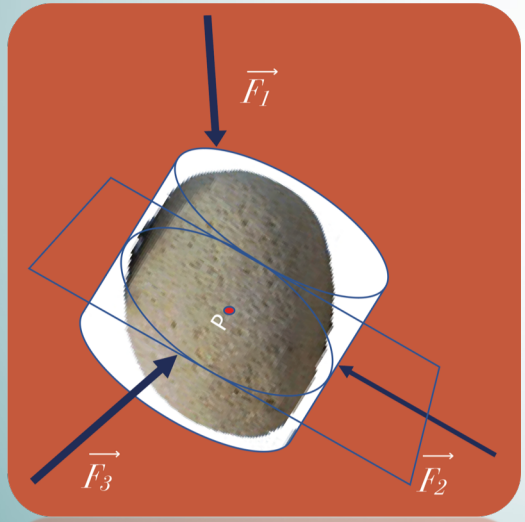
Caracterización geomecánica de suelos y rocas

Tema 5.1 Criterios de rotura



Alberto González Díez

Patricio Martínez Cedrún

DPTO. DE CIENCIAS DE LA TIERRA Y FÍSICA DE LA MATERIA CONDENSADA (CITIMAC)

Este tema se publica bajo Licencia:

Creative Commons BY-NC-SA 4.0

Evaluación de la resistencia y deformabilidad

Su evaluación puede basarse en:

-**Métodos empíricos basados en experiencias y ensayos de laboratorio**

-**Modelos matemáticos y análisis a posteriori**

-**Métodos indirectos basados en índices de calidad (clasificaciones geomecánicas)**

-**Modelos físicos**

>Los criterios empíricos y los modelos matemáticos son los que proporcionan valores más representativos de c y ϕ del material

>Los modelos físicos y matemáticos consideran mejor el comportamiento deformacional.

Principales características

Criterios de rotura o de resistencia

Constituyen la base de los **métodos empíricos**, permiten evaluar la resistencia a partir de los esfuerzos actuantes y del comportamiento mecánico del material analizado en laboratorio, proporcionando l**a respuesta de la roca intacta ante diferentes condiciones de esfuerzo**

Modelos matemáticos

También llamados de *Back analysis,* permiten estimar la resistencia a partir del modelado numérico de las propiedades físicas (leyes mecánicas) que afectan al material y sus factores influyentes (tensiones, agua, etc.), dibujando los parámetros resistentes correspondientes a la rotura o a un determinado nivel de deformación.

Principales características II

Métodos indirectos

Fundamentalmente se aplican a la evaluación de macizos rocosos por lo que se presentarán en el siguiente bloque temático. Están basados en **índices de calidad** (**clasificaciones geomecánicas**) que permiten estimar la resistencia de forma aproximada, al establecer correlaciones entre materiales implicados y los parámetros resistentes **c y** ϕ.

M**étodos físicos**

Se aplican en mayor medida macizos rocosos, y consisten en construir modelos a escala con diferentes materiales alternativos equivalentes, que sometidos a cargas en laboratorio permiten obtener, de forma más o menos aproximada, la resistencia del material analizado, dependen en gran medida de la información y los datos disponibles.

Criterios de rotura-resistencia

Comportamiento mecánico

El **comportamiento mecánico** de los materiales depende de **su resistencia** y **fuerzas aplicadas**, que dan lugar al estado de esfuerzos.

Recordemos que el estado de esfuerzos viene definido por los esfuerzos principales que actúan σ_1, σ_2, σ_3. Dependiendo de su magnitud y dirección se producirán deformaciones en las rocas, y en su caso rotura.

¿Se puede predecir el comportamiento de un material?

Sólo en el caso de materiales isótropos, que en nuestro caso (rocas y suelos) no existen.

Ley de comportamiento

Ley de comportamiento de un material se define como la relación entre los componentes del esfuerzo que indica el estado de deformaciones que sufre el material.

Debería servir para predecir

-valor de la resistencia de pico del material
-valor de la resistencia residual
-la resistencia del límite de elasticidad
-el inicio de la generación de la fractura
-las deformaciones sufridas por el material
-la energía del proceso de rotura y deformación

Es un concepto amplio que explica el proceso de deformación del material rocoso y que hace referencia a las relaciones entre esfuerzos a lo largo de todo el proceso de deformación

Fundamentos del criterio de rotura

Ante la práctica imposibilidad de obtener leyes que rigen el comportamiento, la resistencia y/o la rotura de los materiales geológicos (tanto en matriz rocosa, discontinuidades, como en macizo rocoso) se emplean una serie de criterios que analizan dichas situaciones denominándose **criterios de rotura o de resistencia**.

Un criterio de resistencia de pico es una expresión que proporciona la combinación entre los componentes del esfuerzo para alcanzar la resistencia del pico del material; un criterio de plasticidad o de límite de elasticidad es la relación entre los componentes de los esfuerzo que identifica el inicio de las deformaciones permanentes.

Estos criterios se basan en la experiencia del comportamiento mecánico de materiales geológicos usados en construcción. Se apoyan en sólidos principios teóricos, procedentes de la teoría de elasticidad y plasticidad, sustentados en un robusto aparataje numérico; y que permiten constatar su validez a partir de ensayos de laboratorio realizados bajo condiciones controladas.

Criterio de rotura-resistencia

En esencia son expresiones matemáticas que representan modelos simples que permiten estimar la resistencia de un material en base a los esfuerzos aplicados y sus propiedades resistentes, para predecir cuando ocurre la rotura.

Resistencia= $f(\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3, k_i)$, siendo k_i un conjunto de parámetros representativos de las rocas.

Los criterios de rotura se establecen en relación con los esfuerzos porque estos son más fáciles de medir que las deformaciones o la cantidad de energía de deformación que está siendo liberada a lo largo del proceso de carga.

