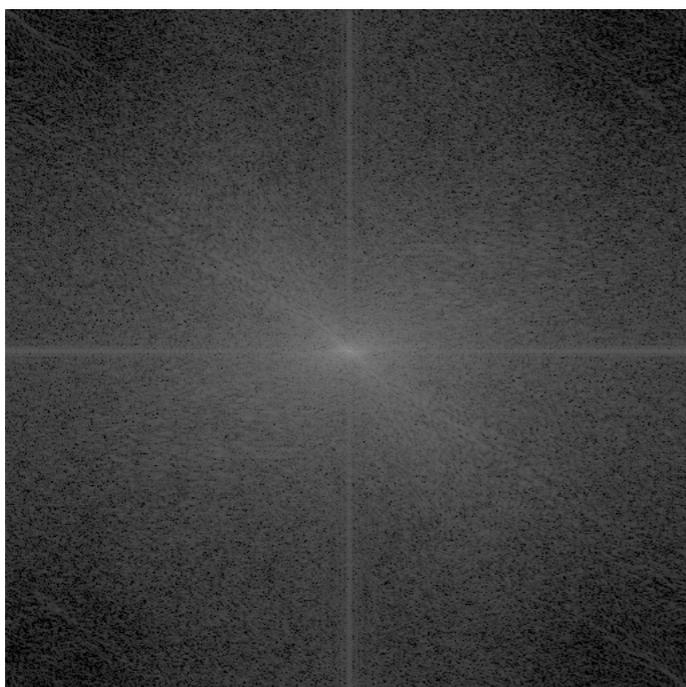
Imagen recuperada

Distribución de las frecuencias de la FFT

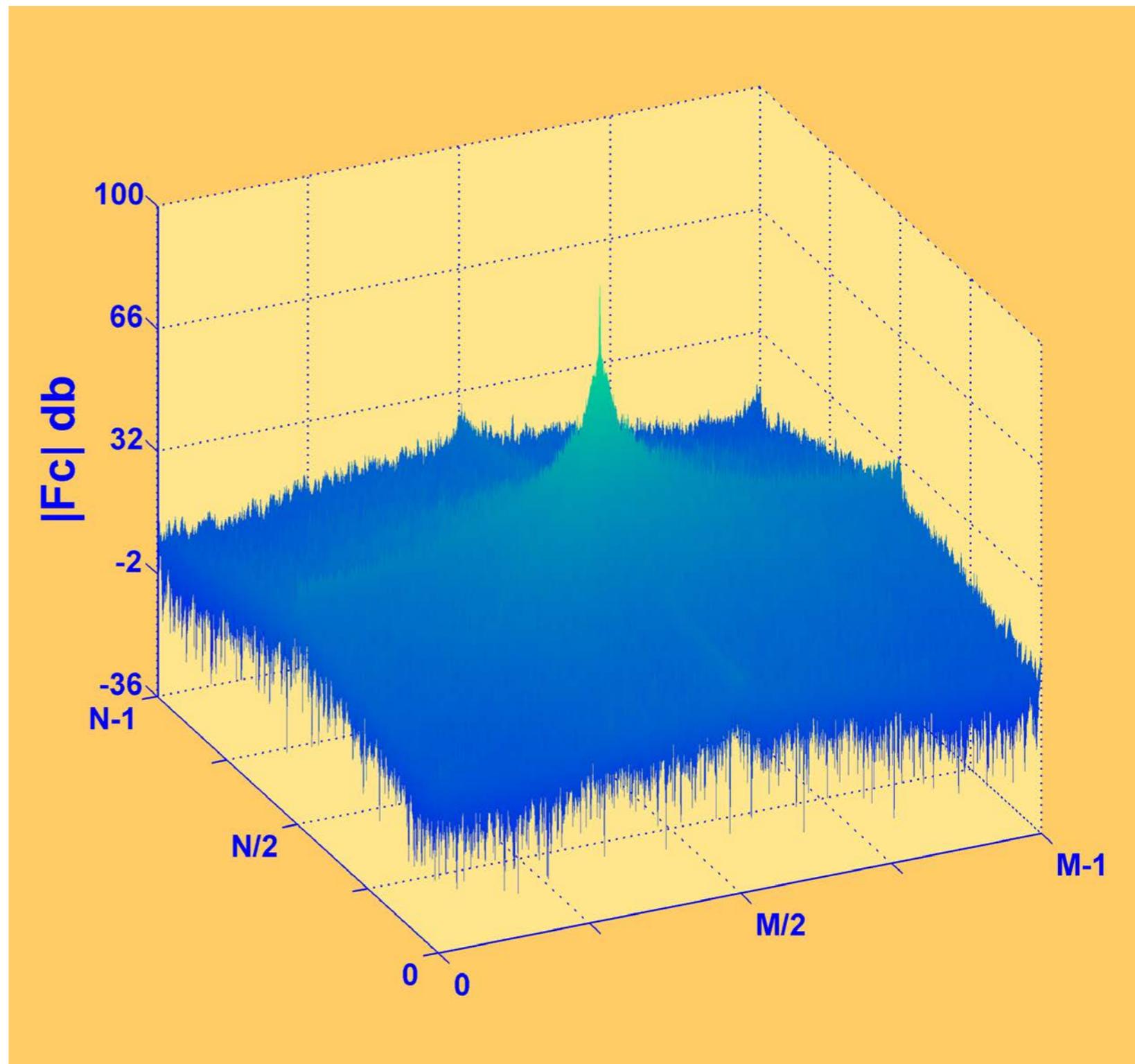




Lenna 512x512



**Espectro Centrado
(Vista Imagen)**



Espectro Centrado (Vista 3D)

TRANSFORMADA DE FOURIER: PROPIEDADES

➤ Linealidad:

$$f_1 \Leftrightarrow F_1 \quad , \quad f_2 \Leftrightarrow F_2$$

$$\mathfrak{T}(a \cdot f_1 + b \cdot f_2) = a \cdot F_1 + b \cdot F_2$$

$$a \cdot f_1 + b \cdot f_2 = \mathfrak{T}^{-1}(a \cdot F_1 + b \cdot F_2)$$

➤ Simetría:

$$f(x, y) \text{ real} \Rightarrow \begin{cases} F^*(u, v) = F(-u, -v) \\ |F(u, v)| = |F(-u, -v)| \end{cases}$$

➤ Valor medio:

$$\bar{f}(x, y) = \frac{1}{M \times N} F(0, 0)$$

➤ **Periodicidad:**

$$f(x, y), \mathbf{M} \times \mathbf{N} \Rightarrow F(u, v) = F(u + \mathbf{M}, v + \mathbf{N})$$

$$F(x, y), \mathbf{M} \times \mathbf{N} \Rightarrow f(x, y) = F(x + \mathbf{M}, y + \mathbf{N})$$

➤ **Teorema de Convolución:**

$$f(x, y) \Leftrightarrow F(u, v) \quad , \quad h(x, y) \Leftrightarrow H(u, v)$$

