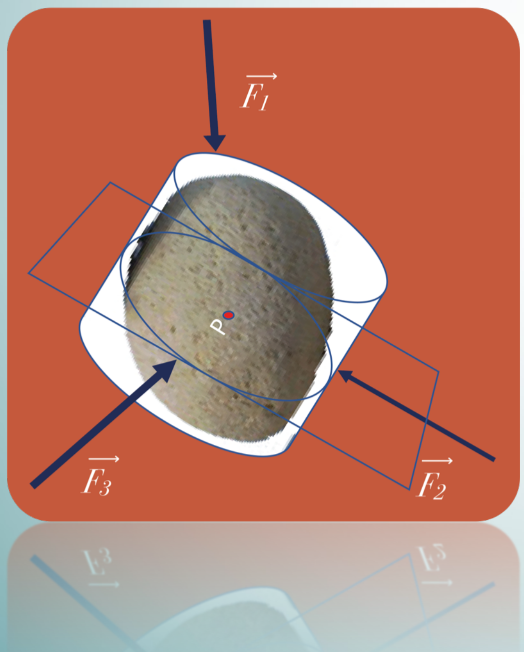
Caracterización geomecánica de suelos y rocas

Tema 3.1 Esfuerzos



Alberto González Díez

Patricio Martínez Cedrún

DPTO. DE CIENCIAS DE LA TIERRA Y FÍSICA DE LA MATERIA CONDENSADA (CITIMAC)

Este tema se publica bajo Licencia:

[Creative Commons BY-NC-SA 4.0]

Fuerzas y tensiones

- Fuerza y estado de esfuerzos en una roca
- Desplazamiento
- Deformación
- Esfuerzo

Fuerza y estado de esfuerzos en una roca

Las rocas poseen un comportamiento mecánico muy particular **poco similar al de materiales como el hormigón o el acero cuya comportamiento mecánico suele ser lineal, isótropo, elástico, debido principalmente a que su estructura interna suele ser bastante homogénea**. Las rocas por el contrario tienen una estructura que contiene bastantes **anisotropías internas por variaciones de la composición mineralógica, orientación de minerales, porosidad, microfisuración, grado de alteración, estratificación, fracturas, etc**. que proporcionan un comportamiento heterogéneo, anisótropo y nada lineal.

Así, la aplicación de nuevas fuerzas, o la modificación de la magnitud o distribución de las preexistentes da lugar a cambios en el **estado mecánico de los sistemas rocosos** que se manifiestan en desplazamientos, deformaciones o modificaciones del estado tensional de esfuezos.

Estado mecánico de un sistema. Viene caracterizado por:

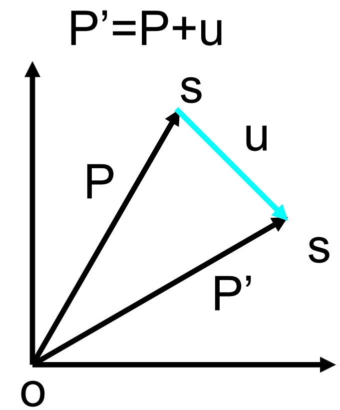
-La posición de cada una de sus partes (coordenadas)

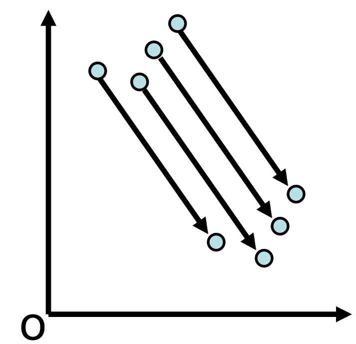
-las fuerzas que actúan entre y sobre las partes del sistema

-la velocidad con que las partes cambian de posición

Desplazamiento, Deformación

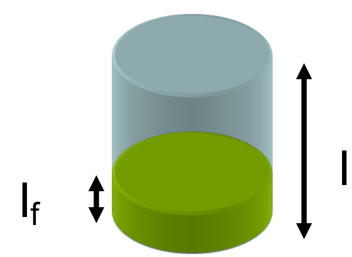
El **desplazamiento, u** viene definido por un cambio de posición de una partícula, s y queda definido por un vector u=p’-p. El desplazamiento constituye un sistema homogéneo si los vectores de desplazamiento son iguales en magnitud y dirección.