Además de referirse a los esfuerzos principales, los criterios de resistencia pueden ser desarrollados en términos de los esfuerzos normal y tangencial que actúan sobre un plano

$\sigma_1 = f(\sigma_2, \sigma_3, k_i)$, $\tau = f(\sigma_n, k_i)$,

Como el esfuerzo intermedio σ_2 no tiene mucha influencia en relación con el esfuerzo mínimo σ_3, en la resistencia de pico de materiales

$\sigma_1 = f(\sigma_3, k_i)$,

los criterios de rotura en función de los materiales geológicos en donde se aplican

Criterios de rotura en suelos
- Coulomb
- Rankine

SE VERÁN EN LA PARTE DE SUELOS

Criterios de rotura en rocas isótropas
- Mohr-Coulomb
- Griffith

Criterios de rotura en macizo rocoso
- Mohr-Coulomb
- Hoek y Brown

Criterios de rotura en discontinuidades
- Mohr-Coulomb
- Jaeger
- Patton
- Landayi y Archambault
- Barton y Choubey

Orígenes-Historia

Históricamente, el primero de los criterios empleados en caracterización fue el propuesto por Coulomb en 1776 (Charles-Augustin de Coulomb), que fue posteriormente matizado por Rankine en 1857 (William John Macquorn Rankine).

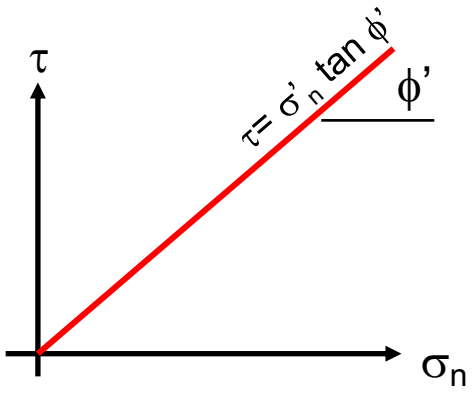
El criterio de rotura de Coulomb se expresa:

$$\tau = \sigma'_n \tan \phi'$$

C.A. Coulomb, "Essai sur une application des rkgles de maxims et minims A l'archite~ture'~, Mém. Acad. R. Sci., Vol. 7, pp. 343-382, (1776).
W.J.M. Rankine, "On the stability of loose earth", Phil. Trans. R. Soc., Vol. 147, pp. 9-27, (1857).

donde ϕ es el ángulo de resistencia interna del material. Y relaciona la resistencia al corte a lo largo de un plano, obteniéndose una relación lineal entre los esfuerzos normales y tangenciales actuantes en el momento de rotura.

Tanto este criterio como el de Rankine se verán detenidamente en la parte de suelos.



Posteriormente, en 1882, Christian Otto Mohr desarrolló su método gráfico (círculo de Mohr) y propuso la teoría de resistencia de materiales, basada en el esfuerzo cortante.

De los criterios de resistencia de pico es el más extendido en mecánica de suelos y la base para elaborar el criterio de rotura en rocas de Mohr-Coulomb.

Dado que la mayoría de las rocas son porosas debe considerarse la influencia del agua que contienen en los criterios de rotura que se aplican, por lo que los esfuerzos considerados deben ser efectivos.

Criterio de rotura Mohr-Coulomb

Expresa la resistencia al corte a lo largo de un plano, en un estado triaxial de tensiones, obteniéndose la relación entre los esfuerzos normales y tangenciales actuantes en el momento de la rotura; contemplando su aplicación a materiales cohesivos (donde c, es la cohesión)

$$\tau = c + \sigma'_n \tan \phi'$$

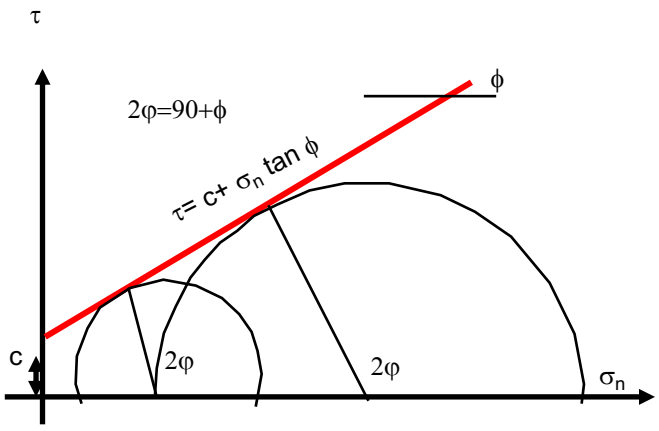
Permitiendo obtener la resistencia en cualquier plano definido por φ.

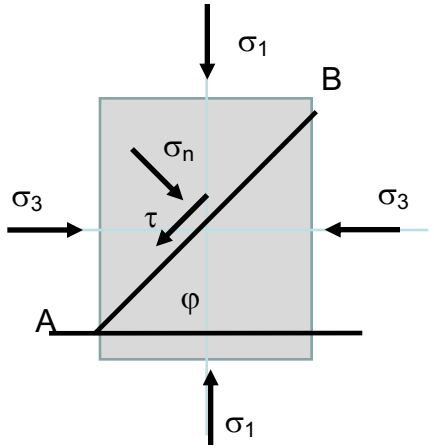
$$\sigma_1 = \frac{2c\cos\phi + \sigma_3[1+\sin\phi]}{(1-sen\phi)}$$

Así para el plano crítico de rotura $\varphi=45°+\phi/2$ la expresión toma la forma:

Expresado en base a los esfuerzos principales σ_1 y σ_3.

$$\sigma_1 = \frac{2c + \sigma_3[\sin 2\varphi + \tan\phi(1-\cos 2\varphi)]}{sen2\varphi - \tan\phi(1+\cos 2\varphi)}$$





Resistencia y su medida

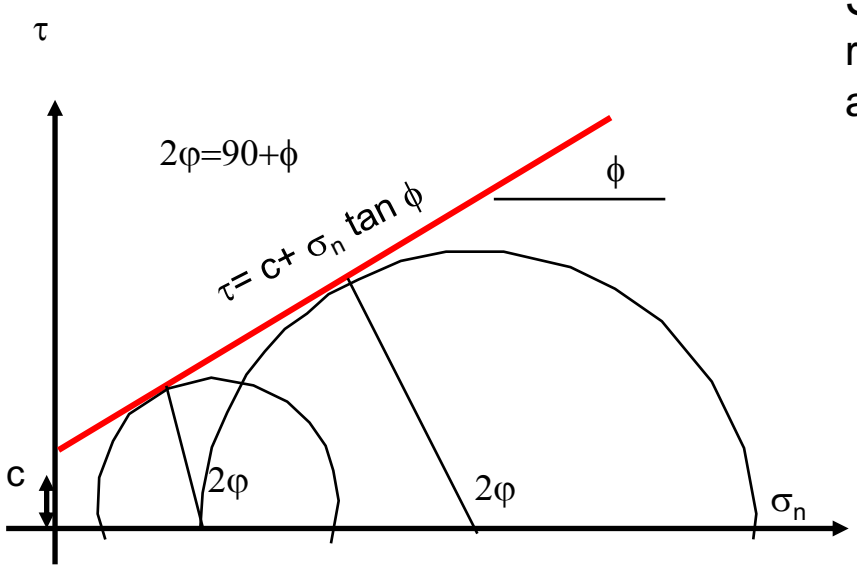
El comportamiento mecánico de las rocas está definido por su resistencia (esfuerzo que soporta una roca para determinadas deformaciones) y su deformabilidad.