Convolución \Leftrightarrow correlación

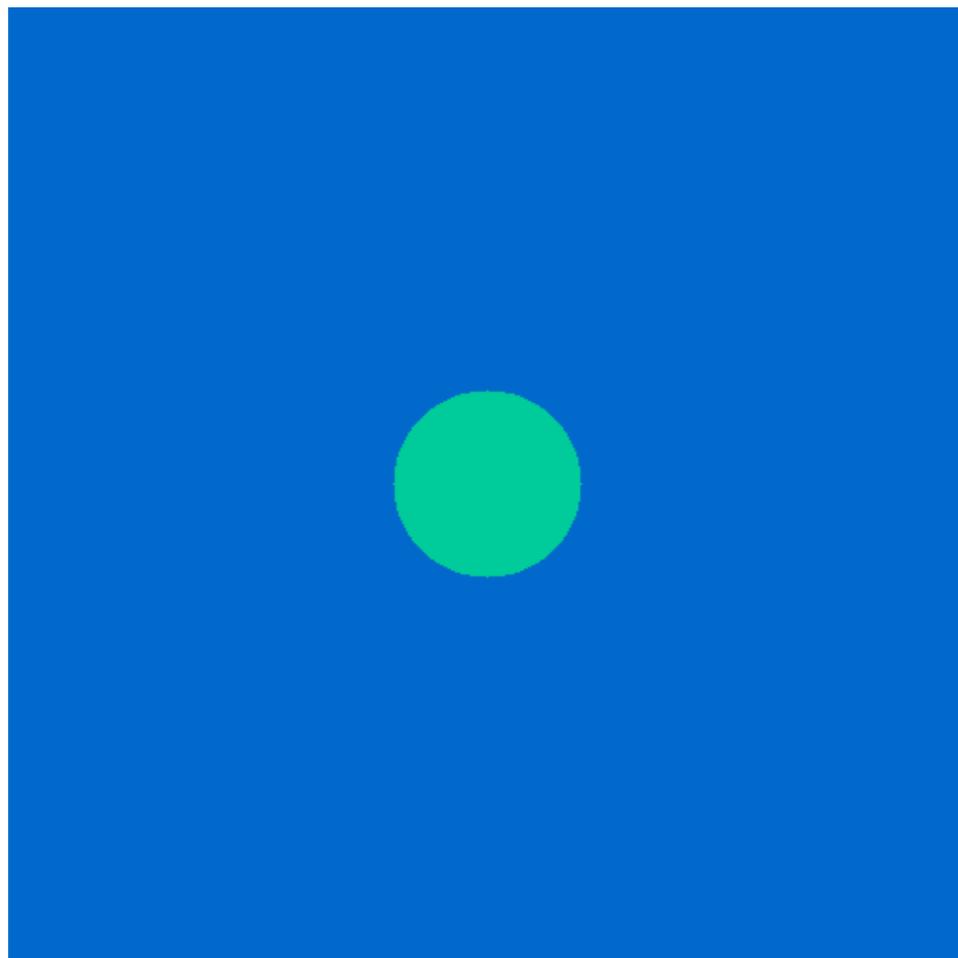
$$f(x, y) * h(x, y) \Leftrightarrow F(u, v) \cdot H(u, v)$$

$$f(x, y) \cdot h(x, y) \Leftrightarrow F(u, v) * H(u, v)$$

FILTROS DE PASO BAJO: LPF IDEAL

$$H_I(u,v) = \begin{cases} 1, & \text{si } D(u,v) = \sqrt{u^2 + v^2} \leq D_0 \\ 0, & \text{si } D(u,v) = \sqrt{u^2 + v^2} > D_0 \end{cases}$$

