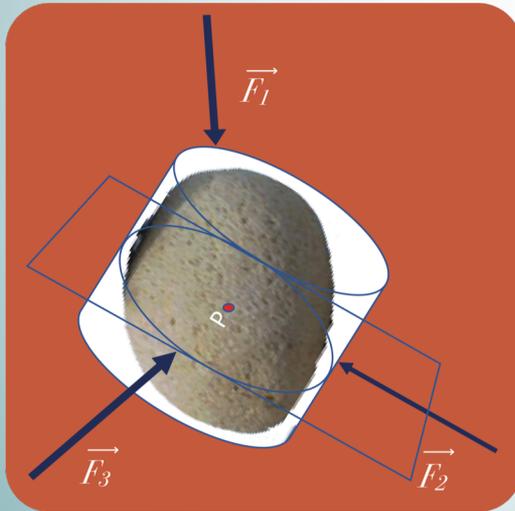


Caracterización geomecánica de suelos y rocas

Tema 2.2 Postulados del estado geostático



Alberto González Díez

Patricio Martínez Cedrún

DPTO. DE CIENCIAS DE LA TIERRA Y FÍSICA DE LA
MATERIA CONDENSADA (CITIMAC)

Este tema se publica bajo Licencia:

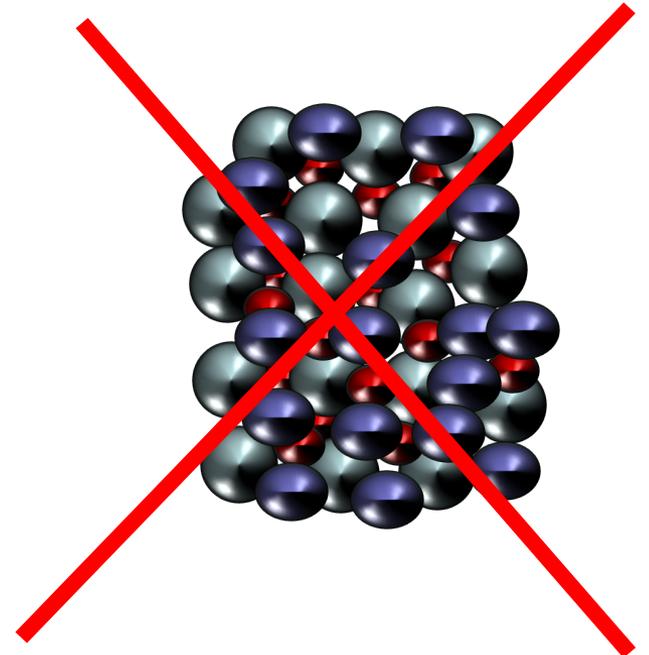
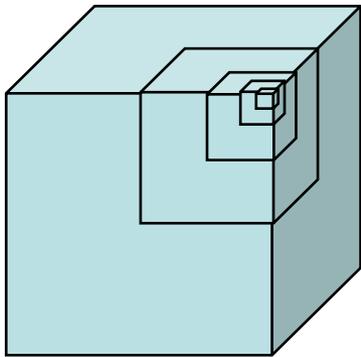
[Creative Commons BY-NC-SA 4.0](https://creativecommons.org/licenses/by-nc-sa/4.0/)

comportamiento macroscópico de los sólidos y los fluidos

Su estudio se lleva a cabo teniendo en cuenta que constituyen medios infinitamente divisibles y no sistemas de partículas sueltas. La mecánica de los medios continuos se ocupa del estudio de dicho comportamiento. Se debe partir de una serie de asunciones.

Se va a estudiar un cuerpo “ un medio continuo” que es:

- Se debe ignorar la naturaleza atómica o molecular de la materia
- y asumir que la distribución de la masa es una función continua de la posición.-isótropo-
- mecánicamente homogéneo



El tensor de tensiones

uno de los conceptos más importantes que utiliza la mecánica de los medios continuos es el del **tensor de tensiones o esfuerzos**. El tensor es una descripción matemática del estado de fuerzas por unidad de superficie en el seno de un medio continuo; es decir, las tensiones que afectan al continuo. Se trata de un tensor simétrico de segundo orden. **Este tensor de tensiones determina cuál es el vector tensión según la orientación con la que se mide.**

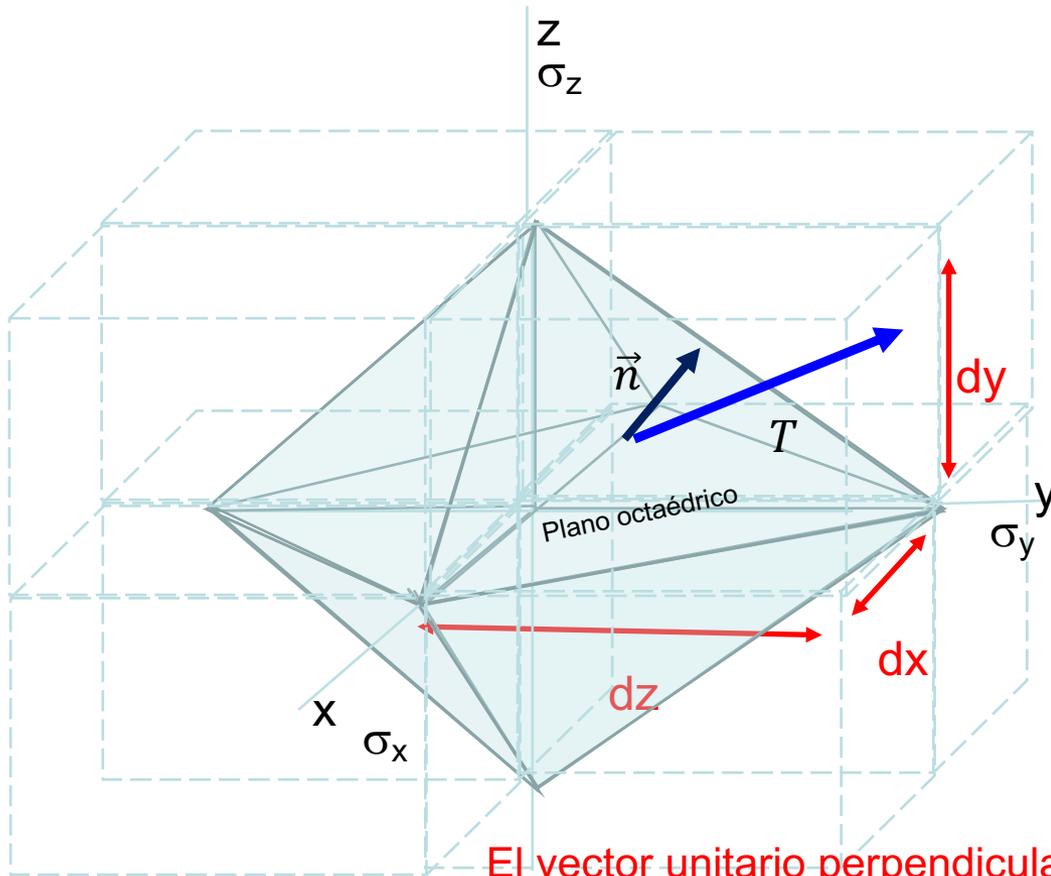
- **Estados tensionales :**

- tensión total (σ_{ij})
- presión intersticial (u_{ij}), es isótropo ($u_{ij}=u\delta_{ij}$)
- tensión efectiva (σ'_{ij})

$$\begin{bmatrix} \sigma'_x & \tau'_{xy} & \tau'_{xz} \\ \tau'_{xy} & \sigma'_y & \tau'_{yz} \\ \tau'_{xz} & \tau'_{yz} & \sigma'_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sigma_x - u & \tau_{xy} & \tau_{xz} \\ \tau_{xy} & \sigma_y - u & \tau_{yz} \\ \tau_{xz} & \tau_{yz} & \sigma_z - u \end{bmatrix}$$

Planos octaédricos

Este tensor permite conocer las tensiones en cualquier orientación del espacio. Pues una serie de orientaciones en las que dichas tensiones son notables. Y esas orientaciones corresponden con las de los planos octaédricos.



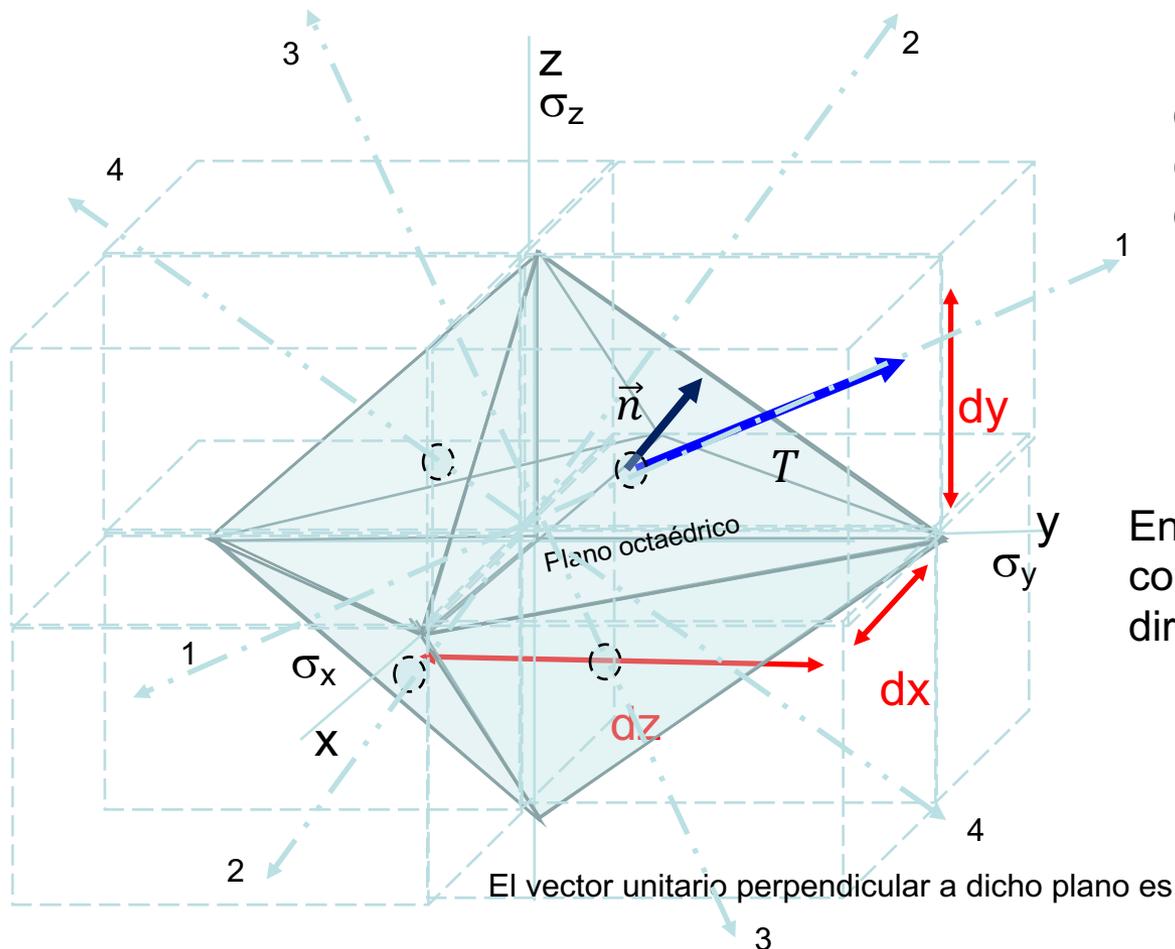
Se denomina plano octaédrico a aquel plano que forma el mismo ángulo con las direcciones principales. Por lo tanto existen 8 planos octaédricos, uno por cada uno de los octantes en los que queda dividido el espacio por los ejes de coordenadas compuesto por las direcciones principales de esfuerzo.

El vector unitario perpendicular a dicho plano es

$$\vec{n} = \frac{1}{\sqrt{3}}\vec{e}_1 + \frac{1}{\sqrt{3}}\vec{e}_2 + \frac{1}{\sqrt{3}}\vec{e}_3$$

Direcciones esfuerzos máximos

Hay 4 direcciones diferentes que forman ángulos iguales con las direcciones principales o, si distinguimos entre las 2 orientaciones posibles para cada una de estas 4 direcciones, hay 8 posibilidades en total.



Estas 8 orientaciones definen 8 planos como las 8 caras de un octaedro, así que son conocidas como las direcciones octaédricas.