La resistencia se puede medir de varias formas. Una de ellas es mediante la medida de la resistencia en probetas de roca sin confinar, y se denomina resistencia a la compresión simple (usualmente se expresa como σ_c), su valor se emplea en la clasificación geomecánica de las rocas.

Existe un tipo de ensayo de laboratorio dedicado a determinar dicha resistencia y se le denomina ensayo de compresión uniaxial o compresión simple.

En general, los ensayos de laboratorio sobre rocas frágiles proporcionan valores de resistencia mayores a los reales. Hay que tener presente que las rocas rompen a favor de superficies de fractura que se generan al superarse la resistencia de pico. Así de una manera indirecta los ensayos miden la **resistencia al corte** de las rocas.

Mohr-Coulomb en términos de σ_c



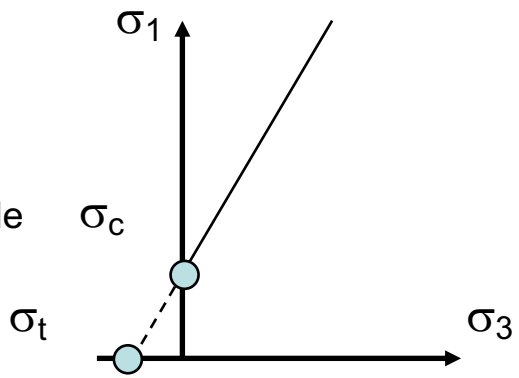
Si se da la condición $\sigma_3=0$, σ_1 será la resistencia a la compresión simple de la roca, a la compresión como a la tracción.

$$\sigma_1 = \sigma_c = \frac{2c\cos\phi}{1-sen\phi}$$

$$\sigma_t = \frac{2c\cos\phi}{1+sen\phi}$$

σ_c, Resistencia a la compresión simple

σ_t, Resistencia a la tracción



Resistencia y parámetros resistentes II

Los planos de fractura se desarrollan siempre en la dirección que se ejerce el mayor esfuerzo tangencial. En rocas isótropas, según el círculo de Mohr, la rotura se producirá a $2\varphi=90°+\phi$ o $\varphi=45°+\phi/2$. Sin embargo, no siempre se cumple esta condición en ensayos de roca en el laboratorio, incluso con una roca isótropa con un mismo estado de esfuerzos, y mismas condiciones de presión de agua, temperatura, etc.

Hay que tener presente que la resistencia en función de la **cohesión**, c (fuerza de unión entre partículas minerales que forman la roca); **ángulo de fricción interna**, ϕ (ángulo de rozamiento entre dos planos de la misma roca, suele estar entre 25º y 45º). La fuerza friccional depende del ángulo de fricción y del esfuerzo normal que actúa sobre el plano considerado.

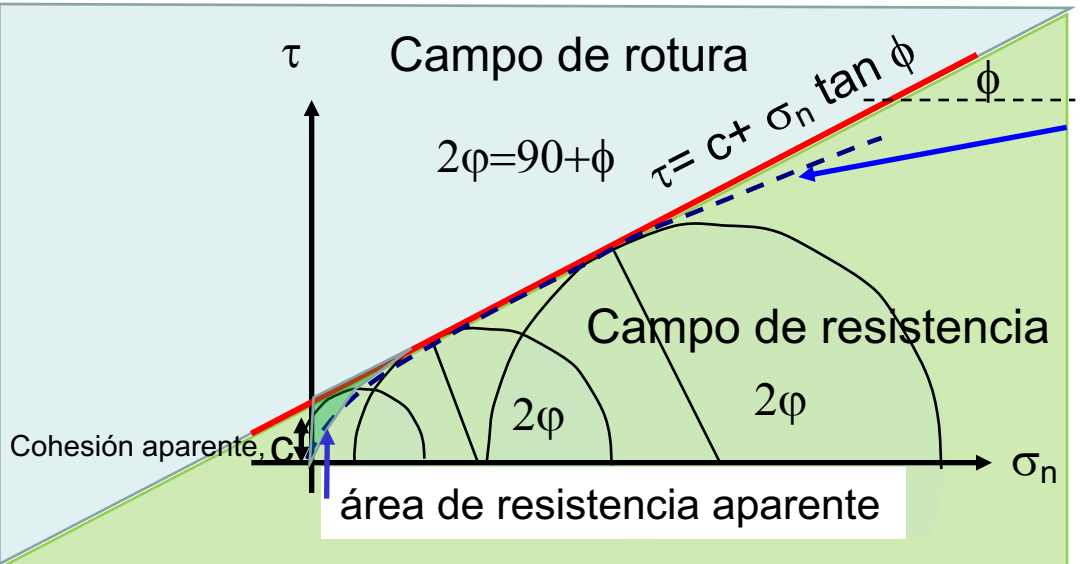
Limitaciones

Las rocas a diferencia de los suelos presentan un comportamiento no lineal, tanto en la matriz rocosa, como en el conjunto formado por el macizo rocoso (matriz rocosa y discontinuidades), por lo que este criterio no es muy útil como se puede apreciar en la figura inferior.

Esta discrepancia se hace mas patente en estados de esfuerzos bajos.

Cuando se utiliza se supone que el valor de la cohesión es un valor próximo al 10% de la resistencia a la compresión simple de la matriz rocosa.

Se debe adoptar un valor del ángulo de rozamiento interno según el nivel de tensiones con el que trabaja tomado de ensayos específicos.