$D_0 \geq 0$: frecuencia (radio) de corte



LPF Ideal

$D_0=50$

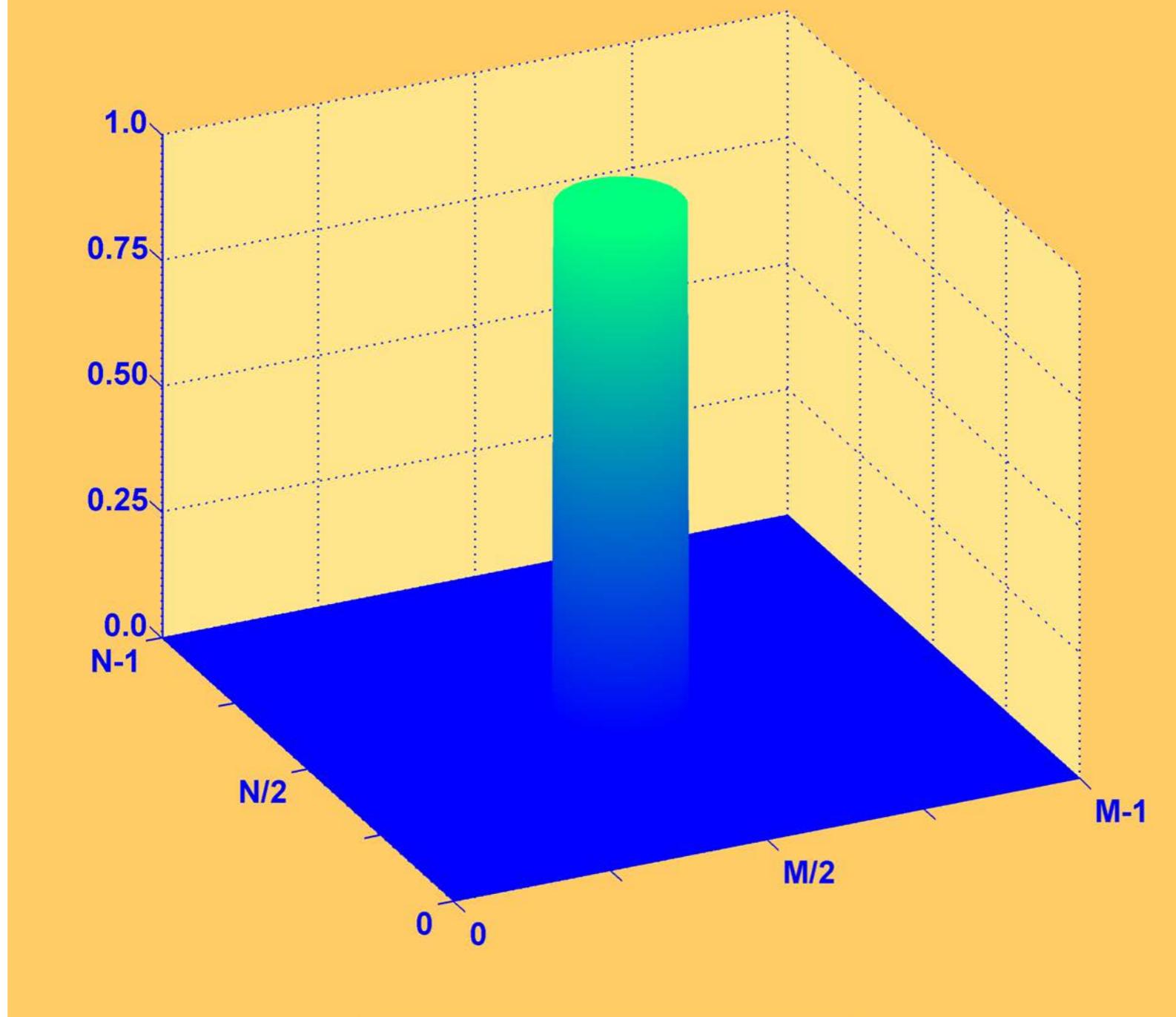
$M=512, N=512$

Vista Superior

■ 1

■ 0

LPF Ideal



$D_0=50$

$M=512$

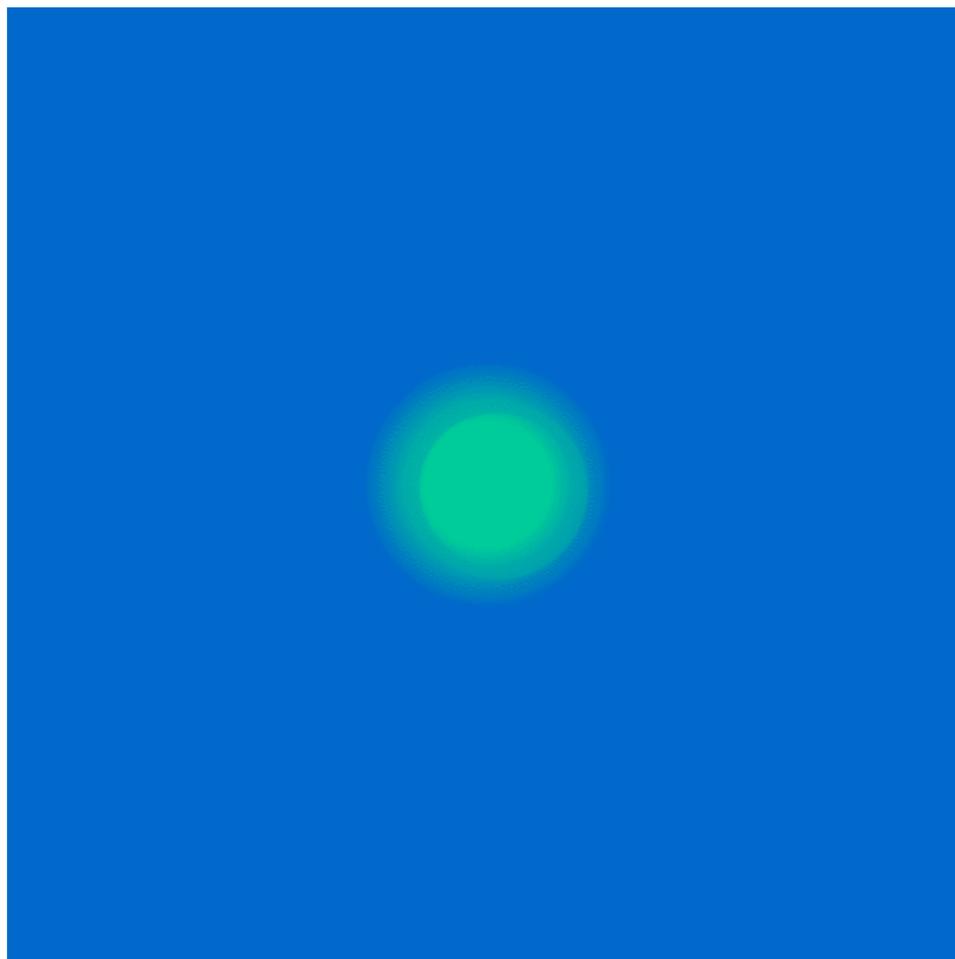
$N=512$

Vista 3D

FILTROS DE PASO BAJO: LPF GAUSSIANO

$$H_G(u,v) = e^{-D^2(u,v)/2D_0^2} \quad ; \quad H_G(u,v)|_{D=D_0} = 0.607$$