En ejes principales, las componentes de estas direcciones octaédricas son:

$$(n_1, n_2, n_3) = \left(\pm \frac{1}{\sqrt{3}}, \pm \frac{1}{\sqrt{3}}, \pm \frac{1}{\sqrt{3}} \right)$$

$$\vec{n} = \frac{1}{\sqrt{3}} \vec{e}_1 + \frac{1}{\sqrt{3}} \vec{e}_2 + \frac{1}{\sqrt{3}} \vec{e}_3$$

El tensor de tensiones octaédrico

Si el tensor de tensiones se expresa en un sistema de referencia coincidente con los ejes principales de esfuerzo solo tiene componentes en la diagonal

$$\sigma_{ij} = \begin{pmatrix} \sigma_1 & 0 & 0 \\ 0 & \sigma_2 & 0 \\ 0 & 0 & \sigma_3 \end{pmatrix}$$

Por lo tanto el vector de tensiones octaédrico es

$$\vec{T}_{oct} = \begin{pmatrix} \sigma_1 & 0 & 0 \\ 0 & \sigma_2 & 0 \\ 0 & 0 & \sigma_3 \end{pmatrix} \frac{1}{\sqrt{3}} \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} = \frac{1}{\sqrt{3}} \begin{pmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ \sigma_3 \end{pmatrix}$$

Componentes normal y tangencial de tensor de tensiones octaédrico

La componente normal y tangencial del tensor de tensiones es:

La componente normal octaédrica- que se obtiene proyectando sobre el vector unitario perpendicular al plano octaédrico

$$\sigma_{oct} = \vec{T}_{oct} \cdot \vec{n} = \frac{1}{3}(\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3) = \frac{1}{3}I_1$$

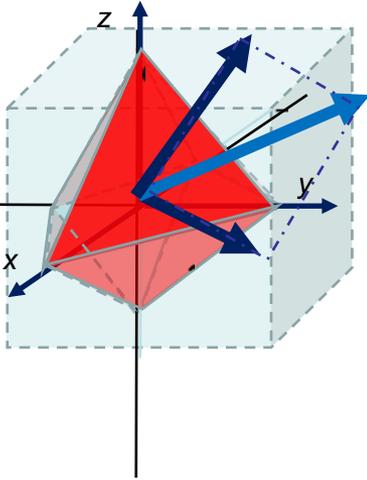
$$\tau_{oct} = \sqrt{\|\vec{T}_{oct}\|^2 - \sigma_{oct}^2} = \frac{1}{3}\sqrt{(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_1 - \sigma_3)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2} = \sqrt{\frac{2}{3}}I_2$$

El vector unitario perpendicular a dicho plano es

$$\vec{n} = \frac{1}{\sqrt{3}}\vec{e}_1 + \frac{1}{\sqrt{3}}\vec{e}_2 + \frac{1}{\sqrt{3}}\vec{e}_3$$

En 3D, requiriendo requieren un espacio de tensiones en tres dimensiones, I

Los invariantes de tensiones aportan una visión sintética del estado de presiones. El primero es una medida de la presión normal, media mientras que el segundo, aporta un indicador de los esfuerzos desviadores.



Las componentes del vector tensión para una dirección octaédrica cualquiera son:

$$(t_1, t_2, t_3) = \frac{(\pm\sigma_1, \pm\sigma_2, \pm\sigma_3)}{\sqrt{3}}$$

El cuadrado de la magnitud del vector tensión es:

$$|t|^2 = (t_1)^2 + (t_2)^2 + (t_3)^2 = \frac{[(\sigma_1)^2 + (\sigma_2)^2 + (\sigma_3)^2]}{\sqrt{3}}$$

La magnitud de la tensión octaédrica normal, σ_0 (la componente normal del vector tensión en la dirección perpendicular a un plano octaédrico) es:

$$\sigma_0 \equiv t_1 n_1 + t_2 n_2 + t_3 n_3 = \frac{(\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3)}{3} = \sigma_h = \frac{I_1}{3}$$

Es decir, la tensión octaédrica normal es la tensión hidrostática, cuyo valor es un tercio del primero de los invariantes del tensor de tensiones.

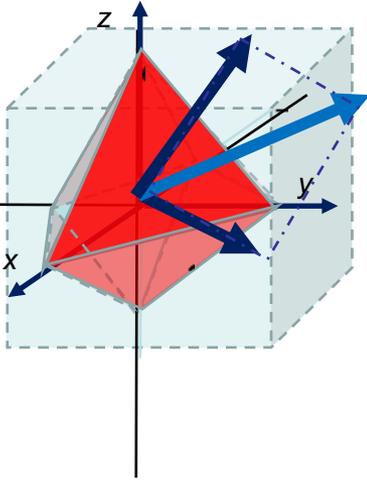
En 3D, requiriendo requieren un espacio de tensiones en tres dimensiones.

La magnitud de la tensión octaédrica tangencial, τ_o (la componente tangencial del vector tensión en la dirección perpendicular a un plano octaédrico) es:

$$\tau_o \equiv \sqrt{[|t|^2 - (\sigma_o)^2]} = \frac{\sqrt{[(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2]}}{3} = \sqrt{\left[\frac{2}{3}I_2\right]}$$

Es decir, la tensión octaédrica tangencial es proporcional a la raíz cuadrada del segundo invariante del tensor desviador.

Aunque hay 8 planos octaédricos diferentes, las proyecciones normales y tangenciales del vector tensión medido en ellos son independientes del plano octaédrico elegido.



el tensor de tensiones o esfuerzos, permite determinar el comportamiento mecánico de los suelos,

- **Estados tensionales :**

- tensión total (σ_{ij})
- presión intersticial (u_{ij}), es isótropo ($u_{ij}=u\delta_{ij}$)
- tensión efectiva (σ'_{ij})

$$\begin{bmatrix} \sigma'_x & \tau'_{xy} & \tau'_{xz} \\ \tau'_{xy} & \sigma'_y & \tau'_{yz} \\ \tau'_{xz} & \tau'_{yz} & \sigma'_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} & \phantom{\tau'_{xy}} & \phantom{\tau'_{xz}} \\ \phantom{\tau'_{xy}} & & \phantom{\tau'_{yz}} \\ \phantom{\tau'_{xz}} & \phantom{\tau'_{yz}} & \end{bmatrix}$$

El comportamiento mecánico de los suelos, dependerá principalmente de dos componentes del estado tensional: la presión media que confina o comprime los granos entre sí y da rigidez a la estructura del material (confinamiento) y las tensiones tangenciales (que facilitan el desplazamiento de las partículas entre sí).

Para representar adecuadamente estas componentes, la forma más rigurosa es descomponer el tensor de tensiones (tensiones efectivas, σ'), en la suma de un tensor isótropo y otro tensor desviador.

Sin embargo, para estudios más simplificados se suelen emplear otra serie de parámetros que dan una representación aproximada de la magnitud de ambas componentes.

- **Estados tensionales :**

- tensión total (σ_{ij})
- presión intersticial (u_{ij}), es isótropo ($u_{ij}=u\delta_{ij}$)
- tensión efectiva (σ'_{ij})

$$\begin{bmatrix} \sigma'_x & \tau'_{xy} & \tau'_{xz} \\ \tau'_{xy} & \sigma'_y & \tau'_{yz} \\ \tau'_{xz} & \tau'_{yz} & \sigma'_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sigma_x - u & \tau_{xy} & \tau_{xz} \\ \tau_{xy} & \sigma_y - u & \tau_{yz} \\ \tau_{xz} & \tau_{yz} & \sigma_z - u \end{bmatrix}$$

7 parámetros para definir el estado tensional: $\sigma_{ij} + u$

Resumen de las principales tensiones registrada en un sólido

Tensiones principales ($\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$)

$$\sigma_1 \geq \sigma_2 \geq \sigma_3 \quad ; \quad \sigma'_i = \sigma_i - u$$

Para estudio de procesos sencillos suelen usarse los siguientes indicadores para las tensiones totales o efectivas:

Tensiones octaédricas (σ_{oct}, τ_{oct})

$$\sigma_{oct} = \frac{1}{3} \cdot (\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3)$$

$$\tau_{oct} = \frac{1}{3} \cdot \sqrt{(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_1 - \sigma_3)^2}$$

Fíjate:

$-\sigma'_{oct}$ es la media aritmética de las tensiones principales (presión media)

$$\sigma'_{oct} = \sigma_{oct} - u$$

$-\tau_{oct}$ es la media cuadrática de los esfuerzos desviadores

$$\tau'_{oct} = \tau_{oct}$$

Parámetros de Roscoe

$$p = \frac{1}{3}(\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3) = \sigma_{oct}$$

$$p' = \frac{1}{3}(\sigma'_1 + \sigma'_2 + \sigma'_3) = \sigma'_{oct} = p - u$$

$$q = \sigma'_1 - \sigma'_3 = \sigma_1 - \sigma_3$$

desprecia la influencia de la tensión intermedia (σ'_2) en la magnitud desviadora.

Parámetros de Lambe

$$p = \frac{1}{2} \cdot (\sigma_1 + \sigma_3)$$

$$p' = \frac{1}{2} \cdot (\sigma'_1 + \sigma'_3) = p - u$$

$$q = \frac{1}{2} \cdot (\sigma'_1 - \sigma'_3) = \frac{1}{2} \cdot (\sigma_1 - \sigma_3)$$

Además desprecia también la influencia de (σ'_2) en la presión media

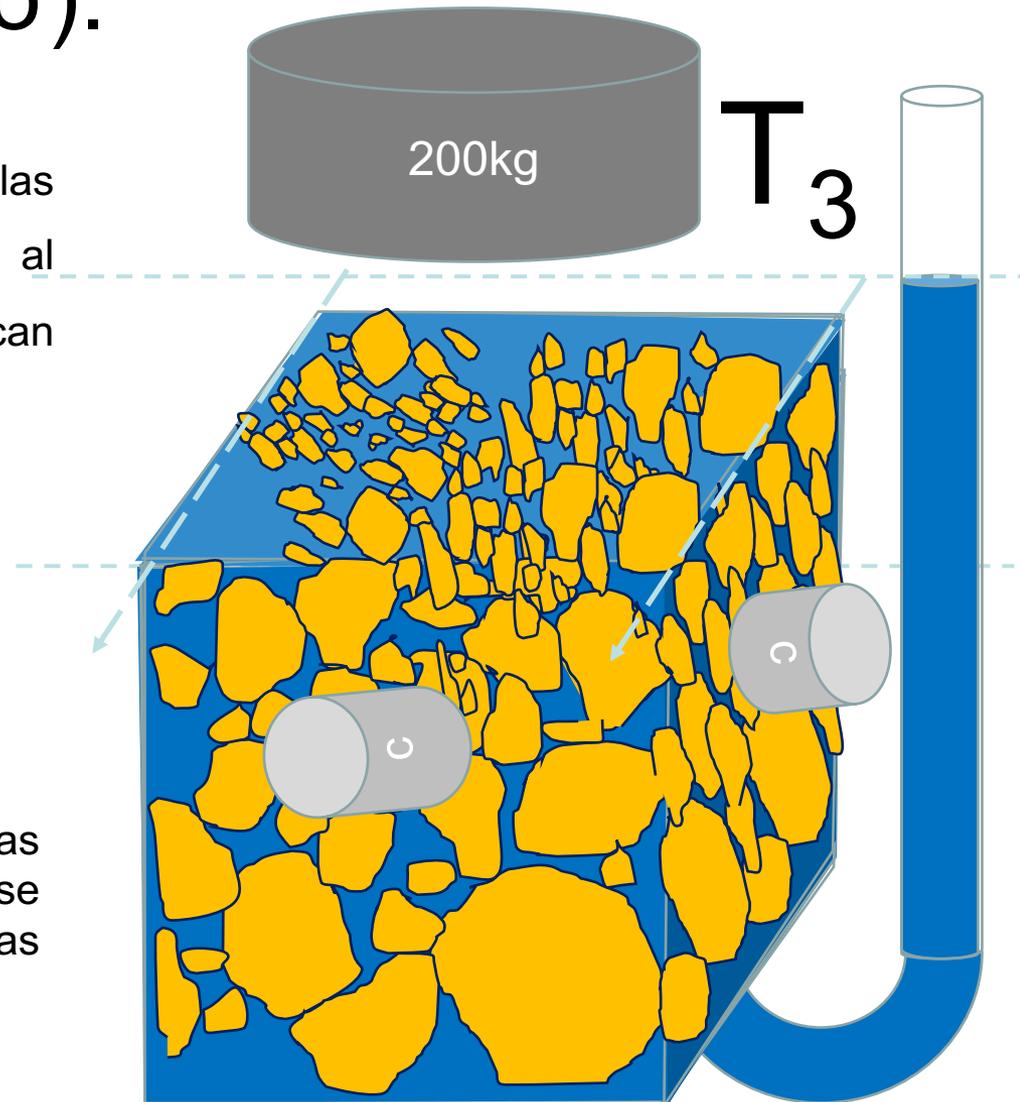
APLICACIÓN DE CARGA SOBRE SUELOS SATURADOS

- Si el suelo se encuentra saturado Terzaghi establece que estos incrementos de tensión total podrán dirigirse a incrementar las tensiones efectivas y/o las presiones intersticiales pero siempre que se cumpla la ecuación fundamental del postulado :
 - Antes de la carga : $\sigma_0 = \sigma'_0 + \mu_0$
 - Tras la carga : $\sigma_0 + \Delta\sigma = (\sigma'_0 + \Delta\sigma') + (\mu_0 + \Delta\mu)$
 - Por lo tanto : $\Delta\sigma = \Delta\sigma' + \Delta\mu$

Cuando se aplican cargas sobre el terreno saturado se producen cambios inmediatos en las presiones totales que actúan sobre él ($\Delta\sigma$).