En mecánica de rocas son más apropiados los criterios de rotura no lineales, sino curvos de tipo cóncavo.

Problemas derivados de la aplicación del Criterios de rotura Mohr-Coulomb

El criterio de Mohr-Coulomb es un criterio simple de aplicar, de resistencia en pico, que implica que tenga lugar una fractura por corte al alcanzarse la resistencia de pico del material.

Como inconvenientes:

-Se ha comprobado experimentalmente que la resistencia de la rocas aumenta menos con el incremento de la presión normal de confinamiento que lo obtenido al considerar una ley lineal.

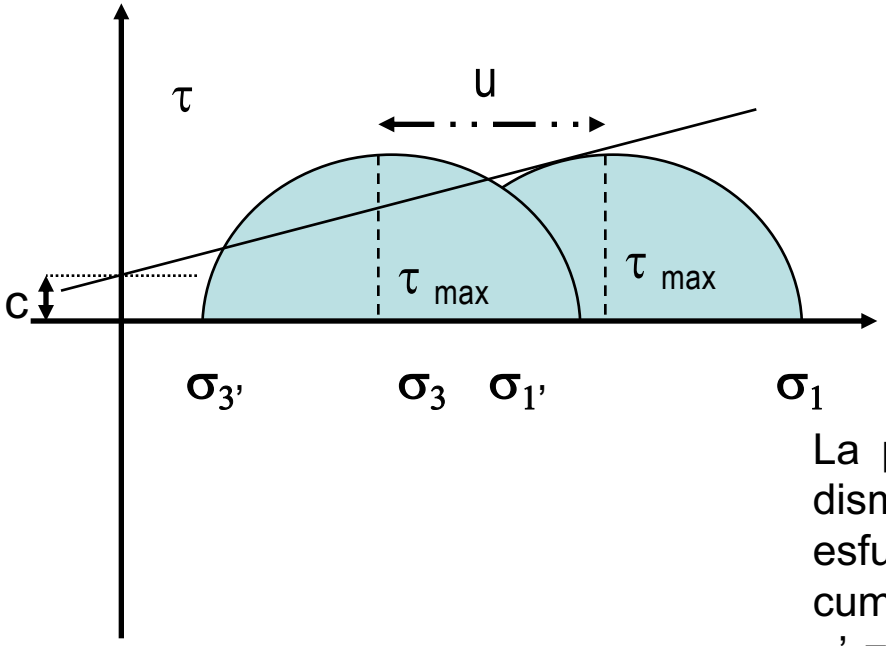
- La dirección teórica del plano de fractura no siempre coincide con la orientación de los resultados experimentales.

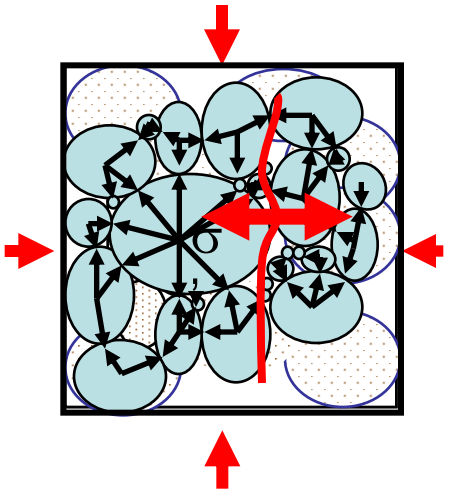
-Sobrevalora la resistencia a la tracción.

Efectos de la presión de agua en la resistencia

la variabilidad de la resistencia a la compresión simple de la matriz rocosa mostrada en el ejemplo anterior supone un incertidumbre para asignar un valor de σ_1 representativo. Es frecuente tomar un valor mínimo y tomar un margen de seguridad.

Este análisis se puede realizar en base a criterios de rotura o ensayos de laboratorio con probetas que presenten diferentes orientaciones.





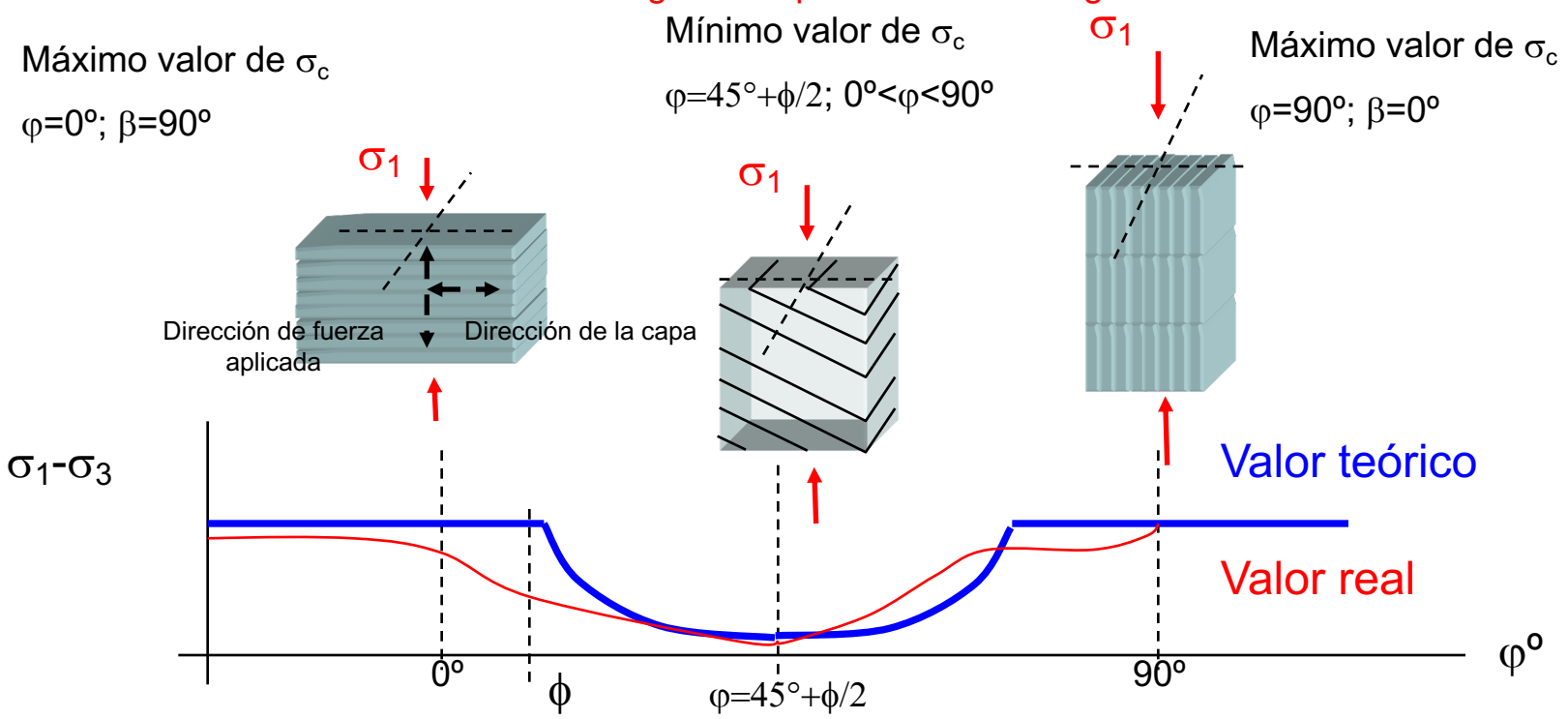
La **presión intersticial** en la matriz rocosa porosa disminuye su resistencia, al actuar en contra del esfuerzo normal, oponiéndose a la rotura y cumpliéndose el principio de la tensión efectiva: $\sigma'_n=\sigma_n-u$.