La **deformación**, ε indica la variación de longitud o espacio de dos partículas en dos estados mecánicos distintos y se expresa por la variación de la longitud respecto a la longitud inicial de una partícula $\varepsilon=(l_f-l_i)/l_i=\Delta l/l_i$. Este parámetro es adimensional y compara situaciones pertenecientes a dos estados mecánicos diferentes.

$\varepsilon=\Delta l/l_i$

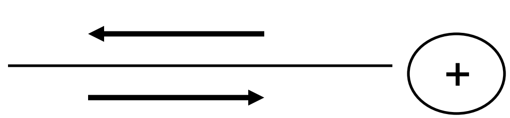


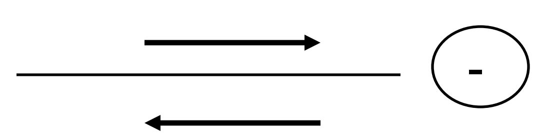
Fuerzas que actúas sobre rocas

Sobre un cuerpo rocoso actúan dos tipos de fuerzas íntimamente relacionadas entre si:

Las fuerzas volumétricas como las gravitatorias F=mg (aunque g depende de su posición en el campo gravitatorio terrestre, se asume un valor constante de 980cm/s^2)

Las fuerzas superficiales como las tectónicas, que son las que ejercen sobre un cuerpo o los materiales que los rodean; actuando sobre la superficie de contacto y se transmiten al interior del cuerpo. Se clasifican en compresivas (positivas) y distensivas o de tracción (negativas) en función de si van hacia dentro o fuera del punto de aplicación. En el caso de que actúen sobre un plano pueden ser perpendiculares a él o normales; o paralelas al plano de aplicación, denominanse tangenciales o de cizalla (las fuerzas de cizalla nunca son ni compresivas ni distensivas). Las fuerzas tangenciales tienen signo negativo si el vector fuerza y su vector asociado sobre el otro lado del plano tienen sentido contrario a las agujas del reloj y viceversa positivas.





Esfuerzo

El efecto de una fuerza depende del área total sobre la que se aplica, por lo que trabajar con fuerzas no es adecuado para conocer su influencia sobre el comportamiento de la roca.

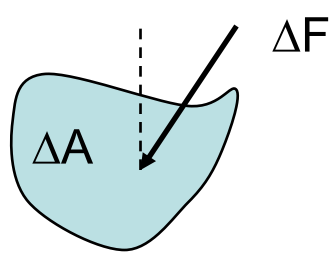
Si la fuerza total es referida al área A del plano de aplicación se puede expresar como esfuerzo, que es un parámetro independiente del área de aplicación σ=F/A.

El **esfuerzo** se define como la reacción interna de un cuerpo a la aplicación de una fuerza o conjunto de fuerzas, es una cantidad que no se puede medir directamente, ya que el parámetro que se mide es la fuerza.

Si el esfuerzo actúa uniformemente en una superficie, el esfuerzo o tensión indica la intensidad de las fuerzas que actúan sobre el plano, y carece de sentido hablar de esfuerzo actuando sobre un punto. El esfuerzo no varia en función del área considerada siempre que las fuerzas se distribuyan uniformemente sobre la superficie. Si las fuerzas no se distribuyen uniformemente el esfuerzo varía para diferentes áreas del plano.