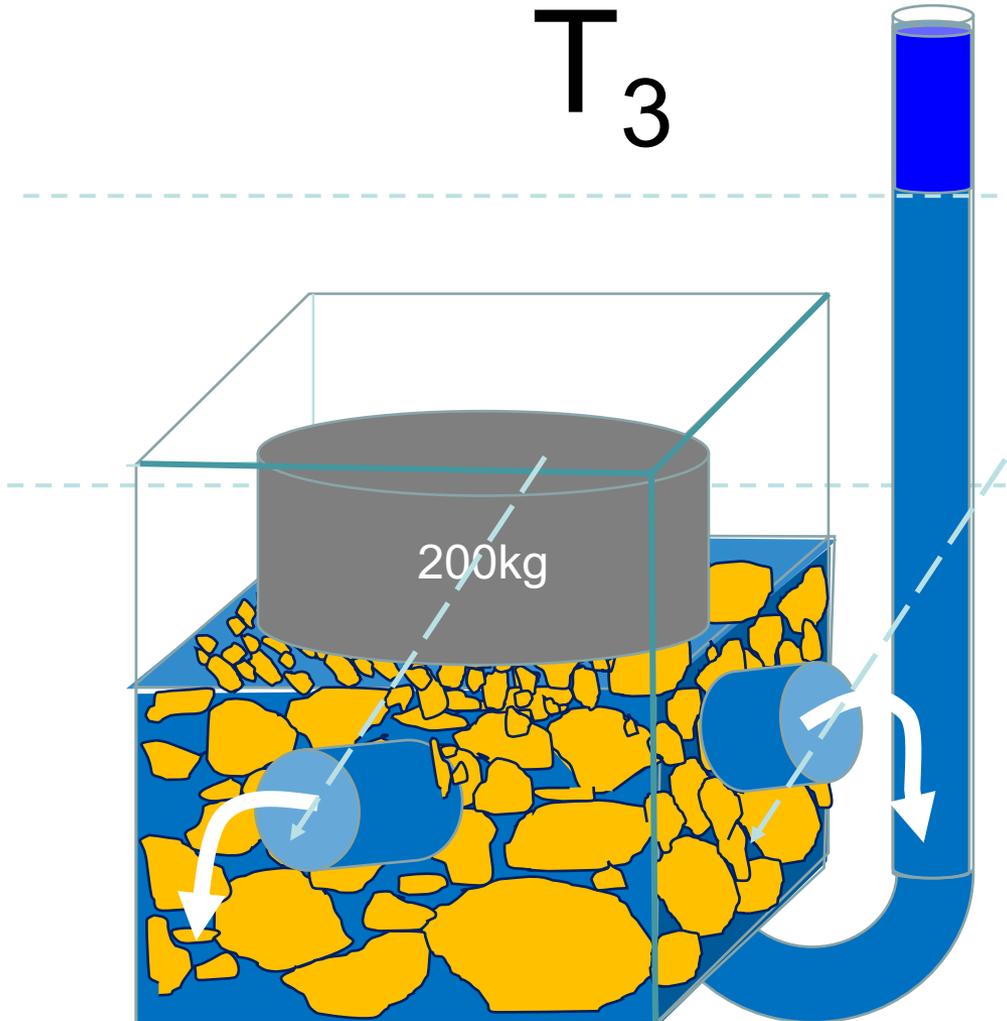
En un proceso de carga (o de descarga), las tensiones en un punto van variando al hacerlo las fuerzas externas, e implican cambios en la columna de agua

En todos los casos, las tensiones impuestas por la construcción de obras en el terreno, se superponen a las tensiones iniciales debidas al propio peso del terreno.



FASES AL CARGAR UN SUELO SATURADO, I

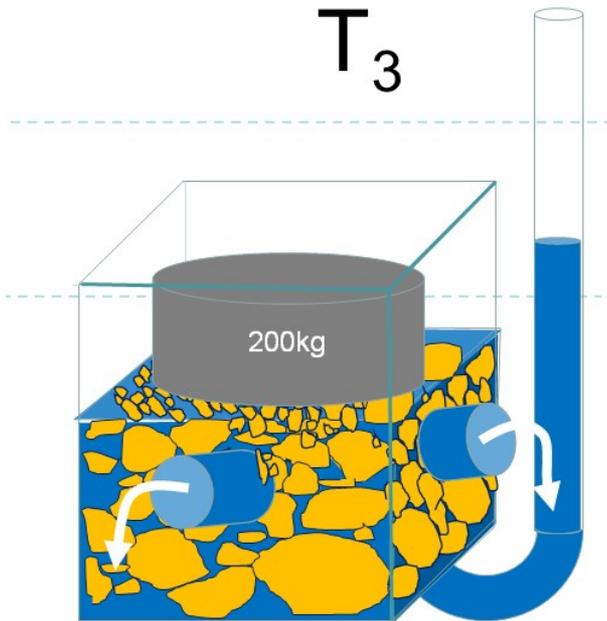
T₃



- 1. La aplicación de carga origina de forma inmediata un incremento de tensión total ($\Delta\sigma$) en cierta zona del terreno, cercana al punto o área de aplicación de la carga.
- 2. Según el postulado de Terzaghi, $\Delta\sigma$ se divide instantáneamente en una cierta combinación inicial de incremento de tensiones efectivas $\Delta\sigma'_{\text{inicial}}$ e incremento de presión intersticial $\Delta\mu_{\text{inicial}}$.
- 3. La aparición de $\Delta\mu_{\text{inicial}}$ produce una diferencia de altura piezométrica en el suelo, y por tanto da lugar a un flujo de agua.

FASES AL CARGAR UN SUELO SATURADO, II

- 4. A medida que progresa el flujo disminuye la sobrepresión intersticial $\Delta\mu_{\text{inicial}}$ en el interior de la zona de influencia y la tensión efectiva aumenta en la misma medida para cumplir el postulado.
- 5. Cuando finalmente se alcanza el equilibrio y desaparece la sobrepresión intersticial ($\Delta\mu = 0$) todo el incremento de tensión total aplicado en origen se habrá transformado íntegramente en tensión efectiva.

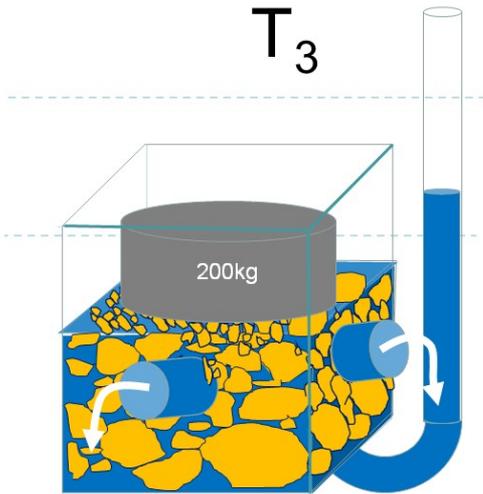


En cada fase del proceso es estado tensional viene representado por alguna de las magnitudes anteriores.

El efecto de una carga no infinitamente extensa

Trayectoria de tensiones:

Es la curva formada por los puntos representativos de los sucesivos estados tensionales a lo largo del proceso de carga o descarga.



El efecto de una carga no infinitamente extensa está limitado a una cierta zona de influencia en sus proximidades, en consecuencia solo esa zona del suelo sufrirá los cambios de tensión la eventual sobrepresión intersticial ($\Delta\mu$) generada por la carga. En el resto , las condiciones iniciales de equilibrio (σ_0 , μ_0) se mantendrán inalteradas.

Postulado de tensiones efectivas

Dicho marco fue postulado por Terzaghi para los suelos saturados. A continuación se reproduce la traducción de las dos partes fundamentales de su enunciado:

«Las tensiones en cualquier punto de un plano que atraviesa una masa de suelo pueden ser calculadas a partir de las tensiones principales totales σ_1 , σ_2 , σ_3 que actúan en ese punto. Si los poros del suelo se encuentran rellenos de agua bajo una presión u , las tensiones principales totales se componen de dos partes. Una parte, u , llamada presión neutra o presión intersticial, actúa sobre el agua y sobre las partículas sólidas en todas direcciones y con igual intensidad. Las diferencias $\sigma_1' = \sigma_1 - u$, $\sigma_2' = \sigma_2 - u$, $\sigma_3' = \sigma_3 - u$, representan un exceso de presión sobre la presión neutra u , y actúan exclusivamente en la fase sólida del suelo.

Estas fracciones de las tensiones principales totales se denominan tensiones efectivas. Cualquier efecto medible debido a un cambio de tensiones, tal como la compresión, la distorsión o la modificación de la resistencia al corte de un suelo, es debido exclusivamente a cambios en las tensiones efectivas.

Como corolario principal, si en un suelo saturado no se produce cambio de volumen ni distorsión, es porque sus tensiones efectivas no han variado. Así, se podrían modificar las tensiones totales e intersticiales del suelo en la misma magnitud, y el

esqueleto sólido del suelo no percibiría cambio alguno: $\sigma'_{inicial} = \sigma_{inicial} - u_{inicial}$

si $\Delta\sigma = \Delta u = K$ (siendo K una constante)