$D_0 \geq 0$: *equivalente a frecuencia de corte*



LPF Gaussiano

$D_0=50$

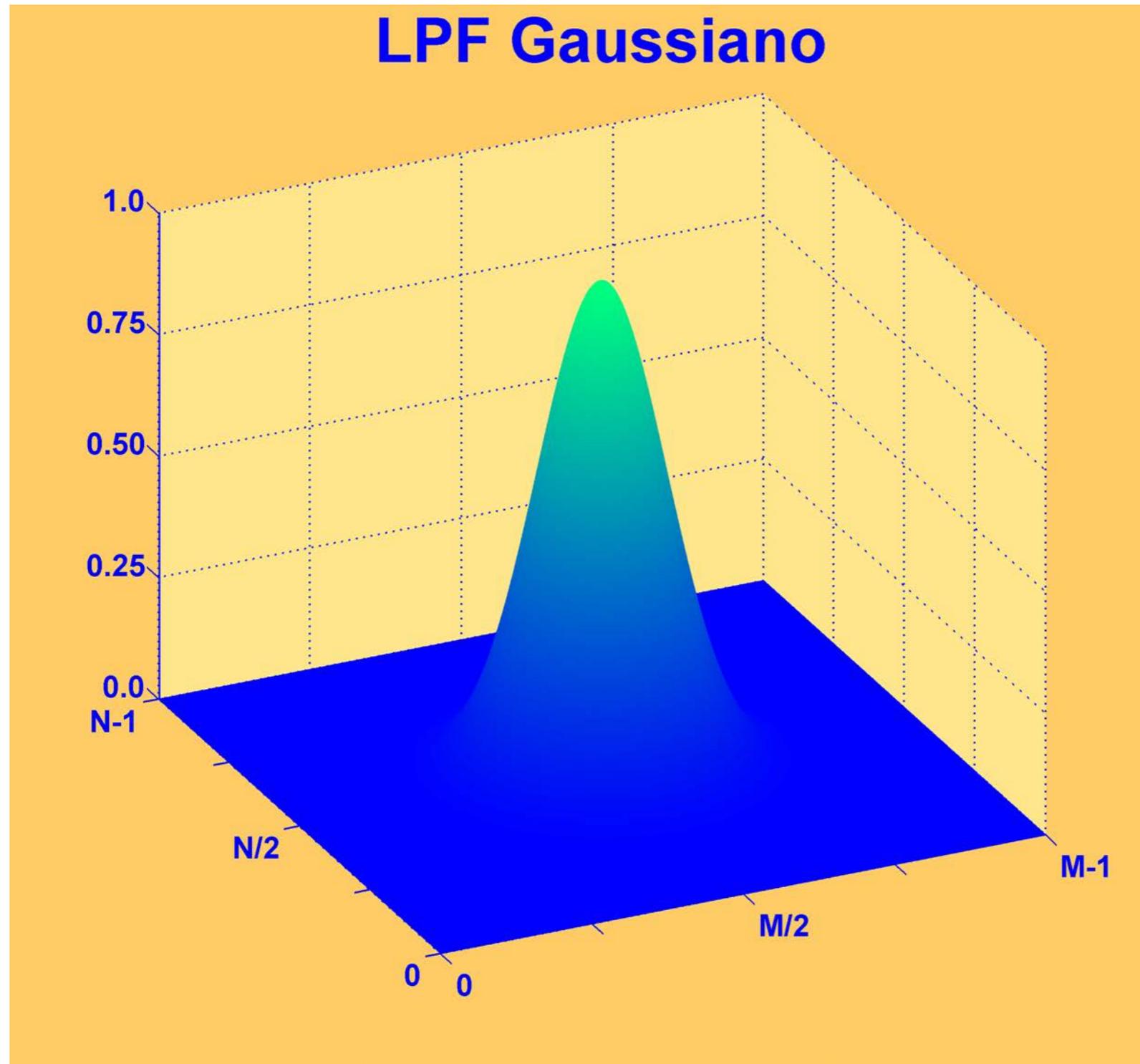
$M=512, N=512$

Vista Superior

■ 1

■ 0

LPF Gaussiano



$D_0=50$

$M=512$

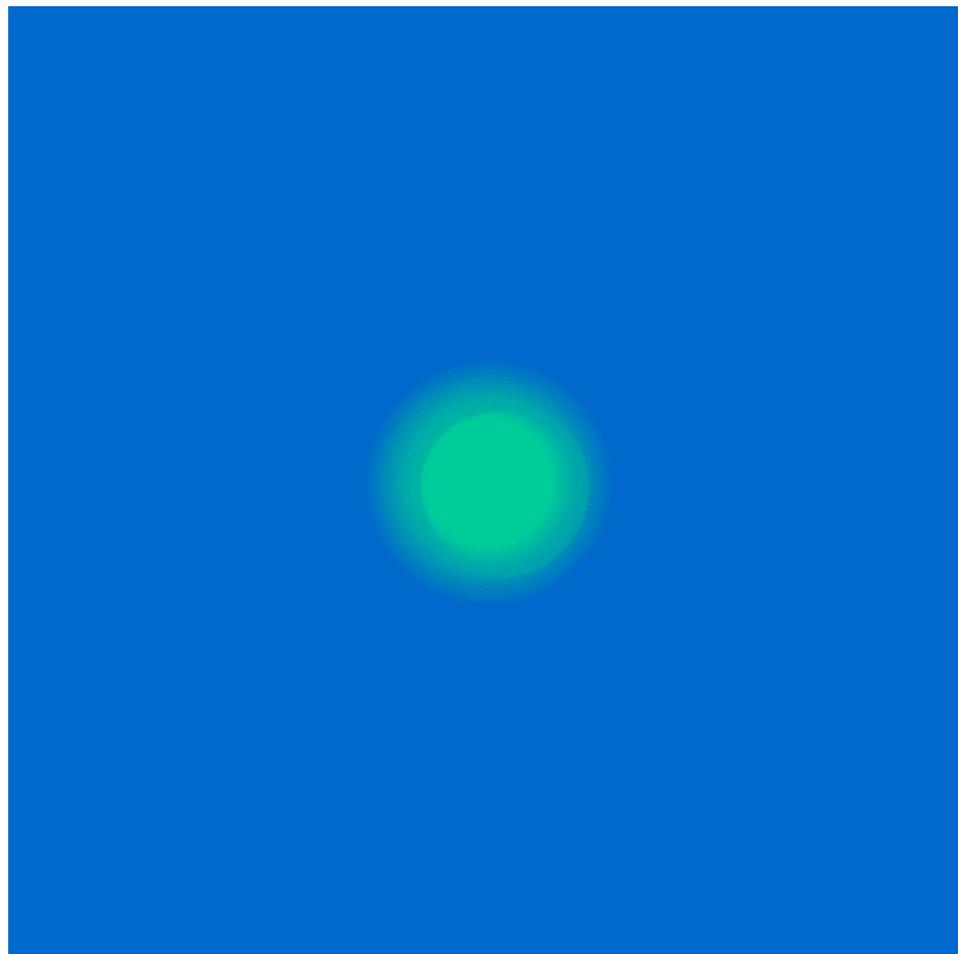
$N=512$

Vista 3D

FILTROS DE PASO BAJO: LPF BUTTERWORTH

$$H_B(u,v) = \frac{1}{1 + [D(u,v)/D_0]^{2n}} \quad ; \quad H_G(u,v)|_{D=D_0} = 0.5$$