Sobre un área infinitesimal:

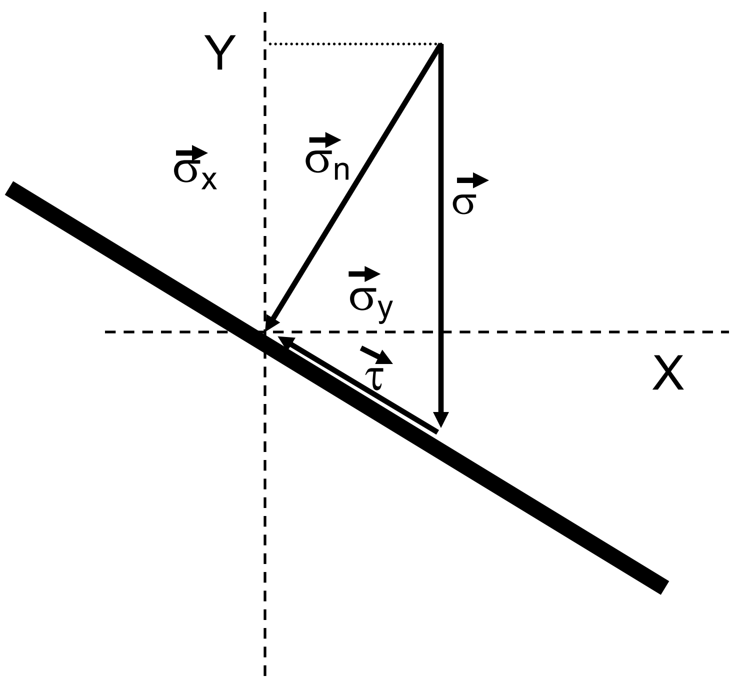
$$\sigma = \lim_{\Delta A \to 0} \frac{\Delta F}{\Delta A} = \frac{dF}{dA}$$



Como la fuerza es una magnitud vectorial el esfuerzo es el producto de un vector por escalar luego es una magnitud vectorial

$$\vec{\sigma} = \lim_{\Delta A \to 0} \frac{\Delta \vec{F}}{\Delta A} = \frac{d\vec{F}}{dA}$$

El esfuerzo sobre un plano queda completamente representado por el vector esfuerzo, con magnitud igual a la relación entre la fuerza y el área y dirección paralela a la dirección de la fuerza que actúa sobre el plano



- **<u>Estados tensionales :</u>**
  - tensión total (σ_{ij})
  - presión intersticial (u_{ij}), es isótropo ($u_{ij}=u\delta_{ij}$)
  - tensión efectiva (σ'_{ij})

$$\begin{bmatrix} \sigma'_x & \tau'_{xy} & \tau'_{xz} \\ \tau'_{xy} & \sigma'_y & \tau'_{yz} \\ \tau'_{xz} & \tau'_{yz} & \sigma'_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sigma_x - u & \tau_{xy} & \tau_{xz} \\ \tau_{xy} & \sigma_y - u & \tau_{yz} \\ \tau_{xz} & \tau_{yz} & \sigma_z - u \end{bmatrix}$$

7 parámetros para definir el estado tensional: σ_{ij} + u

- **Tensiones principales** (σ_1 , σ_2 , σ_3)

$$\sigma_1 \geq \sigma_2 \geq \sigma_3 \quad ; \quad \sigma'_i = \sigma_i - u$$

- **Tensiones octaédricas** (σ_{oct}, τ_{oct})

$$\sigma_{oct} = \frac{1}{3} \cdot (\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3)$$

$$\tau_{oct} = \frac{1}{3} \cdot \sqrt{(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_1 - \sigma_3)^2}$$

$$\sigma'_{oct} = \sigma_{oct} - u$$

$$\tau'_{oct} = \tau_{oct}$$

- **Parámetros de Lambe**

$$p = \frac{1}{2} \cdot (\sigma_1 + \sigma_3)$$

$$p' = \frac{1}{2} \cdot (\sigma'_1 + \sigma'_3) = p - u$$

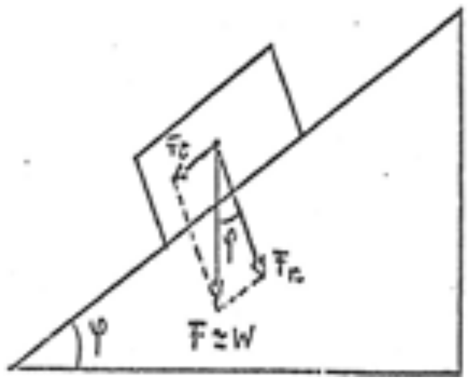
$$q = \frac{1}{2} \cdot (\sigma'_1 - \sigma'_3) = \frac{1}{2} \cdot (\sigma_1 - \sigma_3)$$