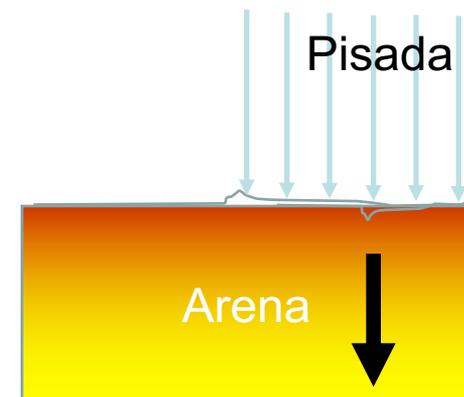
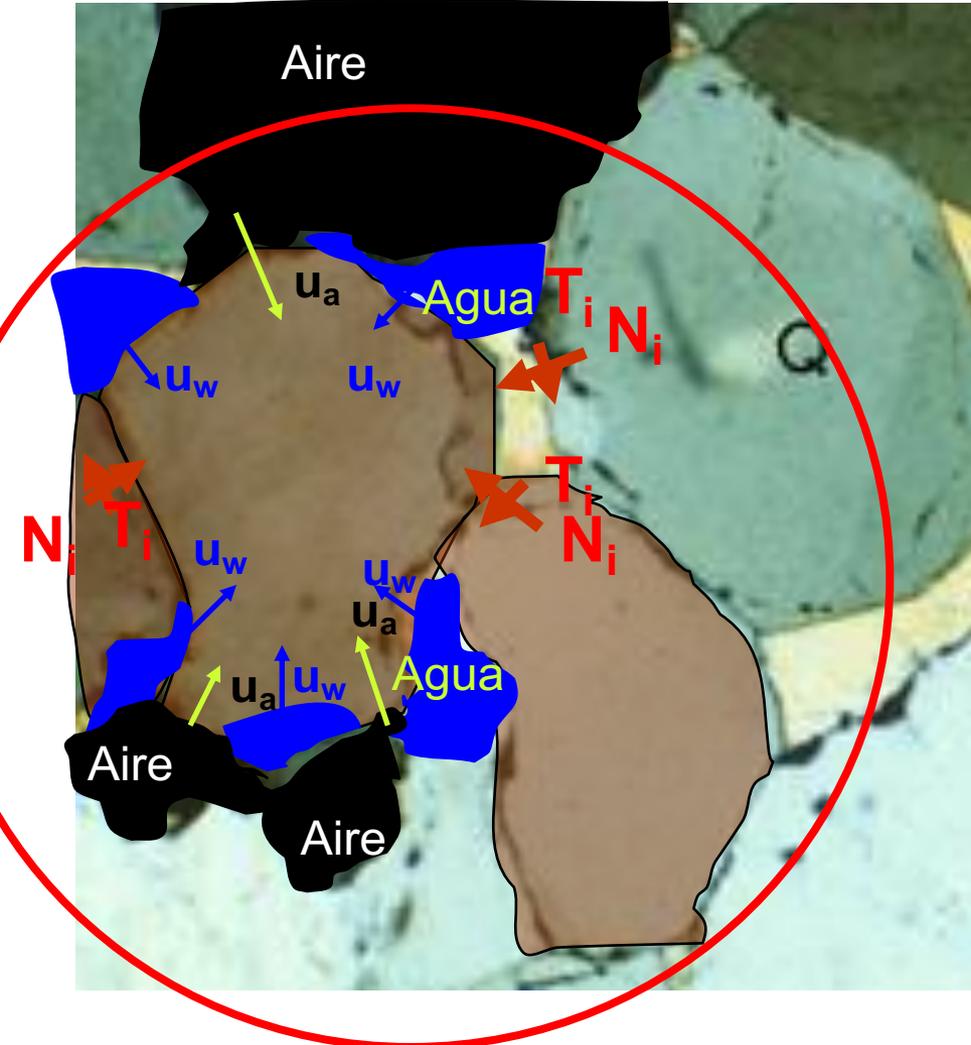
$$\sigma'_{inicial} = \sigma_{inicial} + \Delta\sigma - (u_{inicial} + \Delta u) = \sigma_{inicial} + K - u_{inicial} - K = \sigma_{inicial} - u_{inicial} = \sigma'_{inicial}$$

Sobre una partícula actúan:

1 presión agua, u_w

2 presión aire, u_a

3 presión transmitida por las partículas: N_i , T_i



A

Presiones:

Tensión vertical total	$\sigma_z = \sum_{i=1}^n \gamma_i h_i = \int_0^h \gamma dh$
presión intersticial	$u = \gamma_w (h - h_w)$
Tensión efectiva vertical (Terzaghi)	$\sigma'_z = \sigma_z - u$
Tensión efectiva horizontal	$\sigma'_x = \sigma'_y = K_0 \cdot \sigma'_z$
Tensión total horizontal (Terzaghi)	$\sigma_x = \sigma_y = \sigma'_x + u = \sigma'_y + u$
Simetría	$\tau_{xy} = \tau_{xz} = \tau_{yz} = 0$

Recordemos

- La Elasticidad, es una parte de la física que estudia la relación existente entre las fuerzas aplicadas a cuerpos y las deformaciones que experimentan éstos.
- Cuerpo elástico: Aquél que cuando desaparecen las fuerzas o momentos que se aplican exteriormente, el cuerpo recuperan su forma o tamaño original.
- Cuerpo inelástico: Aquél que cuando desaparecen las fuerzas o momentos que se aplican exteriormente, el cuerpo no retorna perfectamente a su estado inicial.

Recordemos

- Los cuerpos reales pueden sufrir cambios de forma o de volumen (e incluso la ruptura) aunque la resultante de las fuerzas exteriores sea cero. Naturalmente esto es debido a cambios internos en el material.

Recordemos

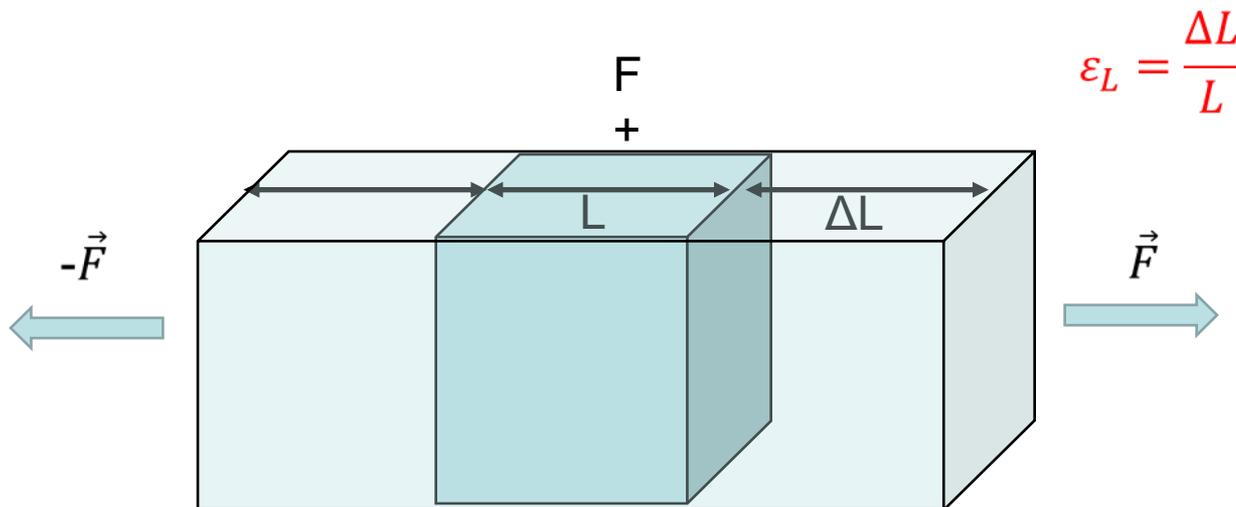
- La deformación más elemental, llamada deformación unitaria se suele denominar alargamiento o deformación longitudinal. Se define como el incremento de longitud que sufre un objeto como consecuencia de la aplicación de una fuerza

DEFORMACIÓN VOLUMÉTRICA

Cambio de volumen manteniendo forma
Cambia distancia entre partículas
manteniendo posición relativa

DEFORMACIÓN DESVIADORA o DISTORSIÓN

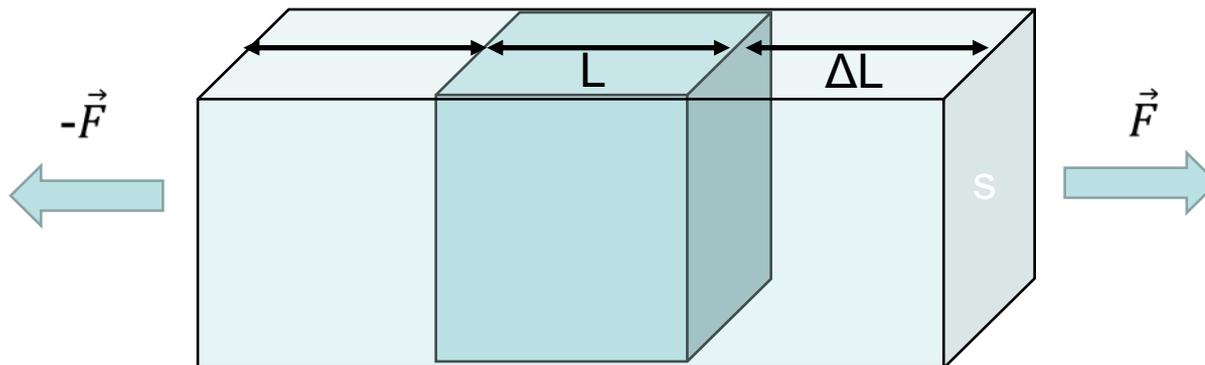
Cambio de forma a volumen constante
Cambia posición relativa entre partículas



Recordemos

Deformación = Def. Volumétrica + Def. Desviadora

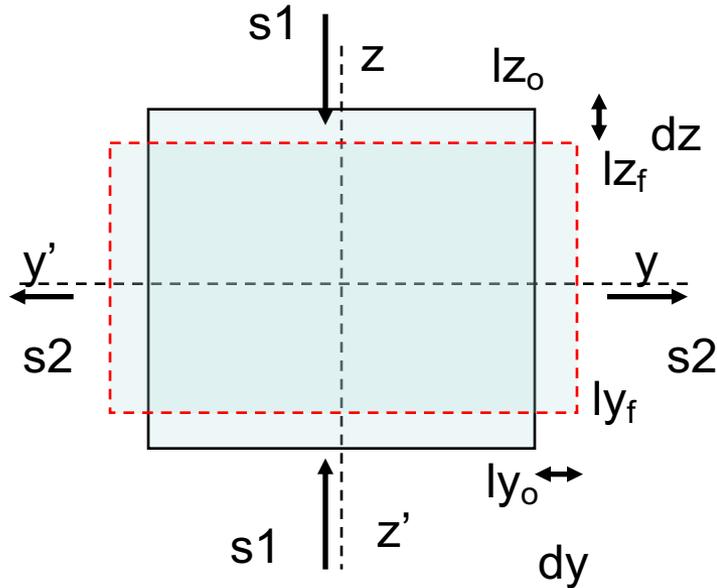
- La relación entre la fuerza F y el alargamiento Δl viene dada por el coeficiente de rigidez K_s : $F = k_s * \Delta L$
- El coeficiente de rigidez depende de la geometría del cuerpo, de su temperatura y presión y, en algunos casos, de la dirección en la que se deforma (anisotropía).



Ley de Hook

- Cuando estiramos un sólido continuo, la fuerza recuperadora es directamente proporcional a la deformación ε manifestada por este objeto (cambio de longitud ΔL respecto de la posición de equilibrio L), y de signo contraria a ésta.
- $F = -k \varepsilon$,
- Siendo k una constante de proporcionalidad, denominada constante elástica del material. El signo menos en la ecuación anterior se debe a que la fuerza recuperadora es opuesta a la deformación.

Proporcionalidad entre esfuerzos horizontales y verticales



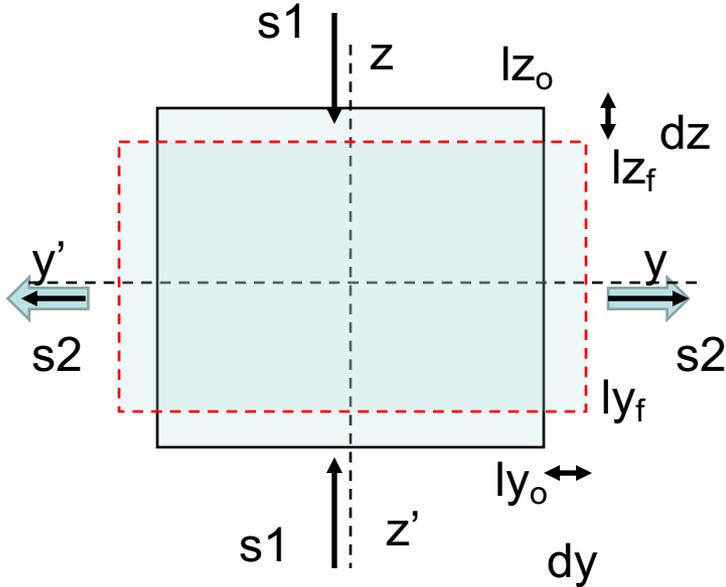
Si aplicamos una fuerza F a una barra de longitud l_{y_0} el material se deforma longitudinalmente y se alarga, hasta la una nueva longitud l_{y_f} , se ha producido un alargamiento, $l_{y_f} - l_{y_0}$.

La razón de proporcionalidad entre el esfuerzo (fuerza por unidad de área) y deformación unitaria (deformación por unidad de longitud) está dada por la constante E , denominada módulo de Young, que es característico de cada material.

$$\varepsilon_y = \frac{l_{y_f} - l_{y_0}}{l_{y_0}}$$

$$E = \frac{\sigma_y}{\varepsilon_y}$$

Proporcionalidad entre esfuerzos horizontales y verticales



Todo elemento sometido a una carga axial experimenta una deformación no solo en el sentido de la carga (deformación primaria ϵ_x), sino también según el eje perpendicular (deformación secundaria o inducida ϵ_z), o sea, toda tracción longitudinal con alargamiento implica una contracción transversal (disminución de la sección del elemento estirado).