En rocas impermeables no se puede considerar este efecto.

Efectos de la anisotropía en la resistencia

Cuando la roca **presenta anisotropía**, su resistencia compresiva, para un mismo estado de esfuerzos varía según el ángulo β ($\beta=90-\varphi$) entre la dirección de los planos de anisotropía y a dirección de la carga aplicada. La dirección más favorable a la ruptura (mínima resistencia) es si los planos de debilidad presentan la orientación $\varphi=45°+\phi/2$, y de igual modo para φ= a 90º y 0º la resistencia será máxima y los esfuerzos tangenciales son nulos

Variación de la resistencia a la compresión simple en función del ángulo de aplicación de la carga



Criterio de rotura de Griffith

En 1921 Alan Arnold Griffith desarrolló un criterio para explicar la fractura de materiales frágiles isótropos. El criterio de rotura de Griffith, es muy útil para explicar por qué dichos materiales frágiles rompen bajo tensiones menores de lo que cabría esperar, como ocurre con el vidrio.

Griffith trabajó con el vidrio y observó un hecho aparentemente paradójico. En el caso del vidrio, la tensión necesaria para la fractura del vidrio (100 Mpa) es aproximadamente 100 veces menor que la necesaria para romper los enlaces atómicos del vidrio (10.000 Mpa).

Los experimentos que realizó con fibras de vidrio mostraron que la tensión de rotura aumentaba cuando el diámetro de la fibra era menor. Esto quiere decir que la resistencia a tracción uniaxial, era una propiedad dependiente del material y no independiente como se creía.

La hipótesis que formuló sugirió que su resistencia, tanto la baja resistencia a la fractura observada en los experimentos como la dependencia del tamaño, era debida a la presencia de pequeñas roturas microscópicas presentes en la masa del material.

Griffith se basa en:

La propagación de grietas en sólidos están basados en se deben a la transformación de energía elásticas de superficie.

La formulación usada consiste en comparar la energía libre disponible para la propagación de una grieta con la energía para producir el agrietamiento. La energía disponible para producir el avance de la grieta por unidad de área se denomina **tasa de liberación de energía** (G) mientras que la necesaria para el agrietamiento se denomina **tasa crítica de liberación de energía** o energía de agrietamiento (G_{ic}).

Al plantear el problema en términos de tensiones surgió el problema de que teóricamente en la punta de la grieta las tensiones tienden a infinito, independientemente de la magnitud aplicada.

Irwin en 1957 propone una solución al problema encontrado por Griffith, abordando un planteamiento no exclusivamente elástico, considrando que en la punta de la grieta existe una zona, pequeña y finita (zona de esfuerzo tensional) en la que se produce una deformación plástica. Así las tensiones dejan de ser infinitas, introduciendo el concepto de factor de intensidad de tensiones (K). Este parámetro está relacionado con la energía (G), mediante las propiedades elásticas del material, considerándose que posee un valor crítico al inicio de la fractura K_{ic}.

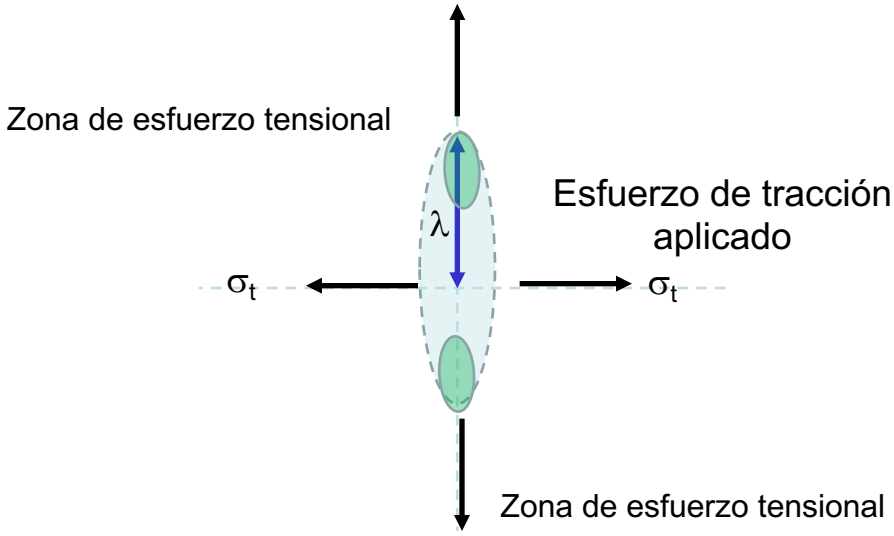
Consideraciones de Griffith

Formuló la siguiente hipótesis: la baja resistencia a la fractura observada en los experimentos, como la dependencia del tamaño, era debida a la presencia de pequeñas roturas microscópicas en la masa del material.
Consideró una placa semi-infinita y homogénea (isótropa), con un Módulo elástico conocido, E, en la que aparece una grieta de forma elíptica de longitud 2 λ. Que es deformada elásticamente por tensiones de tracción σ_t.