Esfuerzos

- Tensiones sobre un plano
- Cálculo de las componentes x e y del esfuerzo sobre un plano
- Cálculo de los esfuerzos normal y tangencial actuando sobre un plano
- Elipse de esfuerzos
- Cálculo de las componentes normal y tangencial a partir de esfuerzos σ_1 y σ_3
- Círculo de Mohr
- Efecto de la presión intersticial
- Esfuerzos es 3-D
- Elipsoide de esfuerzos

Recordemos los conceptos de fuerza y esfuerzo

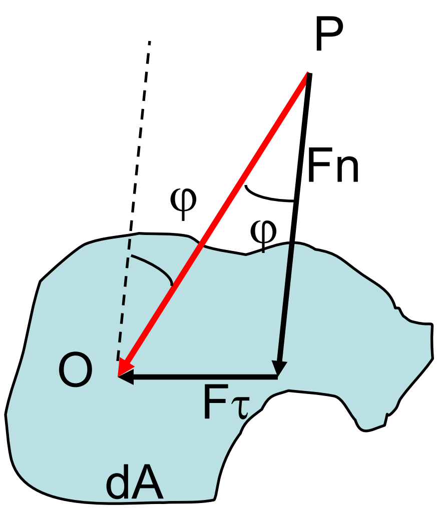
$$\text{Fuerza, F} = \text{mg}$$
$$\text{masa, m} = \rho \text{v}$$
$$Fn = F\cos\varphi$$
$$F\tau = Fsen\varphi$$



Signos de esfuerzos

Compresión σ_c+

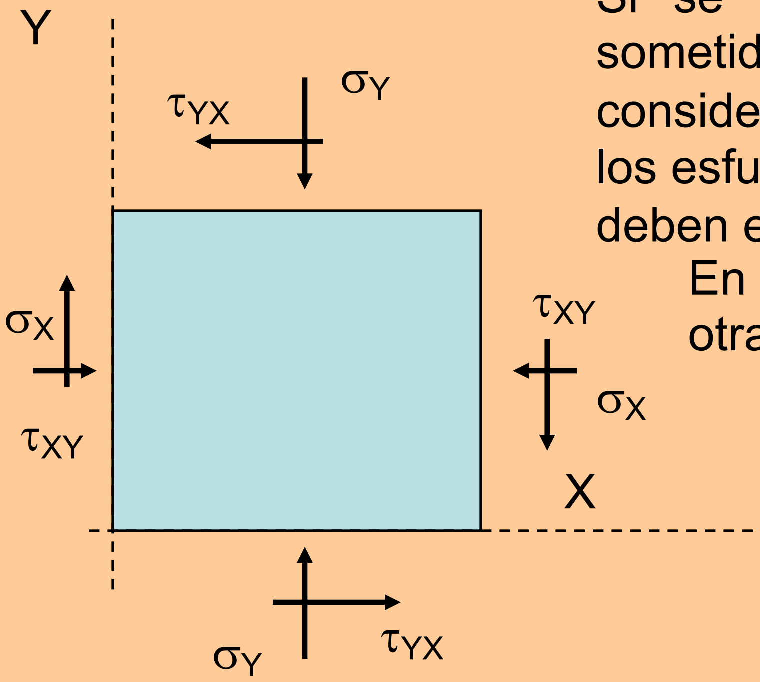
Tensión σ_t-



$$Fn = F\cos\varphi$$
$$F\tau = F\sin\varphi$$
$$\sigma = \lim_{\delta a \to 0} \frac{\delta F}{\delta A}$$

Tensiones sobre un plano

El estado de esfuerzos o tensiones en un punto queda definido por las fuerzas por unidad de área referidas a dos planos perpendiculares x e y, que contienen el punto.