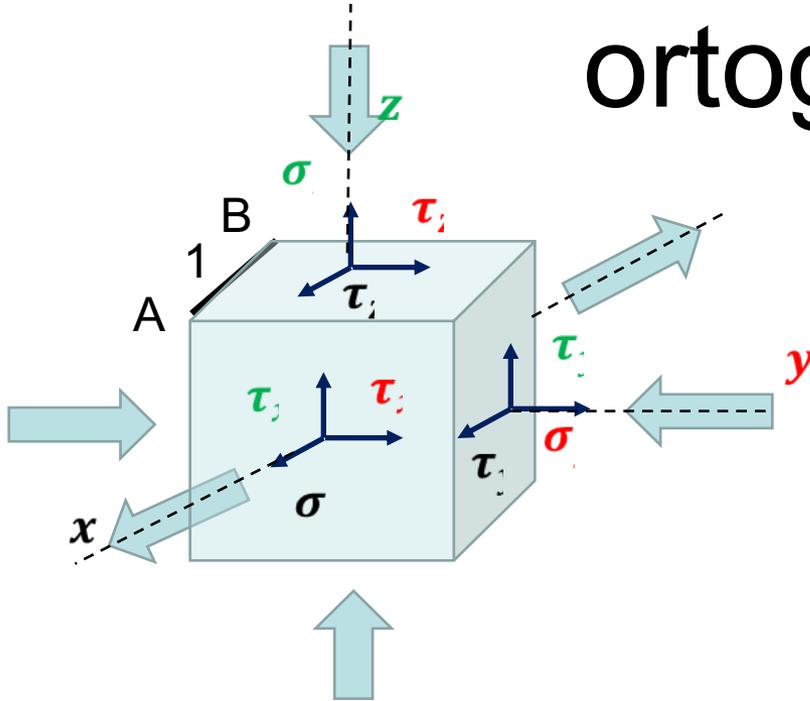
$$\epsilon_{az} = \frac{\Delta l_z}{l_{z_0}}; \epsilon_{az} = \frac{l_{z_f} - l_{z_0}}{l_{z_0}} = \epsilon_t \quad \text{tangencial}$$

$$\epsilon_y = \frac{l_{y_f} - l_{y_0}}{l_{y_0}} = \epsilon_{ax} \quad \text{axial}$$

$$\nu = \frac{\epsilon_t}{\epsilon_{ax}} = \frac{\frac{l_{z_f} - l_{z_0}}{l_{z_0}}}{\frac{l_{y_f} - l_{y_0}}{l_{y_0}}}$$

El coeficiente de Poisson, ν es la relación de la deformación perpendicular respecto a la axial.

Deformación debida a esfuerzos ortogonales



Supongamos que las deformaciones se aplican de forma sucesiva. Tras aplicar el esfuerzo a lo largo del eje X, expresado como σ_x , la deformación en esa dirección ϵ_x , produce un cambio en la longitud AB (Δ_{AB}). Como AB es la unidad

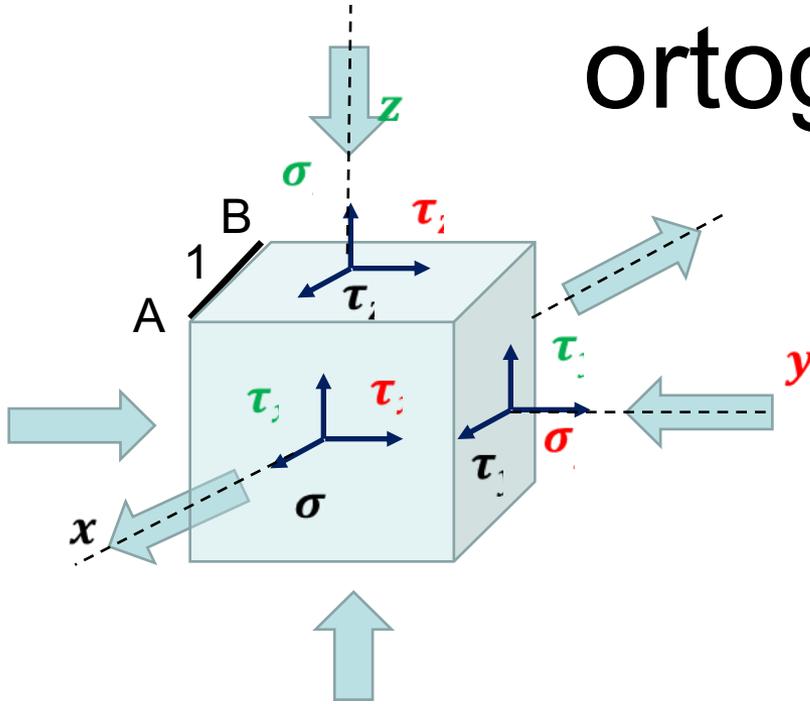
$$\epsilon_x = \frac{\Delta_{AB}}{AB} \quad \Delta_{AB} = \frac{1}{E} * AB * \sigma_x ; \Delta_{AB} = \frac{1}{E} \sigma_x$$

Si el material es isótropo las deformaciones tangenciales debidas a las contracciones que se producen en el eje y o z también afectan a la medida del segmento AB analizado

Recordemos que las deformaciones tangenciales son

$$\nu = -\frac{\epsilon_y}{\epsilon_x} = \frac{\epsilon_z}{\epsilon_x}$$

Deformación debida a esfuerzos ortogonales



Luego se aplica la deformación que ocurre en el eje y. Dicha deformación es una contracción que genera un esfuerzo que se puede analizar según la ley de hook.

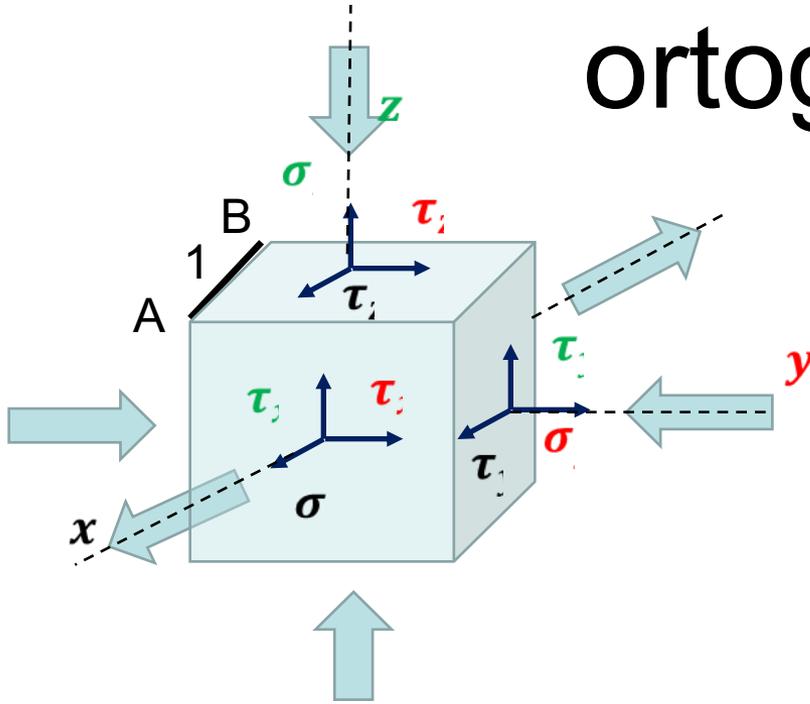
$$\varepsilon_y = \frac{1}{E} \sigma_y$$

De forma similar al caso anterior la deformación que ocurre a lo largo del eje y se manifiesta en el eje x

$$\nu = -\frac{\varepsilon_x}{\varepsilon_y} \quad -\nu \varepsilon_y = \varepsilon_x \quad -\nu \frac{1}{E} \sigma_y = \varepsilon_x$$

$$-\nu \frac{1}{E} \sigma_y = \frac{\Delta_{AB}}{AB} \quad -\nu \frac{1}{E} \sigma_y AB = \Delta_{AB}$$

Deformación debida a esfuerzos ortogonales



Luego se aplica la deformación que ocurre en el eje z. Dicha deformación es una contracción que genera un esfuerzo que se puede analizar según la ley de hook.

$$\varepsilon_z = \frac{1}{E} \sigma_z$$

De forma similar al caso anterior la deformación que ocurre a lo largo del eje y se manifiesta en el eje x

$$\nu = -\frac{\varepsilon_x}{\varepsilon_z} \quad -\nu \varepsilon_z = \varepsilon_x \quad -\nu \frac{1}{E} \sigma_z = \varepsilon_x$$

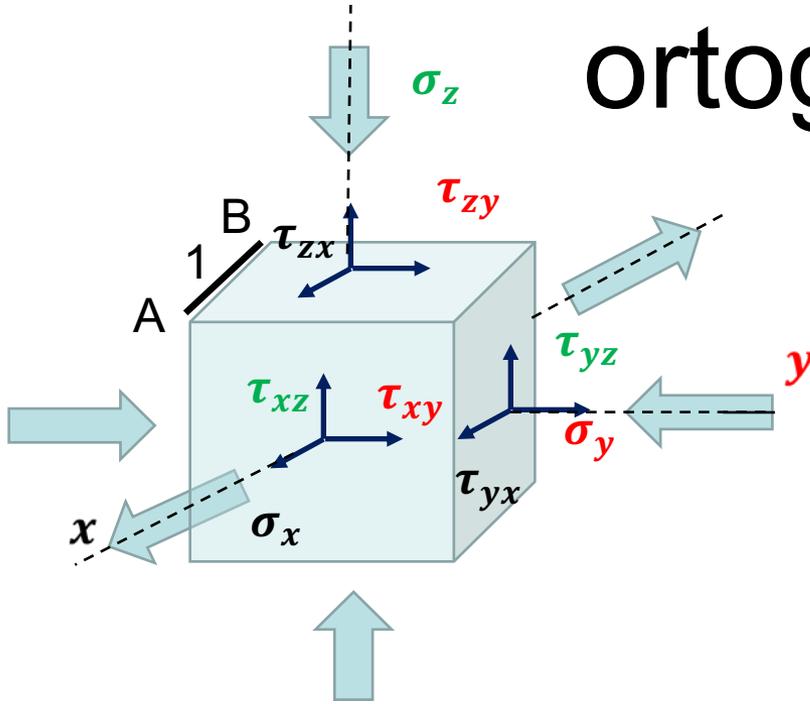
$$-\nu \frac{1}{E} \sigma_z = \frac{\Delta_{AB}}{AB} \quad -\nu \frac{1}{E} \sigma_z AB = \Delta_{AB}$$

Como $AB=1$ $-\nu \frac{1}{E} \sigma_z = \Delta_{AB}$

Si se suman las contribuciones de las tres deformaciones

$$\Delta_{AB} = \frac{1}{E} \sigma_x - \nu (\sigma_y + \sigma_z)$$

Deformación debida a esfuerzos ortogonales



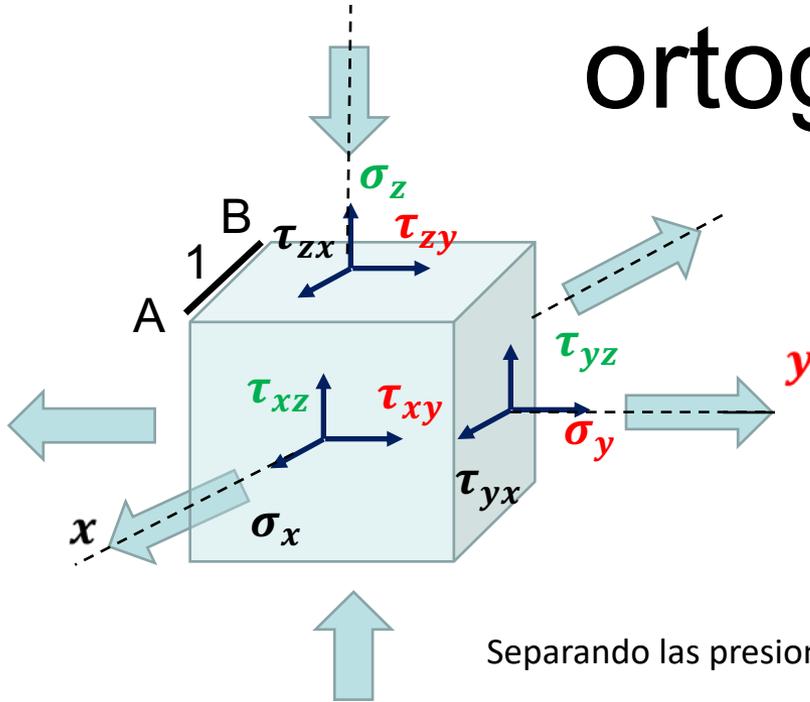
Las deformaciones en las tres componentes
Se pueden expresar como

$$\epsilon_x = \frac{1}{E} [\sigma_x - \nu(\sigma_y + \sigma_z)]$$

$$\epsilon_y = \frac{1}{E} [\sigma_y - \nu(\sigma_x + \sigma_z)]$$

$$\epsilon_z = \frac{1}{E} [\sigma_z - \nu(\sigma_x + \sigma_y)]$$

Deformación debida a esfuerzos ortogonales



Para que no se expanda este elemento cúbico se debe cumplir

$$\varepsilon_x = \varepsilon_y = 0 = \frac{1}{E} [\sigma_x - \nu (\sigma_y + \sigma_z)] = \frac{1}{E} [\sigma_y - \nu (\sigma_x + \sigma_z)]$$