$D_0 \geq 0$: *equivalente a frecuencia de corte*



LPF Butterworth

$D_0=50, n=4$

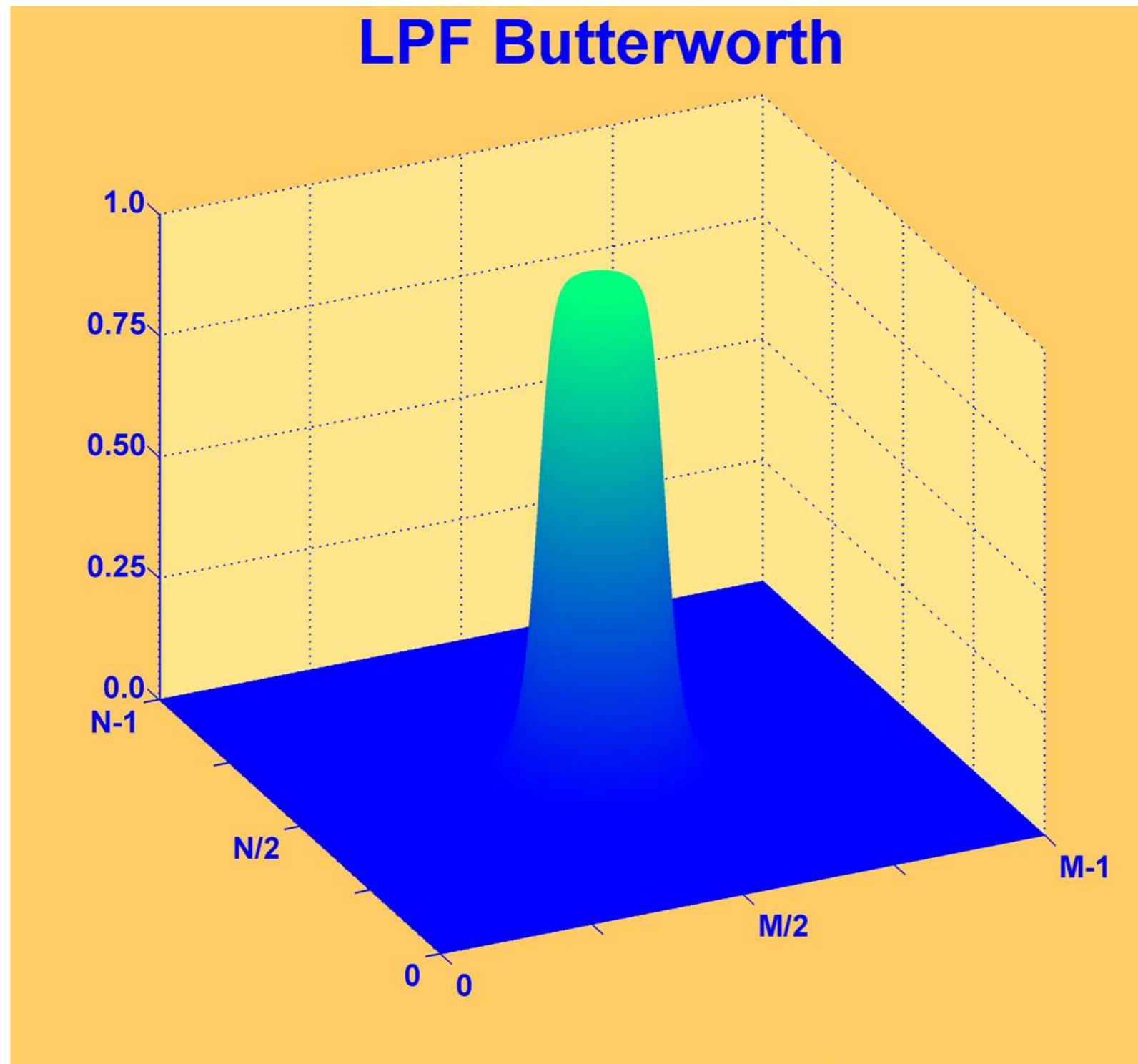
$M=512, N=512$

Vista Superior

■ 1

■ 0

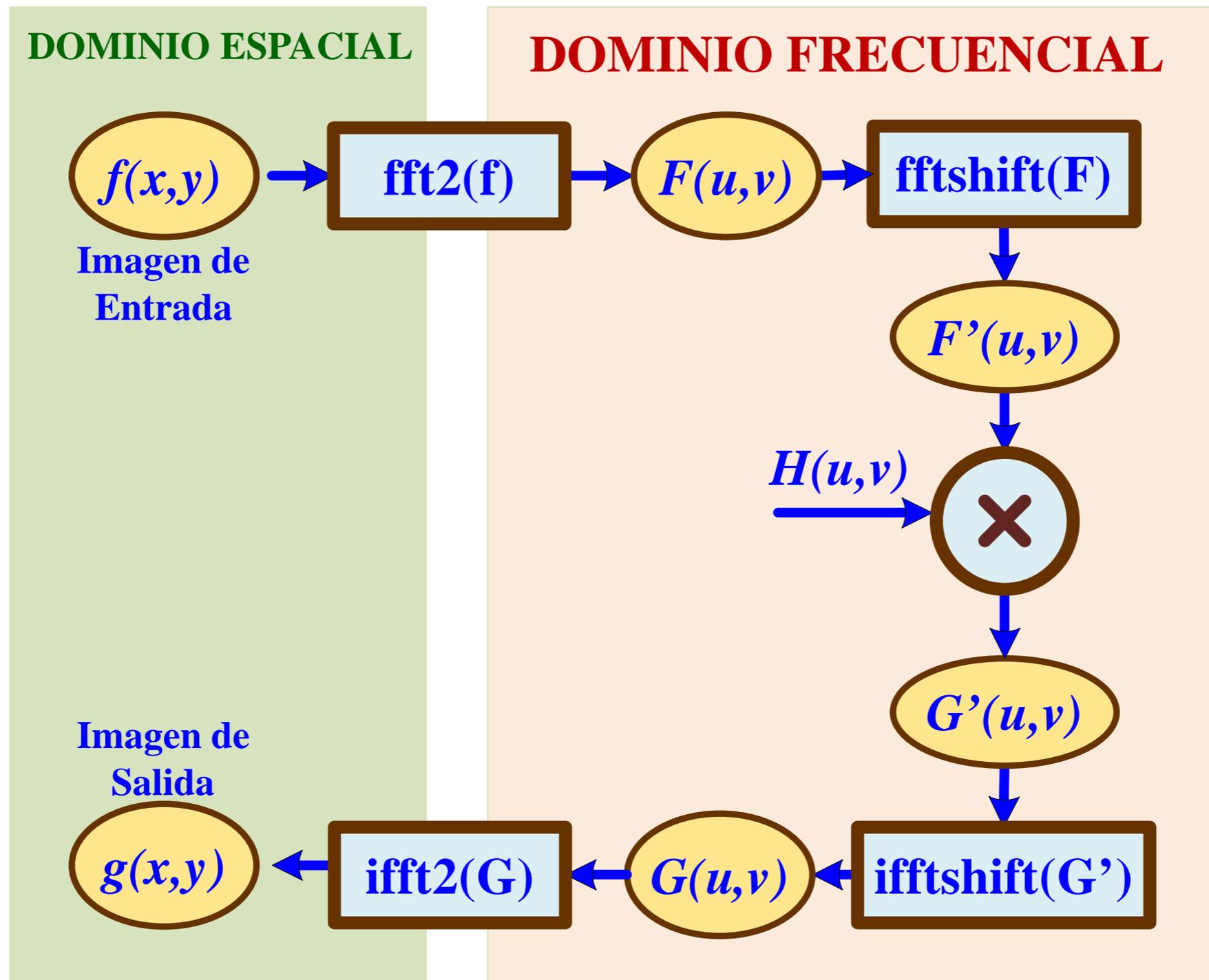
LPF Butterworth



$D_0=50$
 $M=512$
 $N=512$

Vista 3D

PASOS PARA EL FILTRADO EN EL DOMINIO DE LA FRECUENCIA



Ejemplo 9: LPF, $D_0 = 50$, $n = 4$

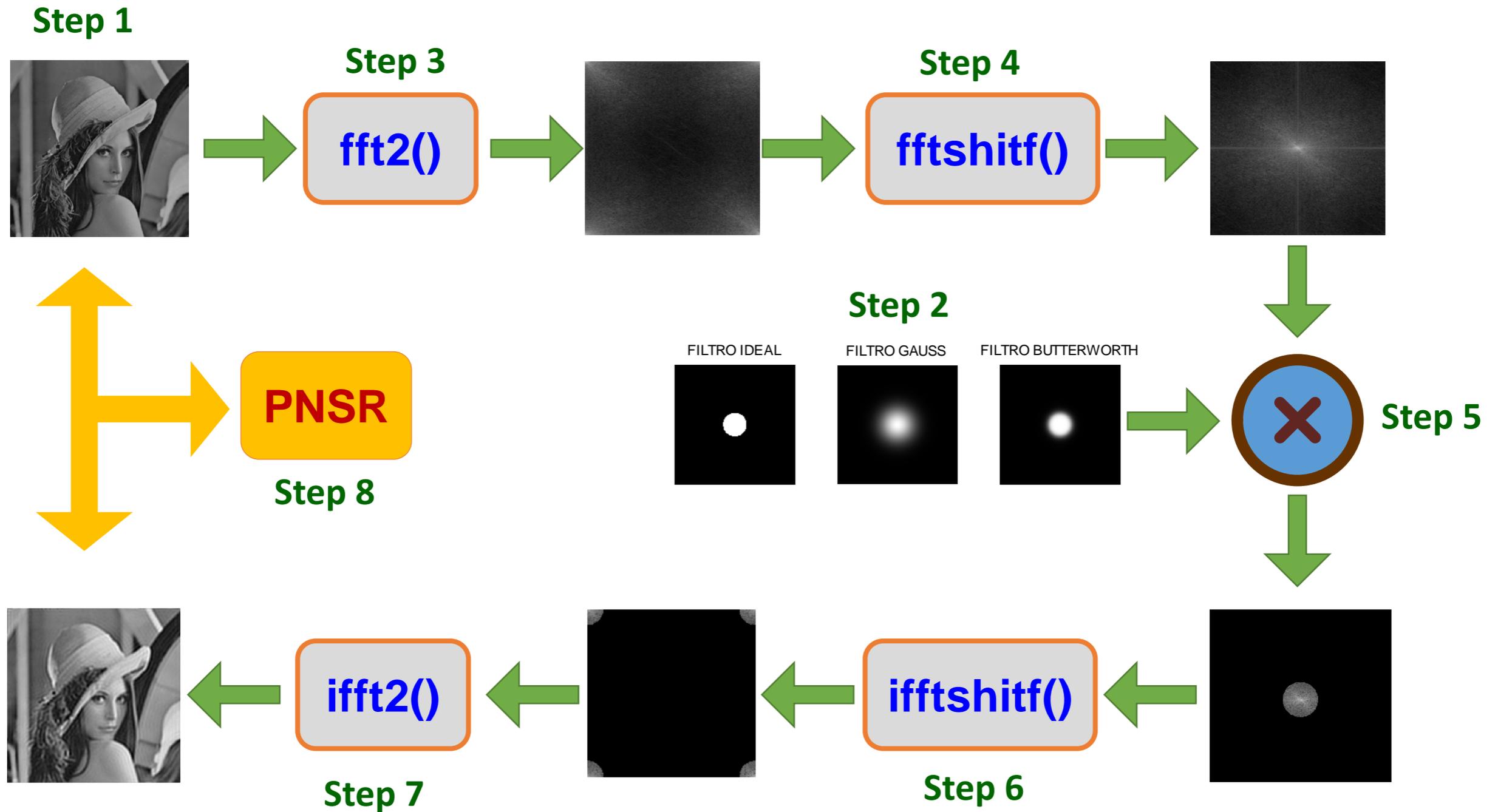
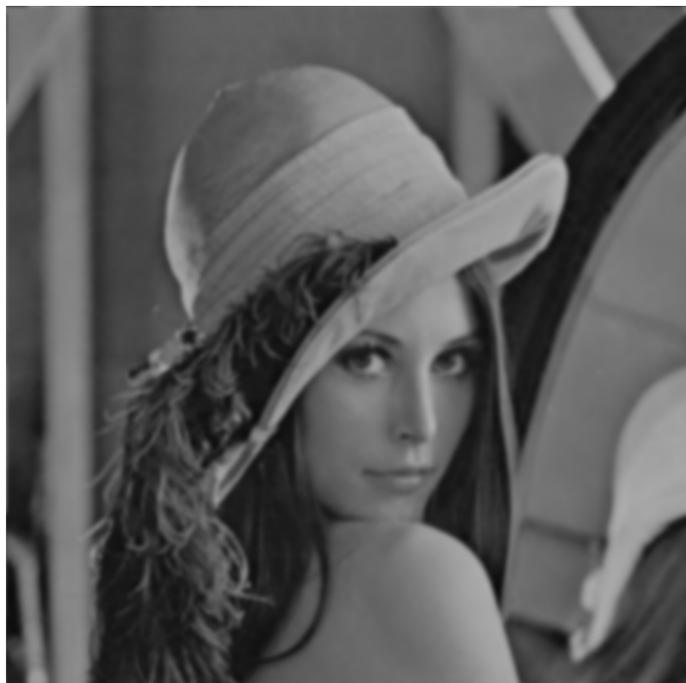