Si se asume un material continuo y homogéneo sometido a un campo de fuerzas uniforme y se considera un cuadrado de área infinitesimal en reposo los esfuerzos resultantes sobre las caras del cuadrado deben estar en equilibrio.

En cada cara actúa una componente normal y otra tangencial.

Refiriendo el cuadrado a un sistema de ejes X e Y, las componentes del esfuerzo sobre el plano X (perpendicular al eje X) son σ_X y τ_{YX}. Y sobre el plano Y (perpendicular al eje Y) son σ_Y y τ_{XY}.

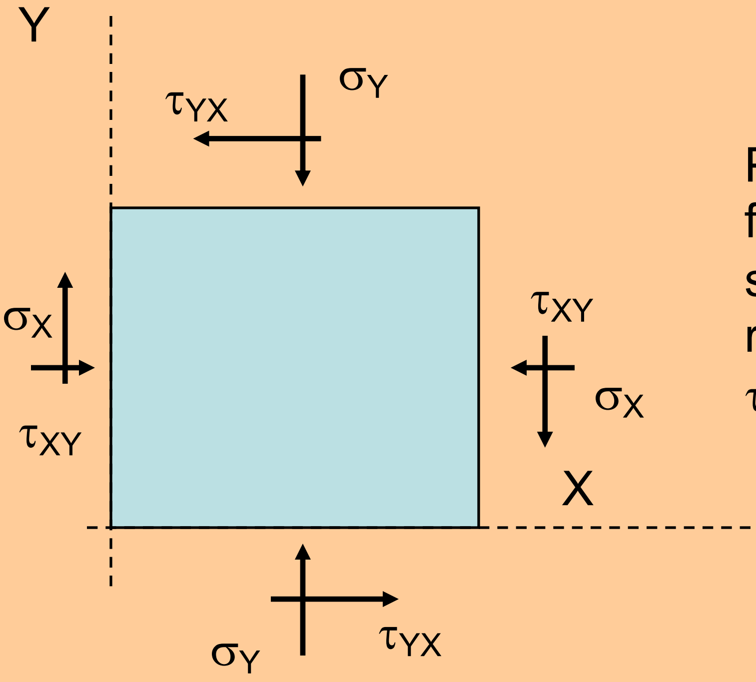
τ_{ij}, la primera componente i, hace referencia al eje en el que actúa el esfuerzo principal que es perpendicular al plano de actuación; la segunda componente j, hace referencia al sentido que toma el esfuerzo respecto a los ejes principales

Tensiones sobre un plano

$$E = \begin{bmatrix} \sigma_x & \tau_{xy} \\ \tau_{yx} & \sigma_y \end{bmatrix}$$

En las filas se sitúan las componentes que actúan en la misma superficie

En las columnas se sitúan las componentes según la orientación de los ejes de esfuerzo