Separando las presiones horizontales σ_x y σ_y de las verticales σ_z

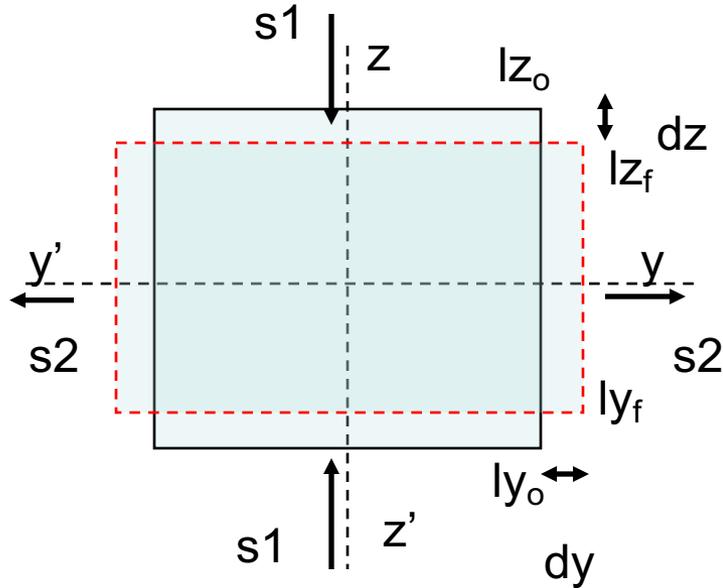
Los esfuerzos horizontales se corresponden con los verticales a través de la siguiente expresión

$$\sigma_x = \sigma_y = \frac{\nu}{(1 - \nu)} \sigma_z$$

La presión horizontal media

$$\overline{\sigma_h} = \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2}$$

Proporcionalidad entre esfuerzos horizontales y verticales



$$\frac{dy}{dz} = \frac{ly - ly_0}{lz - lz_0} = \nu$$

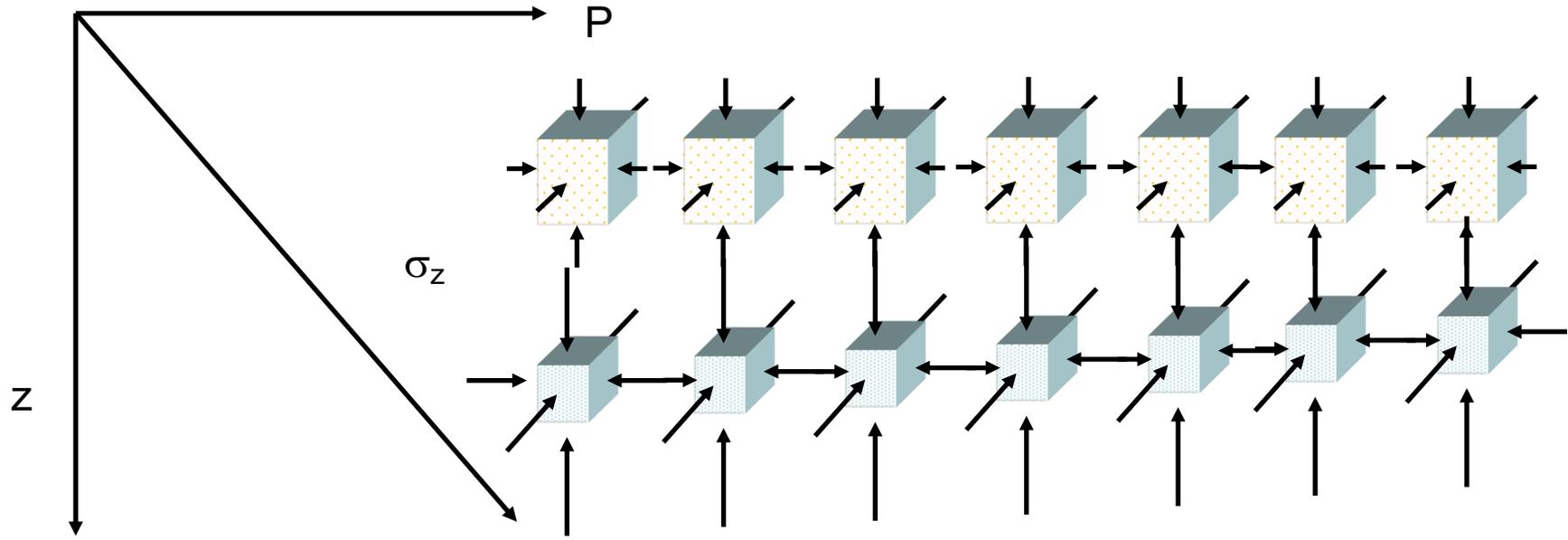
$$\sigma \nu = \sigma h = \frac{\nu}{1 - \nu} \sigma \nu$$

$$k = \frac{\sigma h}{\sigma \nu}; \quad \sigma h = k \sigma \nu$$

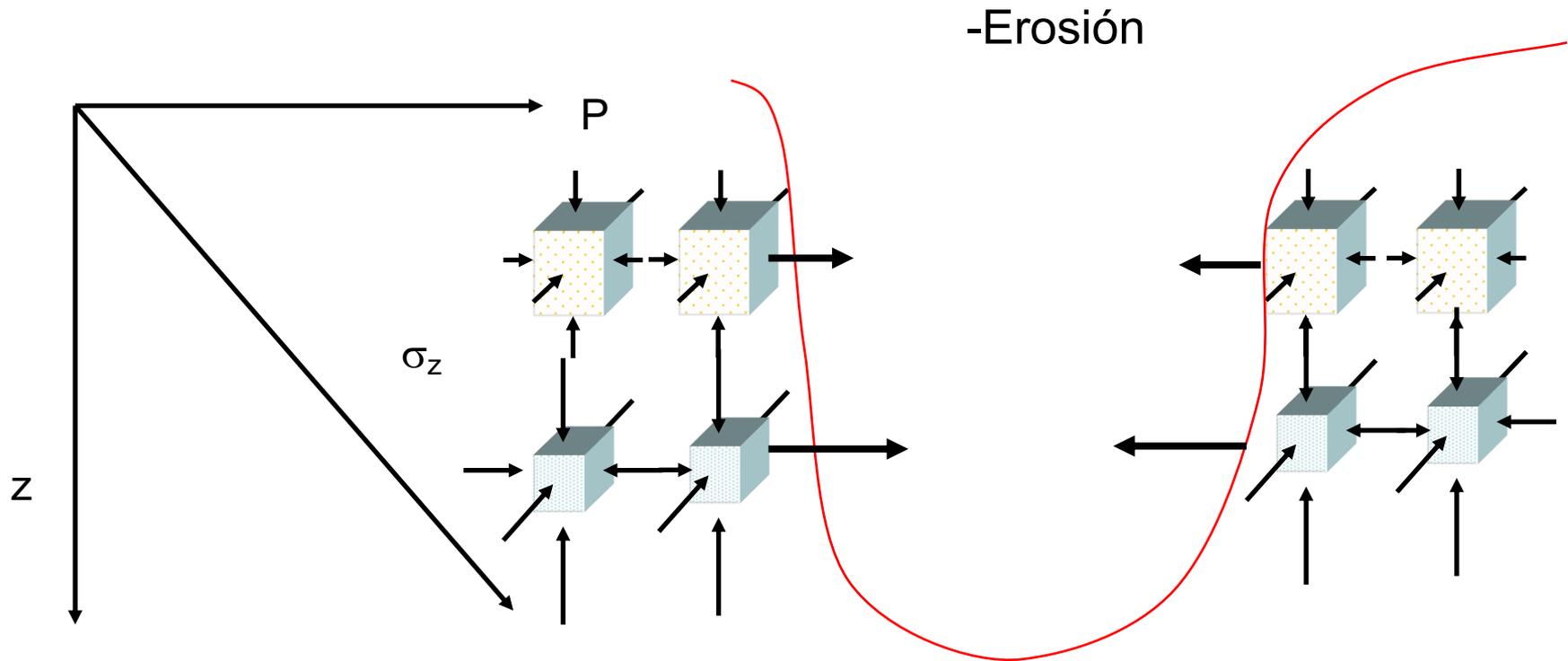
$$k = \frac{\overline{\sigma_h}}{\sigma_z} = \frac{\nu}{(1 - \nu)}$$

Estos esfuerzos suponen un comportamiento elástico de los materiales

La corteza terrestre es un medio continuo en el que los esfuerzos tienen un origen elástico. Así los esfuerzos horizontales son proporcionales a los verticales, presentando condiciones hidrostáticas. Esfuerzos verticales = esfuerzos horizontales



Sin embargo, existen toda una serie de circunstancias que hacen que los esfuerzos horizontales sean superiores a los verticales.



Otros procesos geológicos que producen el incremento de los esfuerzos horizontales sobre los verticales son:

- Inyecciones, diques
- Fallas inversas, falla de rumbo

K en Rocas

			Espesor (km)	Densidad (kg/m ³)	Pr. calor (μWm ⁻³)	Parámetros elásticos		Parámetros <i>creep</i>			Parámetros térmicos
						Módulo de Young (Pa)	Coefficiente de Poisson	A (Mpa ⁻ⁿ s ⁻¹)	n	E (kJ mol ⁻¹)	Conductividad (W m ⁻¹ K ⁻¹)
Corteza superior	Sistema Central	granito seco	13	2670	3,3	75·10 ⁹	0,26	1,8·10 ⁻⁹	3,2	123	2,5
		granito húmedo						2,0·10 ⁻⁴	1,9	137	
	Cuencas	cuarcita seca	2780	Duro: 1,8 Tajo: 2,5	6,7·10 ⁻⁶			2,4	156		
		cuarcita húmeda			3,2·10 ⁻⁴			2,3	154		
Corteza media		cuarzodiorita	9	2800	Disminución exponencial desde corteza superior	91·10 ⁹	0,27	1,3·10 ⁻³	2,4	219	2,5
Corteza inferior		granulita félsica	8	2900	0,8	114·10 ⁹	0,26	8,0·10 ⁻³	3,1	243	2,1
Manto litosférico		peridotita seca	70	3300	0,02	172·10 ⁹	0,28	2,5·10 ⁴	3,5	532	3,4
		peridotita húmeda						2,0·10 ³	4,0	471	

Tomado de Martin 2010. Geometría, cargas y propiedades (parámetros reológicos y térmicos) de las unidades litosféricas diferenciadas en el modelo de deformación de la litosfera Ibérica. En todas, se ha utilizado un valor de $3.5 \cdot 10^{-5} \text{ K}^{-1}$ para el coeficiente de expansión térmica (Tejero y Ruiz, 2002). A, constante preexponente; n, exponente de la ley potencial; E, energía de activación.