Imagen Original



Salida LPF Ideal



Salida LPF Gaussiano

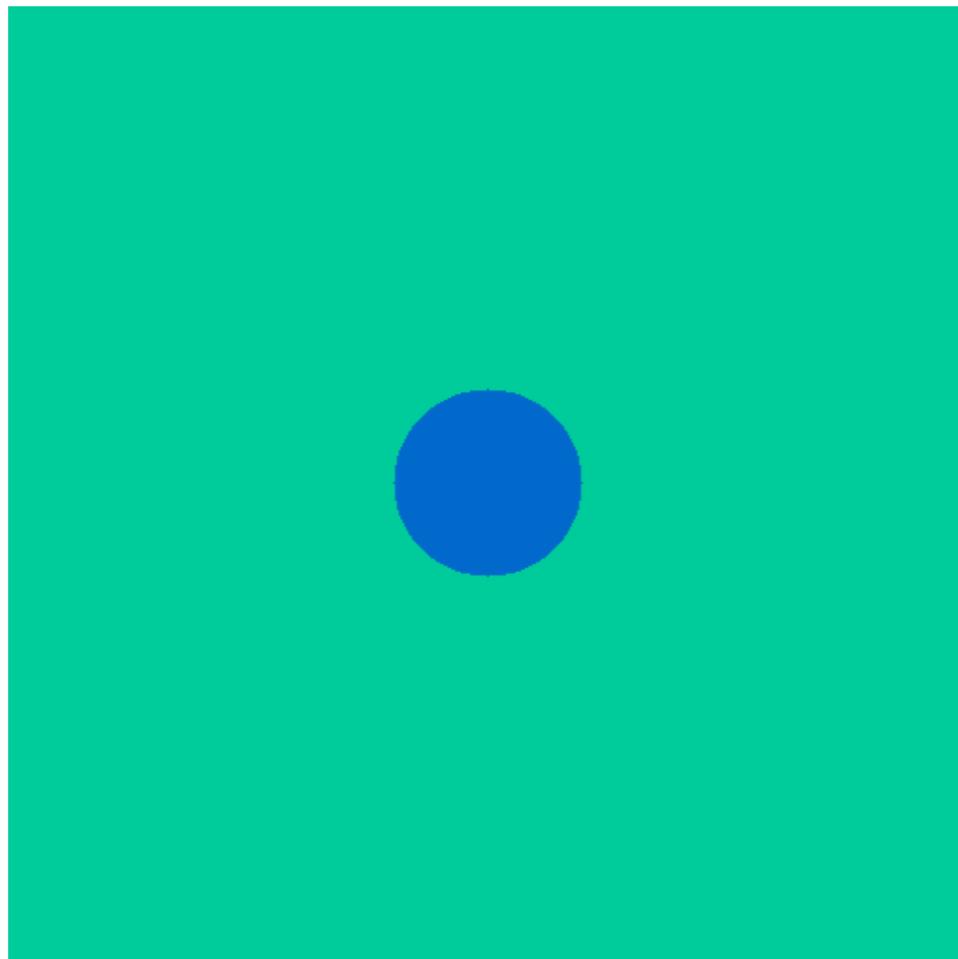


Salida LPF Butterworth

FILTROS DE PASO ALTO: HPF IDEAL

$$H_I(u, v) = \begin{cases} 0, & \text{si } D(u, v) = \sqrt{u^2 + v^2} \leq D_0 \\ 1, & \text{si } D(u, v) = \sqrt{u^2 + v^2} > D_0 \end{cases}$$