La energía elástica almacenada en la placa por unidad de espesor, U

$$U = \frac{\pi \sigma_t^2 \lambda^2}{E}$$

Mientras que la energía de superficie, W. Siendo Ts la energía específica de superficie, y 4a el área de la superficie de agrietamiento



$$W = 4\lambda Ts$$

Se considera un espesor unitario de longitud 2a; se multiplica por 2 porque la grieta tiene dos caras

Equilibrio inestable

A medida que la grieta comienza a incrementar su longitud, bajo las tensiones aplicadas, entra en un estado de equilibrio inestable. En este estado, el sistema mecánico transfiere energía de la zona no fracturada a la fracturada a través de la conversión de energía elástica en energía de superficie.

En dicho equilibrio, la equivalencia en energía se puede expresar como: $\frac{dU}{d\lambda} = \frac{dW}{d\lambda}$

Ojo no lleva signo menos dado que es $\frac{dU}{d\lambda}$ la reducción de energía elástica de la placa debido a la extensión de la grieta.

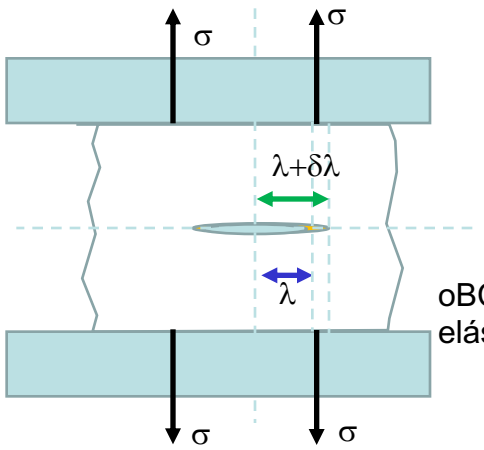
Derivando las ecuaciones anteriores respeto a λ se obtiene:

$$\frac{dU}{d\lambda} = \frac{2\pi\sigma_t^2\lambda}{E}$$

$$\frac{dW}{d\lambda} = 4Ts$$

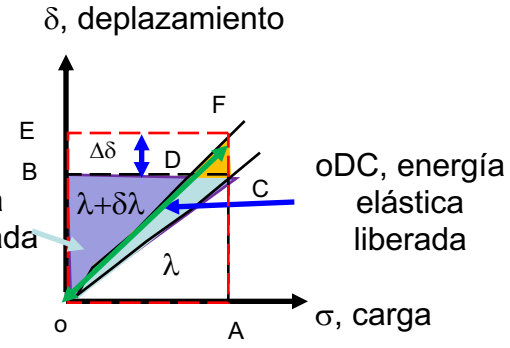
$$\sigma_t = \sqrt{\frac{2TsE}{\pi\lambda}}$$

Si los extremos de la placa permanecen fijos o no, y con deformación constante



oBC es la energía elástica almacenada

La energía elástica almacenada en la placa después de haberse extendido la grieta es oBD



oDC, energía elástica liberada

Se produce una variación en la pendiente de la grieta equivalente a una pérdida de rigidez

Si oBC > oBD, ¬grieta avanza

Tasa de liberación de energía y de agrietamiento para una punta de la elipse

La tasa de liberación de energía G es dU/dλ

$$\frac{dU}{d\lambda} = \frac{\pi \sigma_t^2 \lambda}{E} = G$$

$$\frac{dW}{d\lambda} = 2Ts = R = Gic$$

Por otra parte, dW/dλ o la tasa crítica de liberación de energía o Gic, se considera constante en un comportamiento elástico, porque es una propiedad del material, y toma dimensiones de fuerza por unidad de extensión de la grieta, y por eso también se la denomina como fuerza resistente al agrietamiento o R.

Gic se presenta cuando σ_t adquiere un valor crítico σ_c.

$$\frac{dU}{d\lambda} = \frac{dW}{d\lambda}; \Rightarrow G = Gic$$

$$Gic = \frac{\pi \sigma_c^2 \lambda}{E} \Rightarrow \sigma_c = \sqrt{\frac{GicE}{\pi\lambda}}$$

Si G<Gic entonces dl=0 no hay extensión en la grieta

Si G=Gic entonces dl>0 posible extensión cuasi-estática de la grieta

Si G>Gic entonces dl>0 crecimiento dinámico de la grieta

Resultados de Griffith en rocas

La rotura a tracción ocurre cuando la energía libre alcanza un valor pico, entonces en la grieta se produce un incremento en su longitud que hace caer la energía libre. Estas fisuras se desarrollan perpendicularmente a la dirección de tracción

El problema que presenta este criterio en mecánica de rocas es que en la práctica, la energía superficial de las microfisuras obtenida de la fórmula difiere notablemente de las medidas de laboratorio, obtenidas mediante ensayos, medio utilizado para estimar la resistencia de las rocas.

Resultados de Griffith a compresión

En 1924 extendió este criterio a materiales sometidos a compresión, sin tener en cuenta la fricción que se produce en los labios de las microfisuras, cuando estas se cierran.

En el caso de rocas, y estado de esfuerzos bidimensional, si se supone que la rotura ocurre cuando se genera la máxima tracción en el vértice de la micro-grieta, que presenta una orientación desfavorable, el criterio de rotura es:

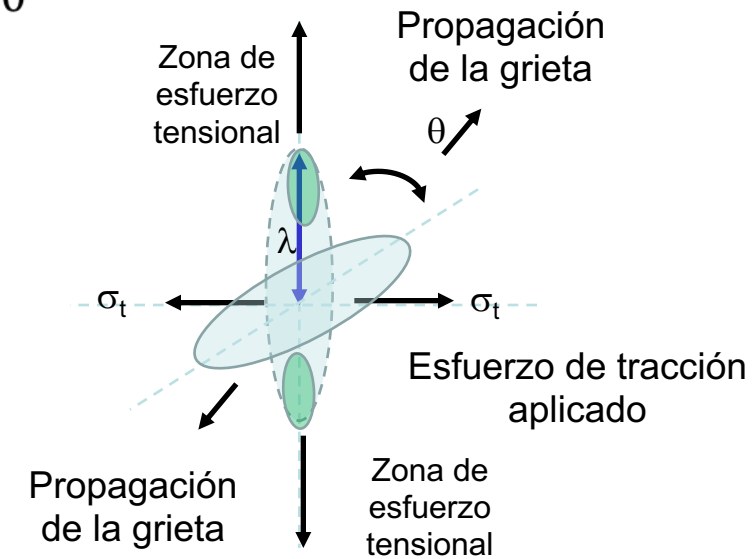
$$(\sigma_1 - \sigma_2)^2 - 8\sigma_t(\sigma_1 + \sigma_2) = 0; para\ \sigma_1 + 3\sigma_2 > 0$$
$$\sigma_2 = \sigma_t\ para\ \sigma_1 + 3\sigma_2 < 0$$