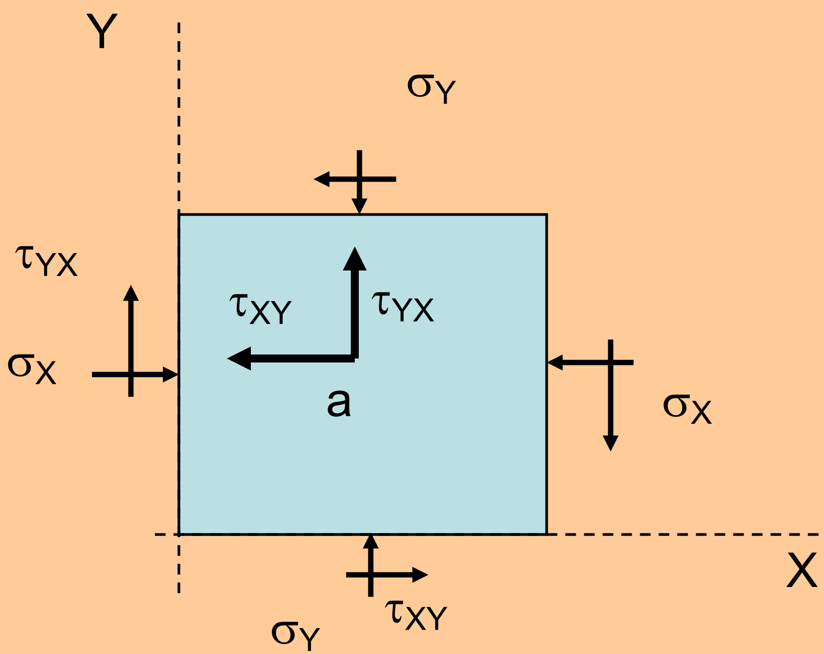


Para obtener el equilibrio, la resultante de las fuerzas actuando en las direcciones X e Y debe ser igual a cero. Además el equilibrio rotacional requiere que sus momentos sean iguales a cero: $\tau_{XY} = \tau_{YX}$

$$E = \begin{bmatrix} \sigma_x & 0 \\ 0 & \sigma_y \end{bmatrix}$$

Al tomar momentos el esfuerzo de cizalla

$$\tau_{XY} \times a^2 \times \underbrace{a/2}_{Brazo} - \tau_{YX} \times a^2 \times a/2 = 0$$



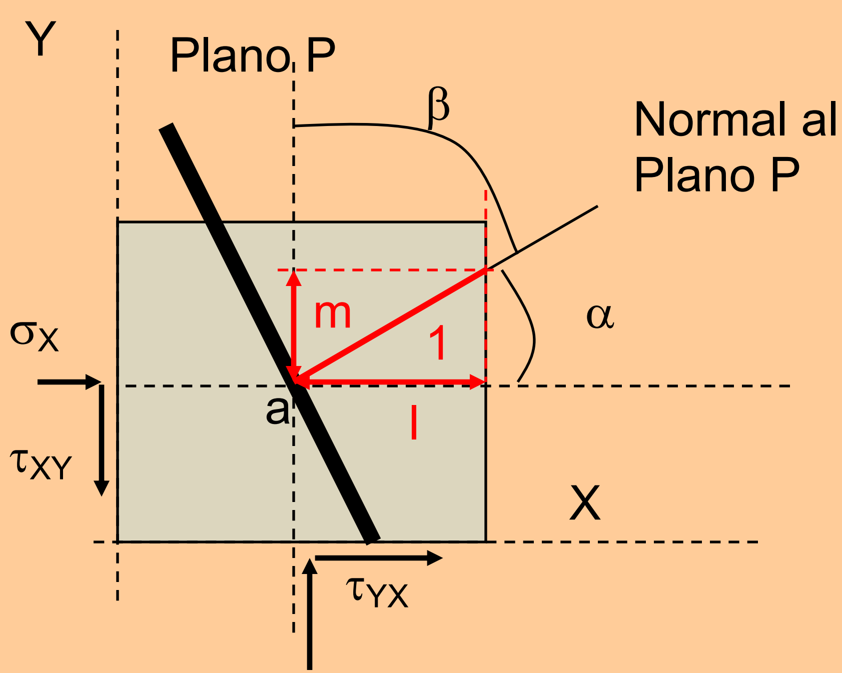
Así el estado de esfuerzo en 2-D viene determinado por tres componentes: σ_X, σ_Y y τ_{XY}.

<u>El sistema de esfuerzos no depende de la orientación del sistema de ejes</u> elegido, pero <u>sus componentes si</u>.

Cálculo de las componentes x e y del esfuerzo sobre un plano

Una vez conocido el estado de esfuerzos en un punto mediante sus tres componentes: σ_X, σ_Y y τ_{XY}. Pueden calcularse los esfuerzos sobre cualquier plano de orientación conocida que pase por el punto.

Si el estado de esfuerzos se determina con respecto a un sistema de ejes elegido arbitrariamente, los valores de la componente normal y tangencial dependerán de los ejes elegidos.



La orientación del plano P que pasa por el punto, dentro del cuadrado puede especificarse mediante los <u>cosenos directores</u> de los ángulos que forma la normal al plano con los ejes x e y. Los cosenos directores de la línea de longitud unitaria normal a P, $l=\cos\alpha$ y $m=\cos\beta$.

Esfuerzos en 2D