$D_0 \geq 0$: frecuencia (radio) de corte



HPF Ideal

$D_0=50$

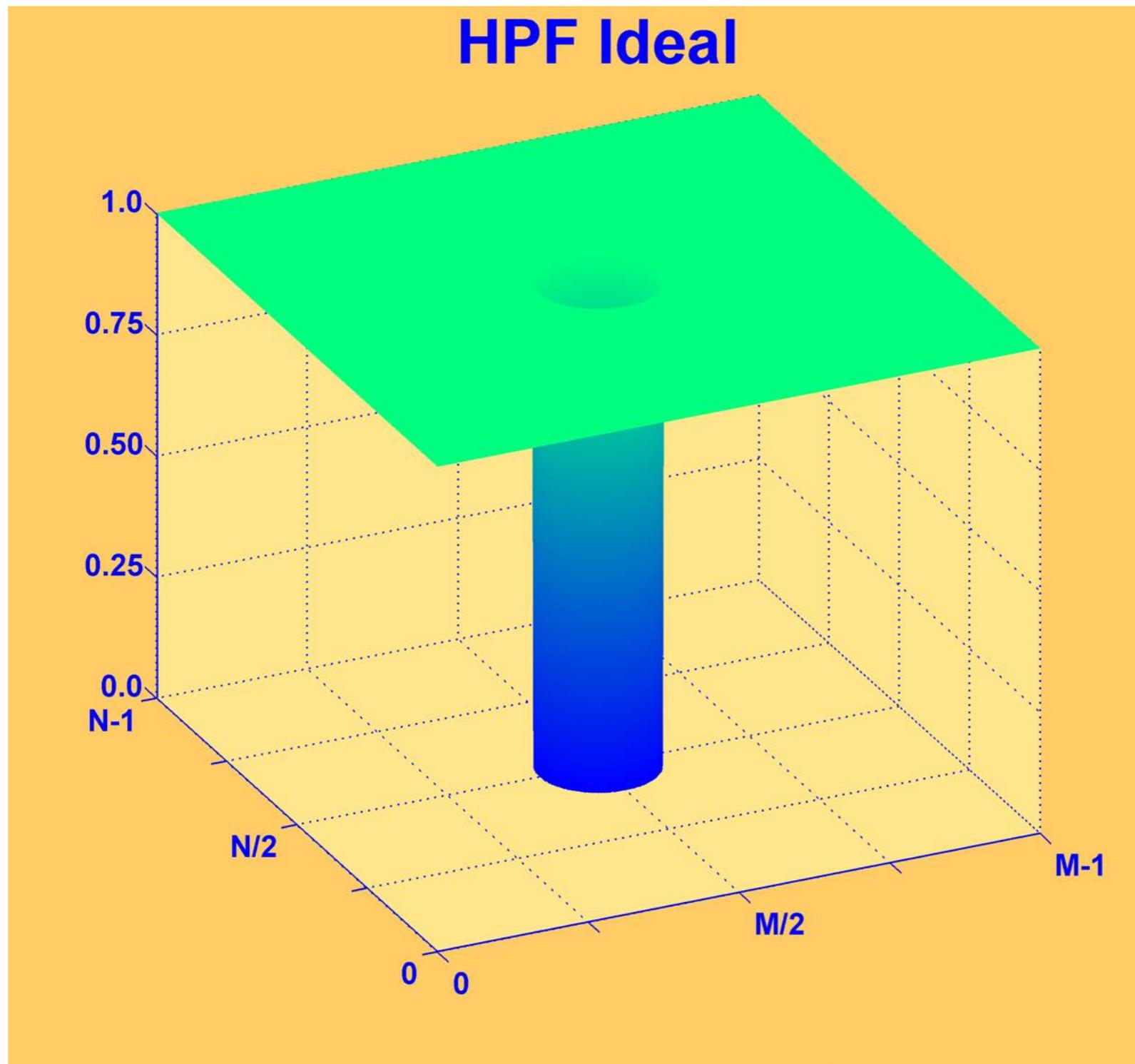
$M=512, N=512$

Vista Superior

■ 1

■ 0

HPF Ideal



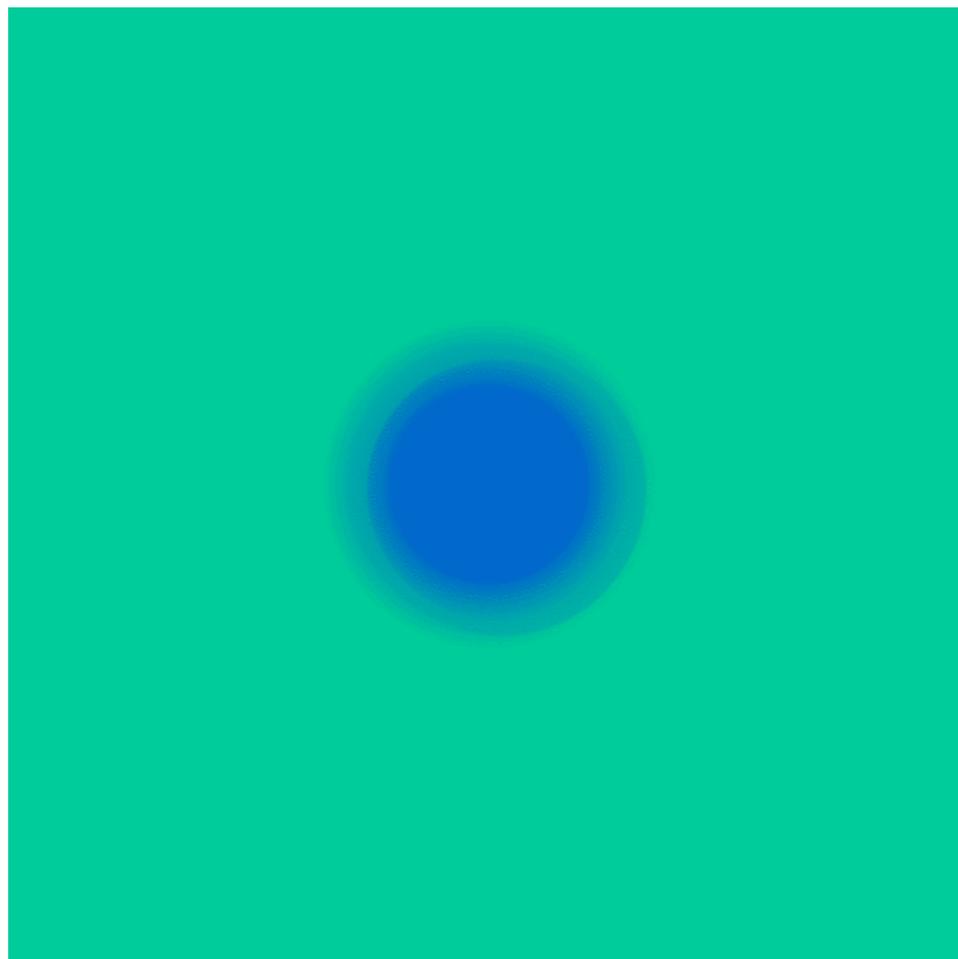
$D_0=50$
 $M=512$
 $N=512$

Vista 3D

FILTROS DE PASO ALTO: HPF GAUSSIANO

$$H_G(u, v) = 1 - e^{-D^2(u, v)/2D_0^2}$$

$D_0 \geq 0$: *equivalente a frecuencia de corte*



HPF Gaussiano

$D_0=50$

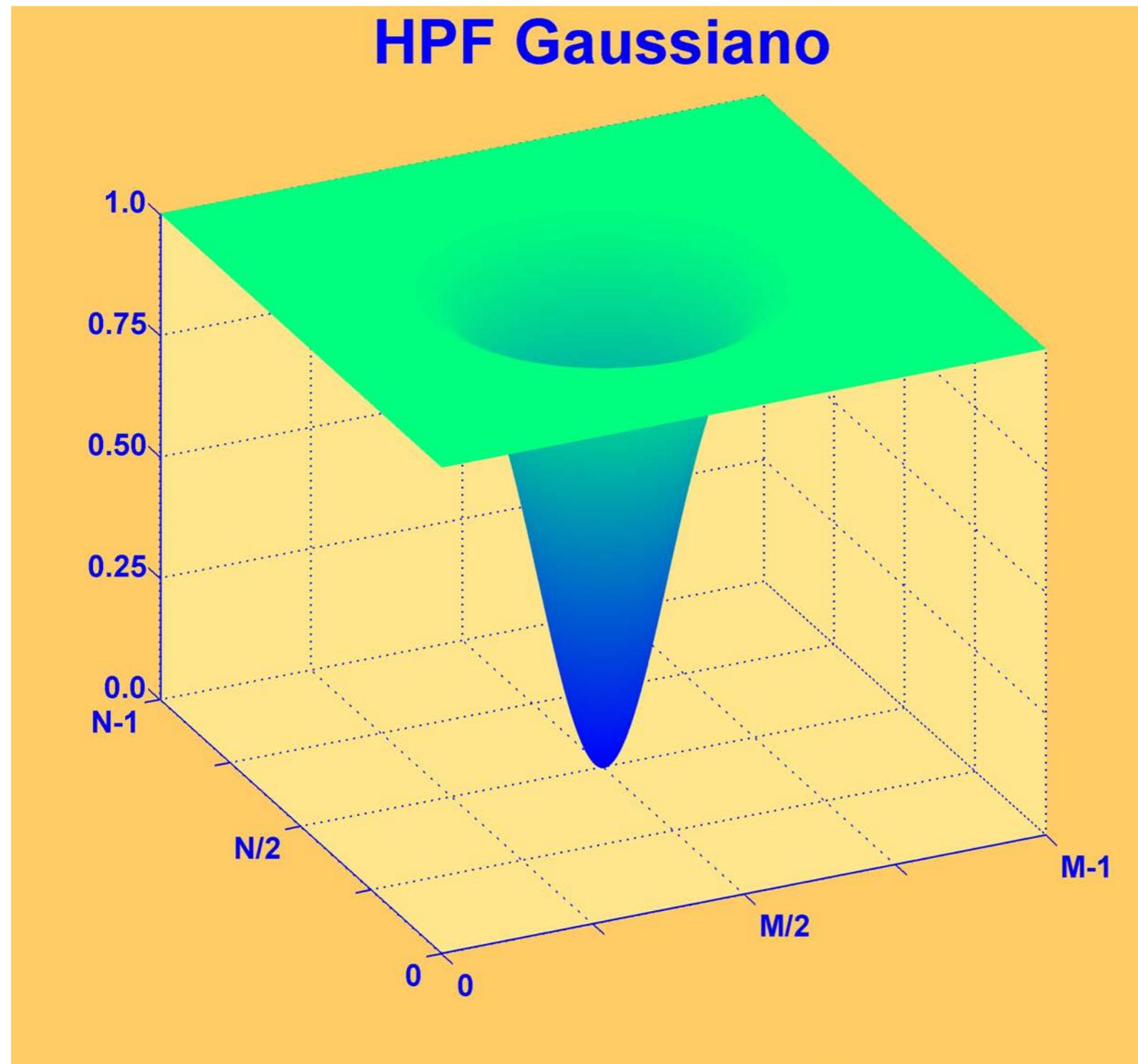
$M=512, N=512$

Vista Superior

■ 1

■ 0

HPF Gaussiano



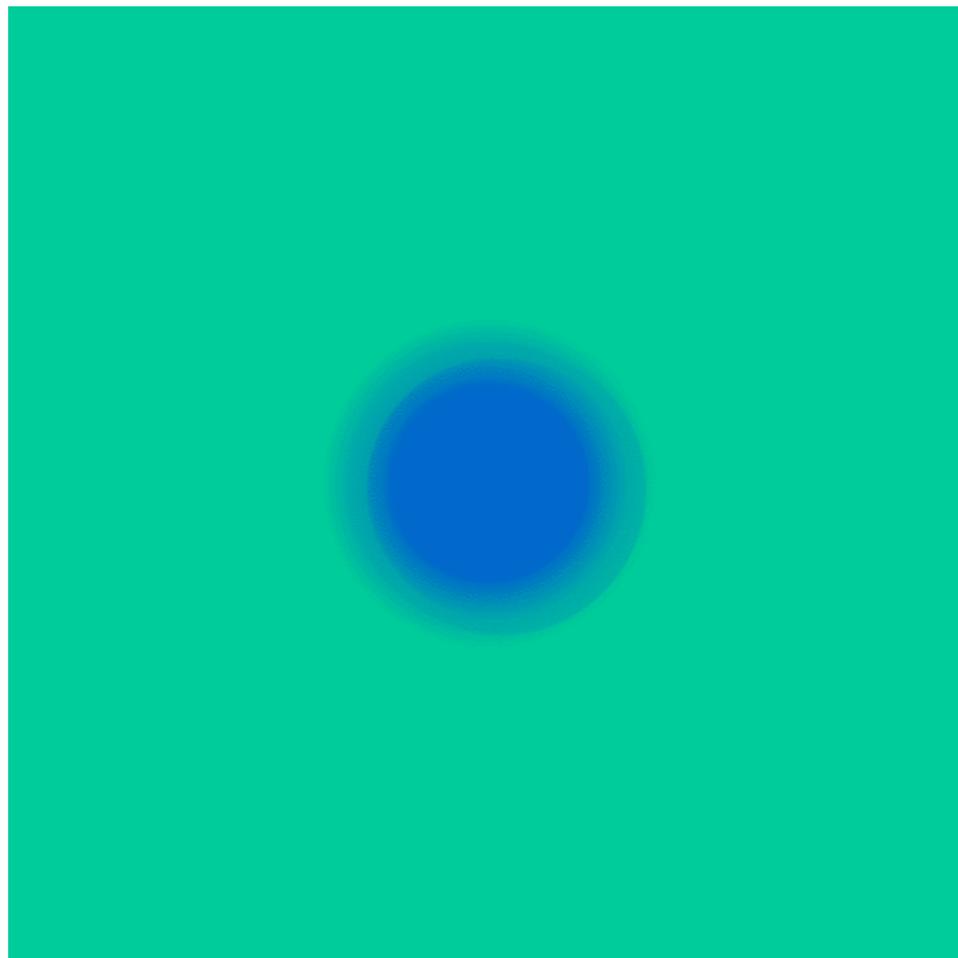
$D_0=50$
 $M=512$
 $N=512$

Vista 3D

FILTROS DE PASO ALTO: HPF BUTTERWORTH

$$H_B(u,v) = \frac{1}{1 + [D_0/D(u,v)]^{2n}}$$