Variación de la tensión vertical con la profundidad, σ_v

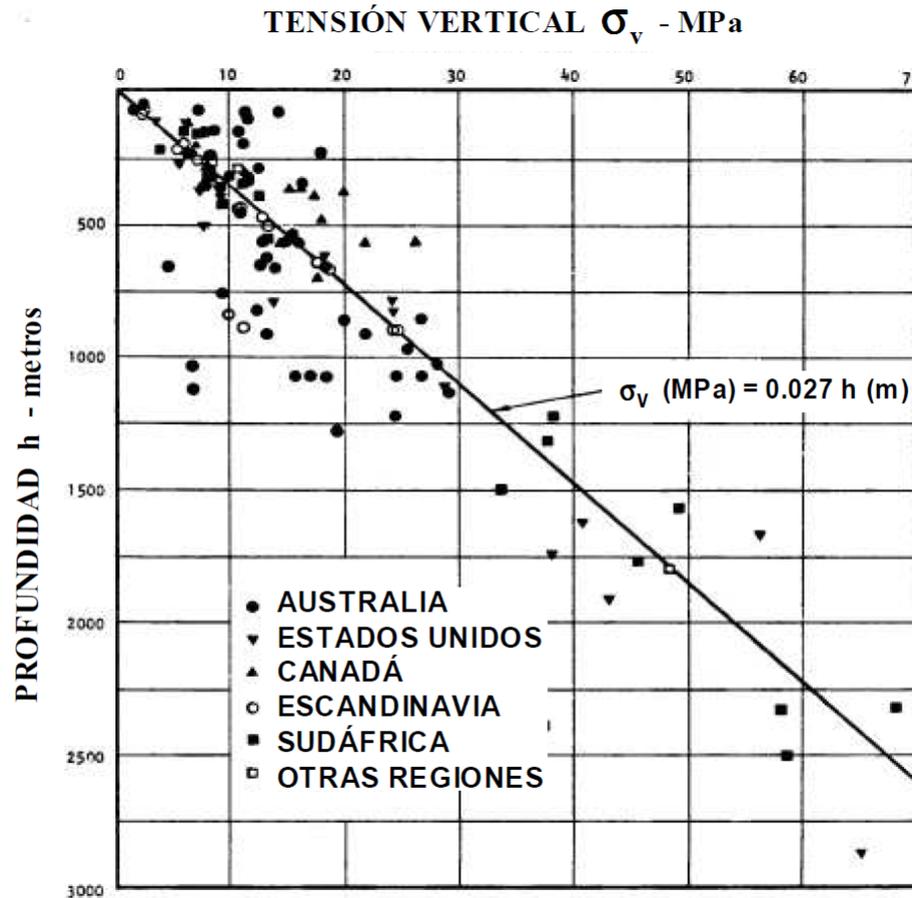


Figura 7.8. Tensión vertical en función de la profundidad, a partir de medidas del campo tensional natural "in-situ" recopiladas por Hoek y Brown (1980). Cortesía IMM.

Gradiente estimado a partir de un γ medio para la corteza de 27 KN/m³, $\sigma_v = 0,027 h(m)$ (Mpa)

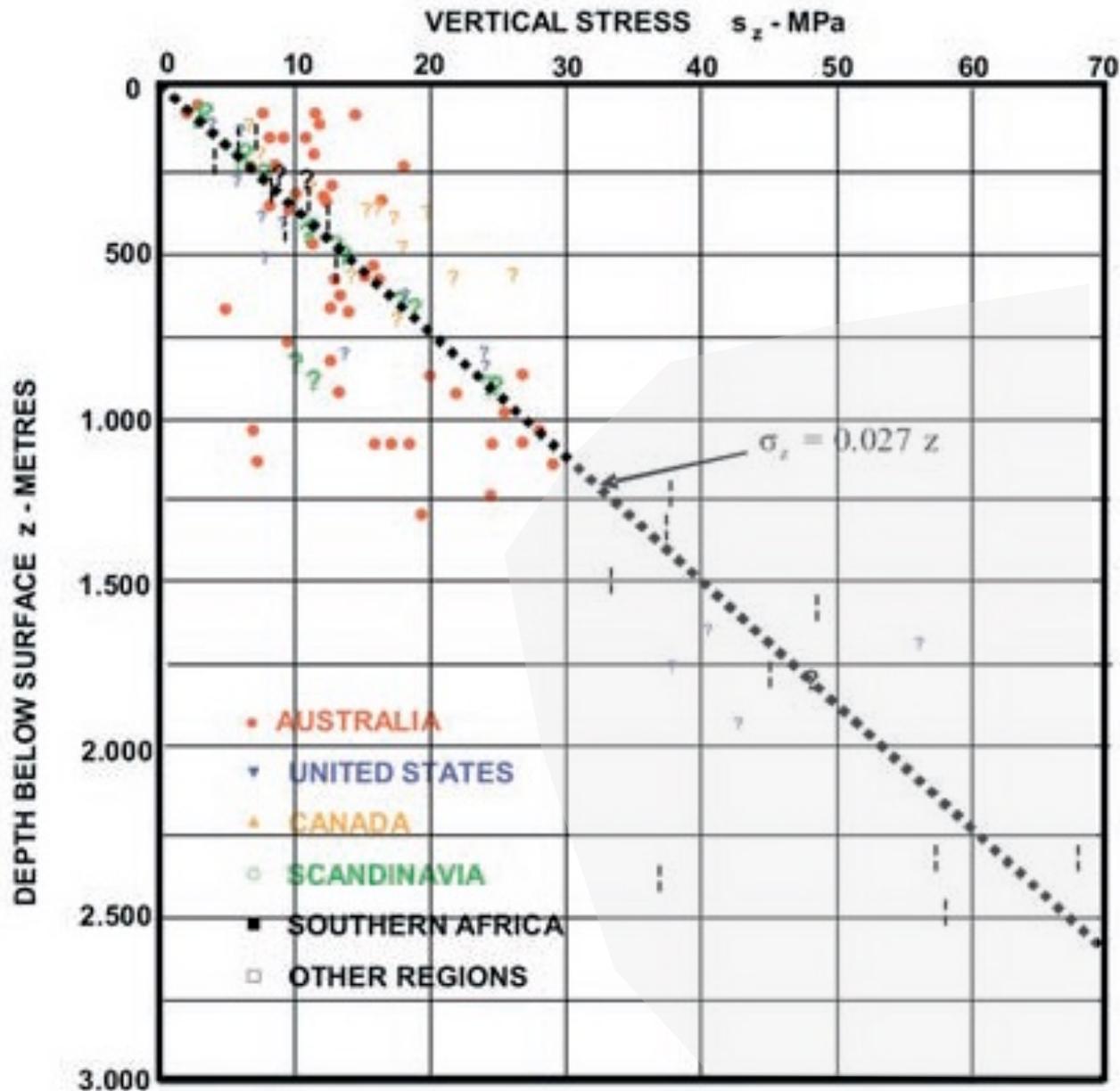


Fig. 3. Tensiones verticales in situ (Hoek and Brown 1980). Observe en gris la enorme Dispersión de valores a profundidades > 1.000 m.

Tomado de **Manuel Melis Maynar**.
 Revista de Obras Públicas/Diciembre 2006/Nº 3.472
 Terraplenes y balasto en Alta Velocidad Ferroviaria.
 Tercera parte: Los túneles de Alta Velocidad.
 Profundidad, proyecto, RMR y NATM

El campo de tensiones no se puede considerar plenamente elástico excepto a grandes profundidades. A grandes profundidades la relación de tensiones oscila entre $0,5 < k > 1,5$. Si el Coeficiente de Poisson varía entre $0,1 < \nu > 0,5$ Los valores de k oscilarían entre $0,1 < k > 1$

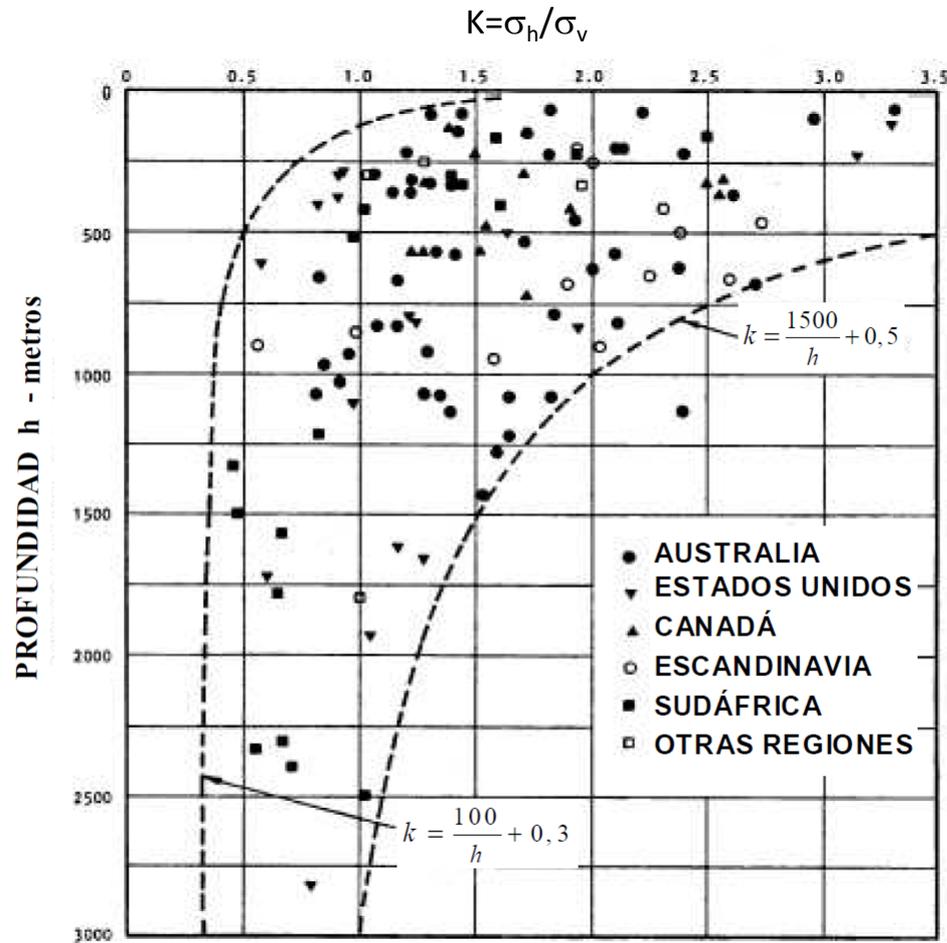
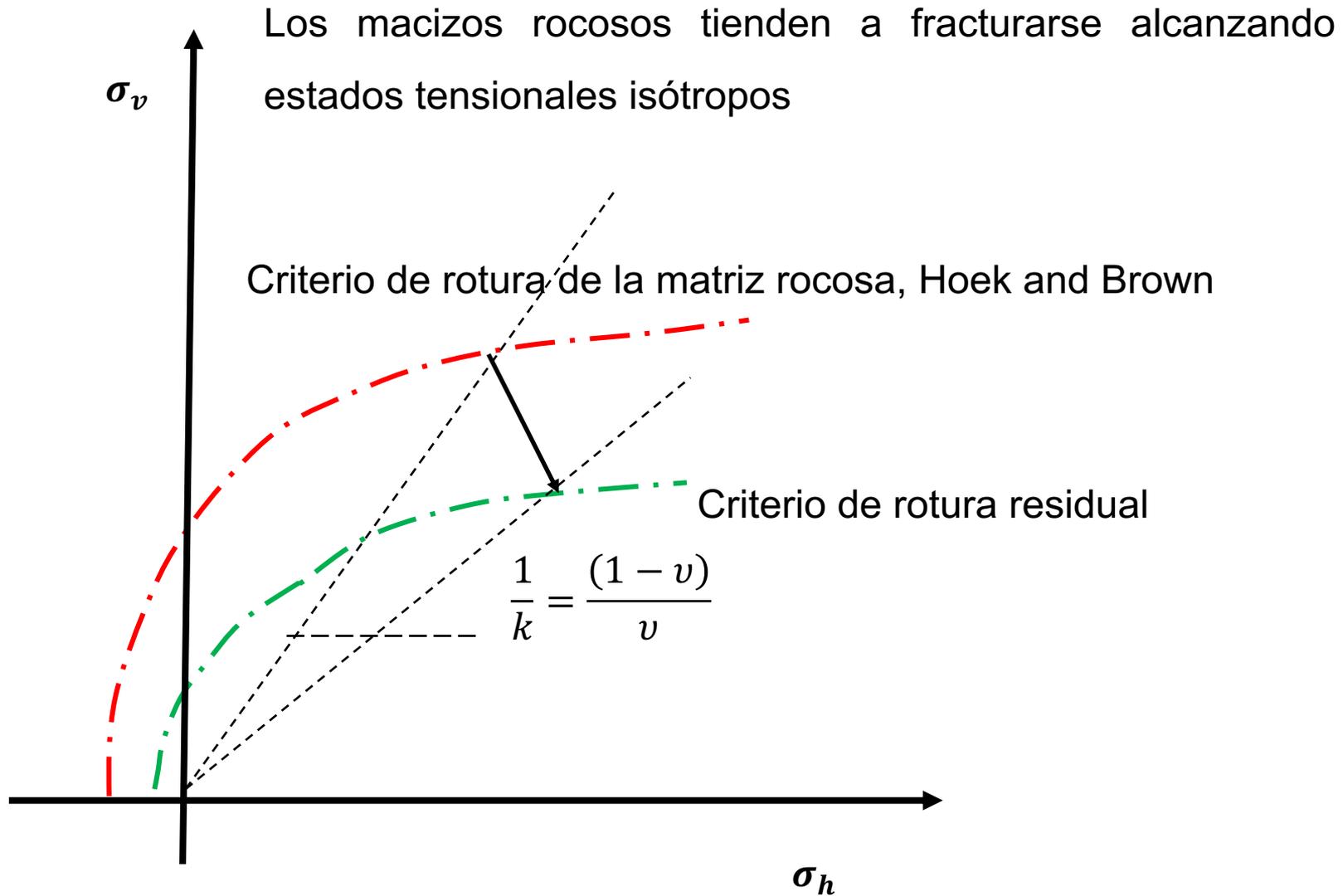


Figura 7.9. Valoración de la relación entre la tensión horizontal media y la vertical en función de la profundidad, a partir de medidas del campo tensional natural recopiladas por Hoek y Brown (1980). Cortesía IMM.