Donde σ_t es la resistencia a la tracción

Si σ_2=0 se obtiene el criterio para la resistencia a la compresión simple σ_c

$$\sigma_c = 8\sigma_t$$

En general este criterio no se cumple en rocas dado que la resistencia a la compresión simple σ_c no es 8 veces la resistencia a la tracción σ_t sino casi siempre >10 aunque con un valor muy variable.



Conclusiones de Griffith

La modificación de Griffith de 1924, en general es correcta para grietas sometidas a tracción, pero no a compresión. En compresión, las micro-grietas solo se pueden desarrollar por un desplazamiento de los lados de la grieta derivado de los esfuerzos cortantes, al cual se opone la fricción.

Modificaciones posteriores para tener en cuenta la fricción dieron resultados muy similares a los obtenidos por el criterio de Coulomb.

La rotura a compresión es un proceso progresivo, como se ha visto en el tema anterior, que lleva consigo la formación, y coalescencia de microgrietas que se originan en los bordes entre los componentes minerales o planos de discontinuidad, y que se traduce en un comportamiento no lineal de la rotura. Estos elementos internos generan deformaciones del campo de esfuerzos y reajustes debido a las diferentes propiedades elásticas de los componentes de la roca.

Criterios empíricos

Son criterios basados en el comportamiento experimental de rocas ante la rotura

- Criterio de Bieniawski
- Criterio de Hoek y Brown

Criterio de Bieniawski s.l.

Propuesto en 1974 para evaluar la resistencia de rocas intactas

$$\frac{\sigma_1}{\sigma_c} = 1 + b\left(\frac{\sigma_3}{\sigma_c}\right)^{\alpha}$$

Donde b es una constante que depende del tipo de roca y α es una constante independiente

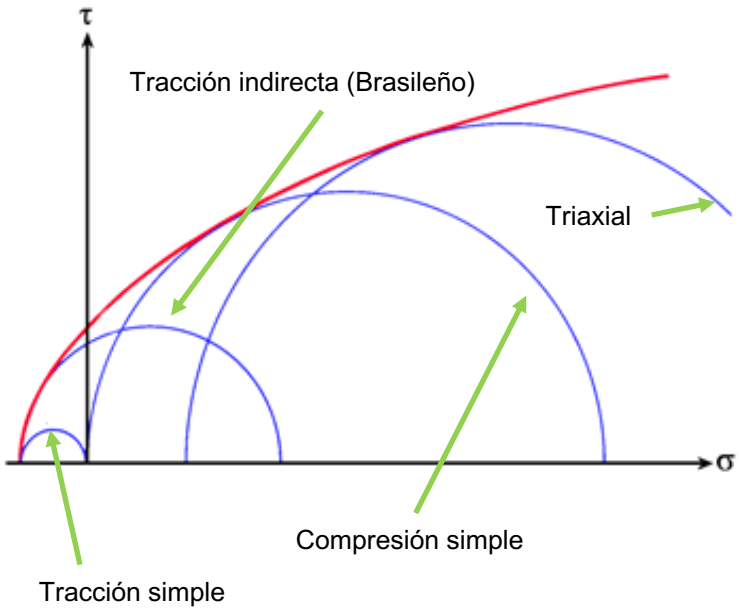
Posteriormente Yudbhir et al., 1983 modificó el criterio. Otorgó α un valor de 0.65, siendo una variable independiente del tipo de roca y su calidad resistente.

$$\frac{\sigma_1}{\sigma_c} = A + B\left(\frac{\sigma_3}{\sigma_c}\right)^{\alpha}$$

Donde A es un parámetro adimensional cuyo valor depende de la calidad de la roca, así para roca intacta A = 1, mientras que para roca muy triturada vale 0. B es una constante y depende del tipo de roca, tomando valores bajos para rocas blandas (3.0 para una limolita) y alto para rocas duras (4.5 para cuarcita)

Ensayos para determinar los parámetros resistentes

Ensayo		Parámetros que se obtienen
Resistencia	Compresión simple	Resistencia a la compresión simple σ_c.
	Compresión triaxial	Cohesión, c; ángulo de rozamiento interno de pico, ϕ_p; ángulo de rozamiento interno residual, ϕ_r.
	Tracción directa	Resistencia a la tracción, σ_t.
	Tracción indirecta	Resistencia a la tracción, σ_t.
Deformabilidad	Compresión simple	Módulos de deformación estáticos. E y v
	Velocidad sónica	Módulos de deformación dinámicos. E_d y v_d.