$D_0 \geq 0$: *equivalente a frecuencia de corte*



HPF Butterworth

$D_0=50, n=4$

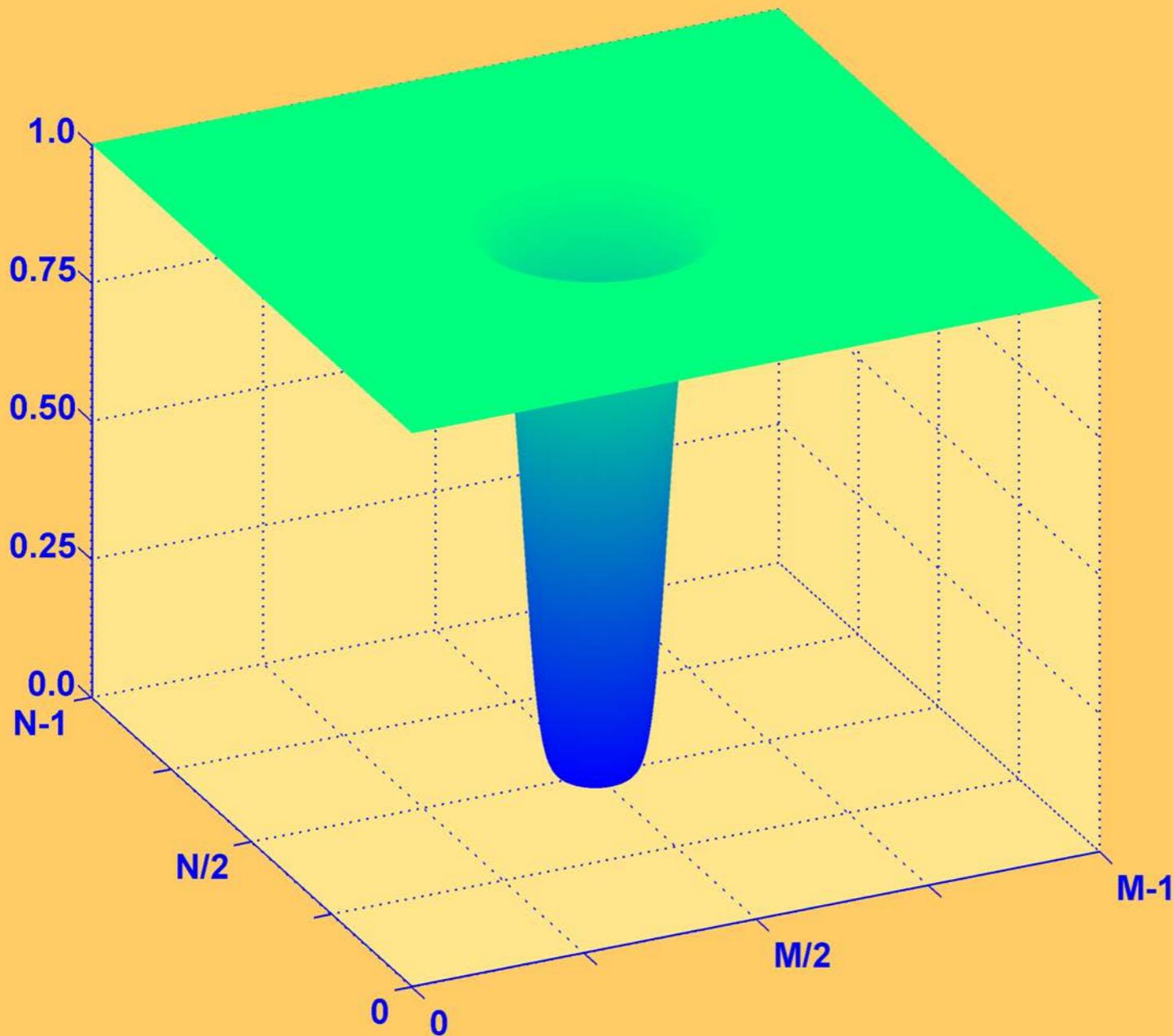
$M=512, N=512$

Vista Superior

■ 1

■ 0

HPF Butterworth



$$D_0=50$$

$$M=512$$

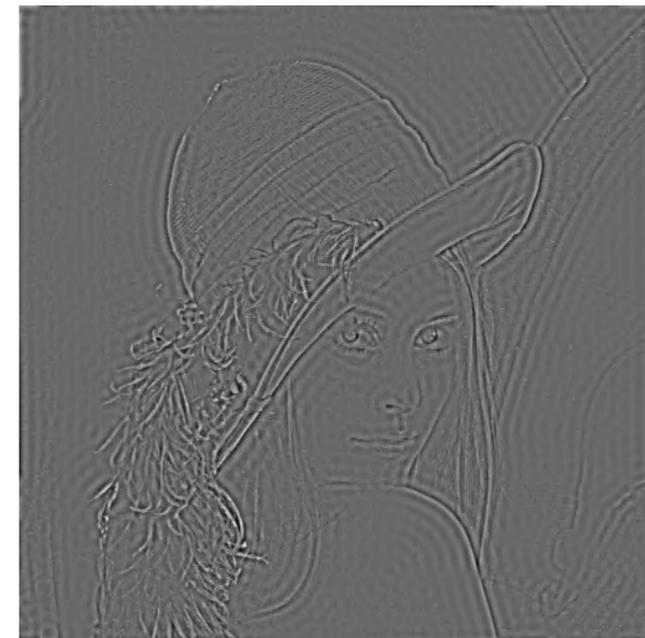
$$N=512$$

Vista 3D

HPF: Lenna 512x512, $D_0 = 50$, $n = 4$



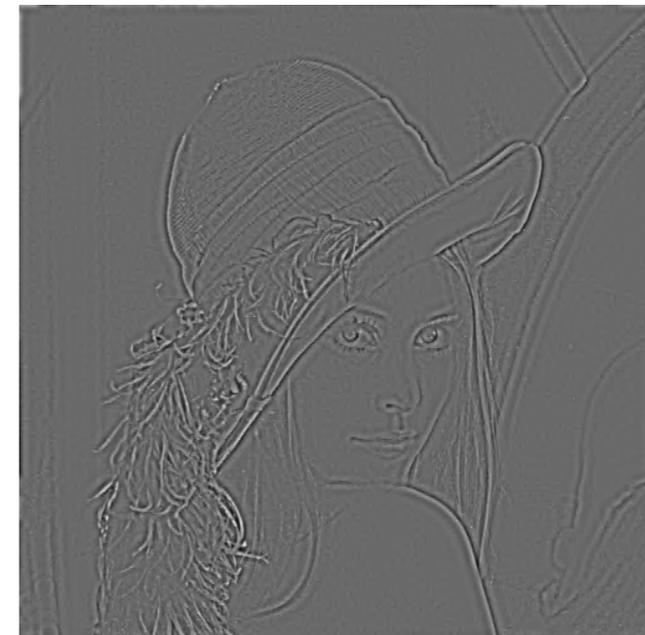
Imagen Original



Salida HPF Ideal



Salida HPF Gaussiano



Salida HPF Butterworth

Énfasis en alta frecuencia

El proceso de énfasis (realce) en alta frecuencia permite mejorar las componentes de alta frecuencial de una imagen modificando el filtro paso alto

$$H_{ENF}(u,v) = a + bH(u,v), \quad a \geq 0, \quad b > a$$