Tensiones *in situ*

Relación de tensiones según la elasticidad o Regla de Heim $\sigma_v = \sigma_y$

Modelo de Sheorey et al., 2002

$$\kappa = \frac{\nu}{1 - \nu} + \frac{\beta g E_h}{\gamma(1 - \nu)} \left(1 + \frac{1000}{z} \right)$$

Se trata de un modelo que considera temperatura, elasticidad, y estado estático

ν , Coeficiente de Poisson,

B , coeficiente de expansión térmica lineal de las rocas

g , gradiente geotérmico

γ , peso específico

E_h , es el módulo de Young horizontal del macizo suprayacente

z , profundidad

El valor de k se calcula para la columna de roca suprayacente
esta ecuación se puede simplificar en

$$\kappa = 0,25 + 7E_h \left(0,001 + \frac{1}{z} \right)$$

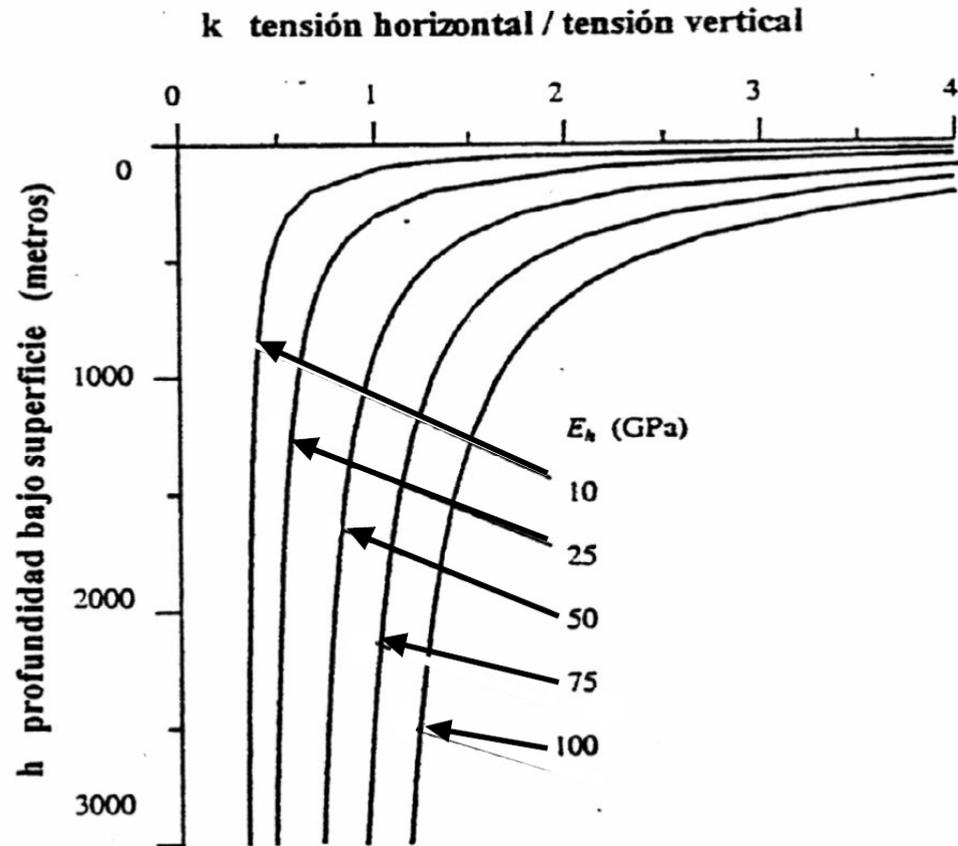
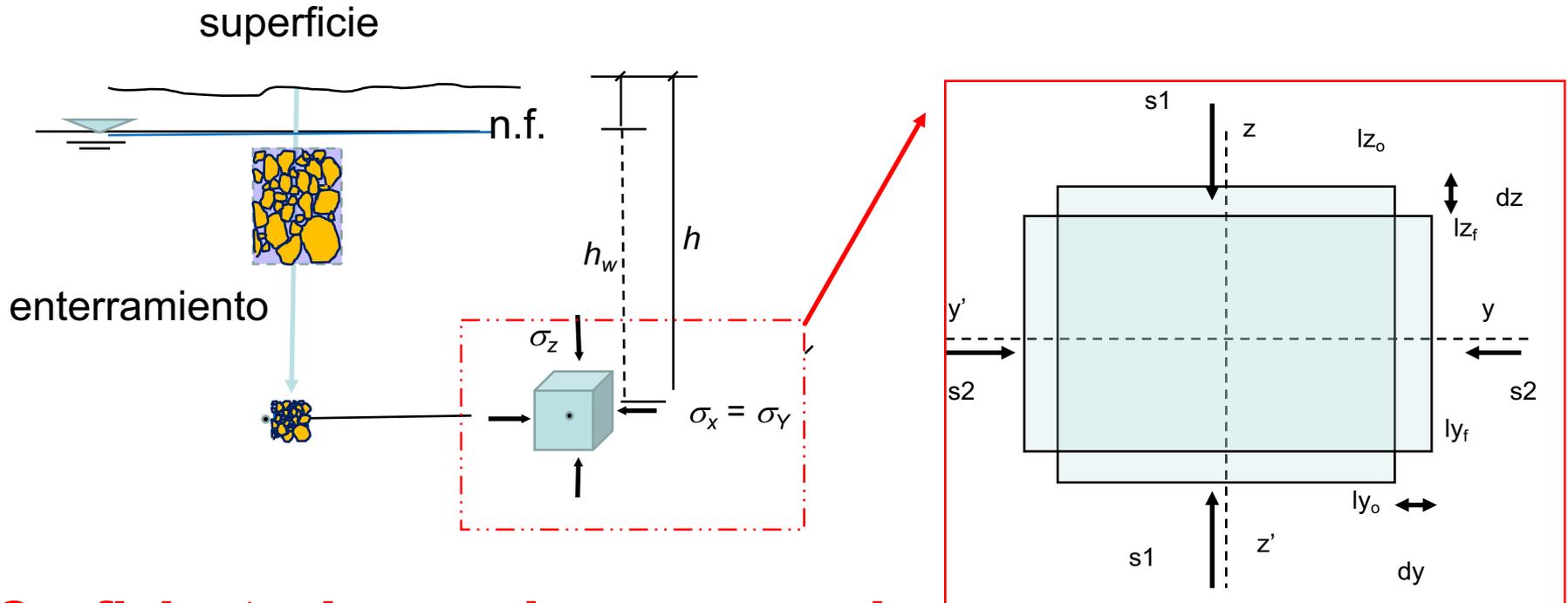


Figura 7.10. Relación entre la tensión horizontal media y la tensión vertical en función de la profundidad según la formulación de Sheorey para varios valores del módulo elástico horizontal según Hoek et al., 1995. Cortesía de Balkema.

K en suelos

Partamos de la proporcionalidad entre esfuerzos horizontales y verticales



Coeficiente de empuje en reposo, k_0

$$K_0 = \frac{\sigma'_h}{\sigma'_v} = \frac{\sigma'_x}{\sigma'_z}$$

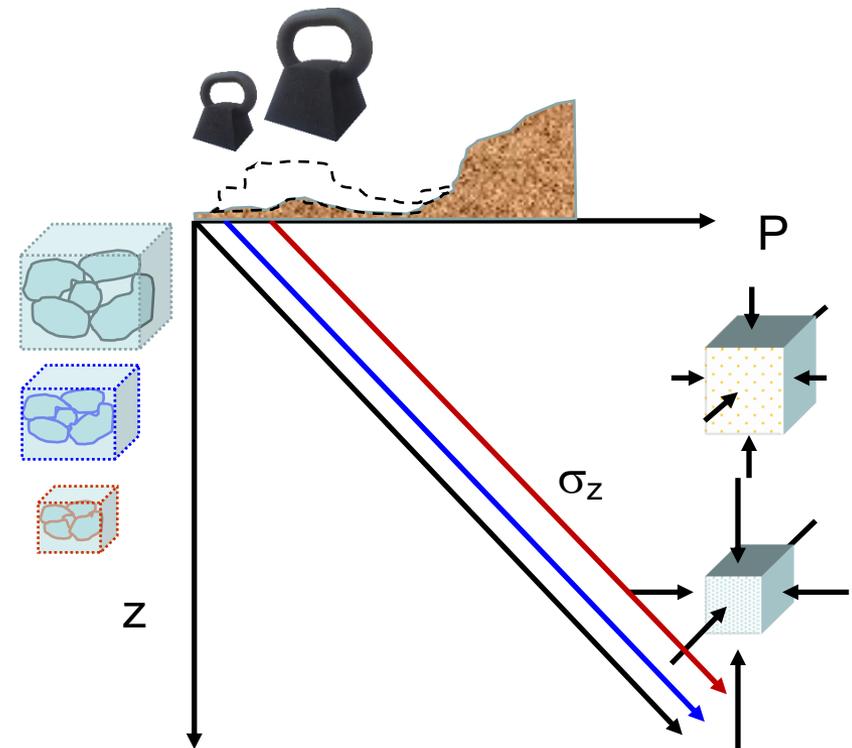
Tensión efectiva horizontal $\rightarrow \sigma'_x = \sigma'_y = K_0 \cdot \sigma'_z$

Coeficiente de empuje en reposo

$$K_0 = \frac{\sigma'_h}{\sigma'_v} = \frac{\sigma'_x}{\sigma'_z}$$

Historia tensional del terreno (σ'_h depende de σ'_v actual y del pasado)

- σ'_{z0} , valor actual de la tensión efectiva vertical,
- σ'_z , o presión de consolidación
- σ'_c , máximo valor de σ'_z a lo largo de la historia, llamada presión de sobreconsolidación (o de preconsolidación)



Razón de sobreconsolidación, RSC (suelos normalmente consolidados, NC; suelos sobre consolidados, SC)

- suelos normalmente consolidados ($RSC = 1$)
- suelos sobreconsolidados ($RSC > 1$)

$$RSC = \frac{\sigma'_c}{\sigma'_{z0}}$$

Coeficiente de empuje en reposo, K_0

- Si el terreno fuera un material elástico K_0 (elástico) = $\frac{\mu}{1 - \mu}$
- Pero, si no. **Se proponen diversas aproximaciones:**
 - Mediciones in situ: muy complicadas, sólo en casos singulares
 - Correlaciones teóricas o empíricas:

$$K_{0NC} = 1 - \text{sen } \phi \quad \text{Jáky (1944) para arenas o suelos NC, } \phi \text{ ángulo rozamiento interno}$$

$$K_0 = K_{0NC} \cdot (RSC)^\alpha \quad \text{Schmidt (1966) suelos sobreconsolidados, } \alpha \text{ entre 0,25 y 0,60}$$

$$K_0 = K_{0NC} \cdot RSC - (RSC - 1)K_{0e} \quad \text{Descarga elástica + Jáky}$$

$$K_{0NC} = 0,4 - 0,6$$

$$K_{0SC} = 0,5 - 1,0 - 2,0 - \dots$$