Criterio de rotura Hoek y Brown

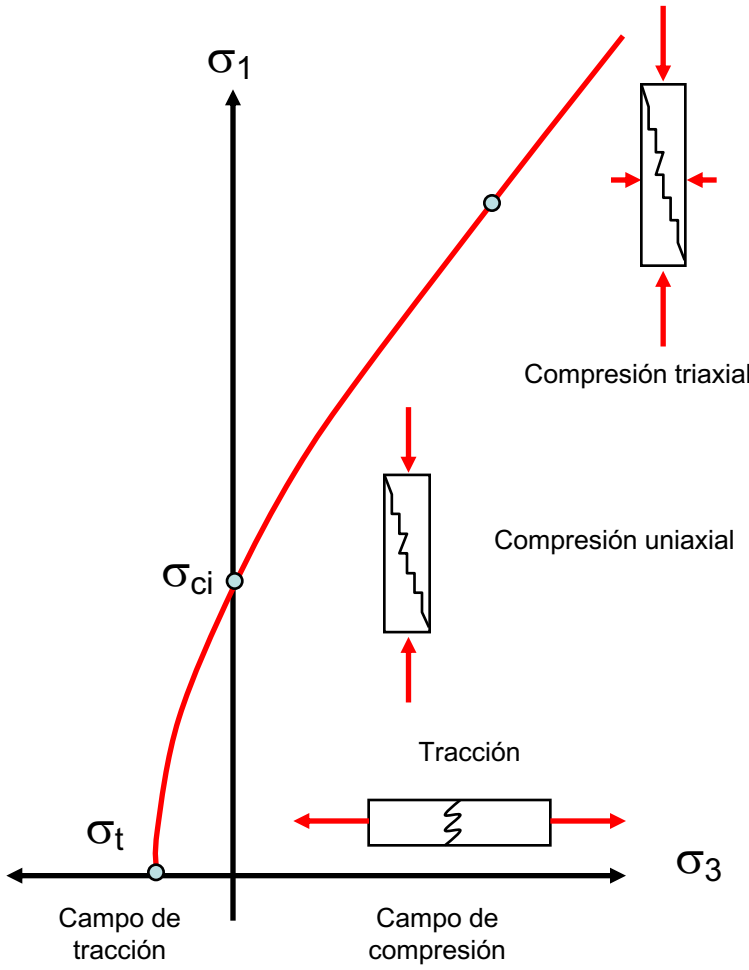
En el análisis de una matriz rocosa es más adecuado el empleo de modelos no lineales.

El criterio de Hoek y Brown (1980) es un criterio empírico, válido para evaluar la resistencia de la matriz **rocosa isótropa** en condiciones triaxiales. Donde σ_1 y σ_3 son los esfuerzos mayor y menor en rotura, σ_{ci} es la resistencia a la compresión simple de la matriz rocosa y m_i es una constante que depende de la matriz rocosa.

El valor de σ_{ci} debe estar determinado en ensayos de laboratorio o en su defecto a partir de un ensayo PLT. Puede también estimarse mediante un ábaco.

El valor de m_i se obtiene de ensayos triaxiales en la roca, y si no se puede obtener de la bibliografía.

$$\sigma_1 = \sigma_3 + \sqrt{m_i \sigma_{ci} \sigma_3 + \sigma^2_{ci}}$$



Criterio de rotura Hoek y Brown

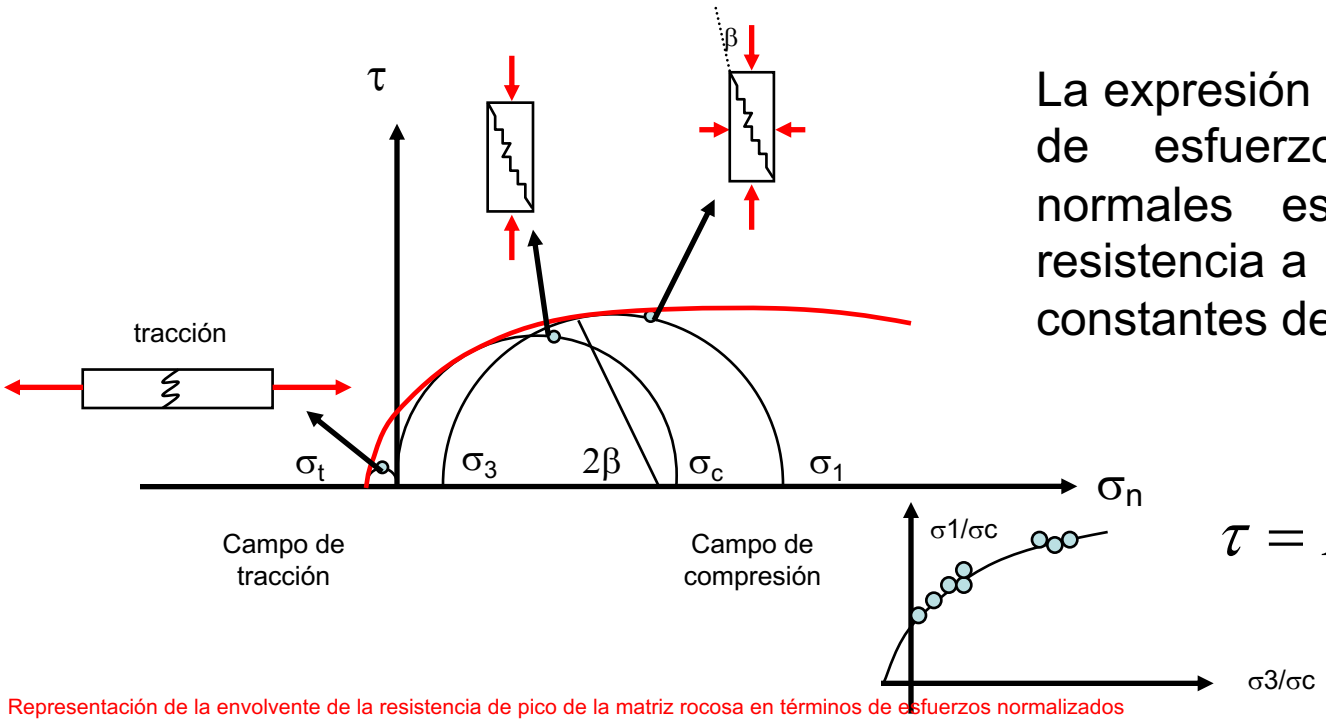
El criterio expresado a dimensionalmente en términos de esfuerzos normalizados

$$\frac{\sigma_1}{\sigma_{ci}} = \frac{\sigma_3}{\sigma_{ci}} + \sqrt{m_i \frac{\sigma_3}{\sigma_{ci}} + 1}$$

La resistencia de la roca a la compresión simple viene dada sustituyendo σ_3=0,

Mientras que la resistencia a la tracción

$$\sigma_t = \frac{1}{2}\sigma_{ci}(mi - \sqrt{m_i^{\,2} + 4})$$



La expresión de rotura en términos de esfuerzos tangenciales y normales es donde σ_t es la resistencia a la tracción, A y B son constantes dependientes de m_i

$$\tau = A\sigma_{ci}\left(\frac{\sigma_n - \sigma_t}{\sigma_{ci}}\right)^B$$

Representación de la envolvente de la resistencia de pico de la matriz rocosa en términos de esfuerzos normalizados