

ÁLGEBRA Y GEOMETRÍA

GRADO EN INGENIERÍA EN ELECTRÓNICA INDUSTRIAL Y AUTOMÁTICA

GRADO EN INGENIERÍA ELÉCTRICA

Universidad de Cantabria

Práctica 1 (SAGE)

Aspectos generales de las prácticas de laboratorio:

- Arrancar el ordenador con el sistema Linux o Windows y crear una carpeta en el escritorio denominada *practicas_algebra*.
- Guardar todos los archivos realizados durante la clase en esa carpeta.
- Al finalizar la clase subir estos archivos a vuestro directorio en moodle y eliminar la carpeta *practicas_algebra* del escritorio.

1. Crear una cuenta **The Sage notebook** en el servidor 193.146.75.191:8080 de la Universidad de Cantabria:

- Abrir un navegador (recomendado Firefox o Chrome) y en la barra de dirección escribir
193.146.75.191:8080
- En el apartado CREATE A USERNAME: escribir vuestro nombre, por ejemplo de la forma:
Leonardo.Torres_Quvedo
- Asignar en el apartado CREATE A GOOD PASSWORD una contraseña.
- Escribir de nuevo esta contraseña en el apartado RE-TYPE YOUR PASSWORD.
- **MUY IMPORTANTE:** NO olvidar la contraseña.

2. Creamos una nueva hoja de trabajo seleccionando el enlace de **New Worksheet** y la denominamos *PracticaSage1*. Las hojas de trabajo contienen una o más celdas, donde introduciremos el código fuente que será ejecutado por SAGE. Cuando se crea una hoja de trabajo, una celda inicial se coloca en la parte superior de su área de trabajo y aquí es donde comenzaremos a introducir texto/código.

3. Ponemos el cursor al comienzo de la celda, el intérprete de SAGE espera que introduzcamos una orden utilizando el teclado:

```
-----  
print ("Hola Mundo") -----> pinchamos con el raton en el enlace {evaluate} ó  
                             presionamos al tiempo las teclas mayúsculas e intro.  
-----
```

Hola Mundo

En la siguiente celda introducimos la orden:

```
-----  
3+1 -----> pinchamos con el raton en el enlace {evaluate}  
-----  
4
```

4. En la siguiente celda introducimos la orden:

```
-----  
plot(x**2-x, -3,3) -----> pinchamos con el raton en el enlace {evaluate}  
-----
```

¿ Qué hace esta instrucción ?

5. **Circuitos eléctricos.** En una red eléctrica, a menudo es necesario encontrar la corriente (intensidad) en amperios (A) que fluye en varias partes de la red. Estas redes generalmente contienen resistencias que retardan la corriente. La resistencia se mide en ohmios (Ω). Además, la corriente se incrementa en varios puntos por fuentes de tensión (por ejemplo, una batería). El voltaje de estas fuentes se mide en voltios (V) y supondremos que estas fuentes de voltaje no tienen resistencia.

El flujo de corriente se rige por los siguientes principios.

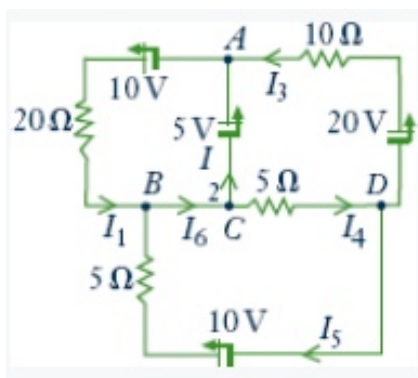
▪ **Ley de Ohm.** (En honor a Georg Simon Ohm, 1789-1854)

La corriente I y la caída de voltaje V a través de una resistencia R están relacionadas por la ecuación $V = RI$.

▪ **Leyes de Kirchoff.** (Debe su nombre a Gustav Robert Kirchoff, 1824-1887)

- a) Es un principio de conservación, que asegura que no se genera ni se destruye carga en los nodos, por lo tanto lo que entra en cada nodo debe ser igual a lo que sale. Es así que la suma de las corrientes en las mallas que confluyen en un nodo dado debe ser igual a cero.
- b) En una malla cerrada, la suma de todas las caídas de voltaje es igual al voltaje total suministrado. Es decir, la suma algebraica de las diferencias de voltaje en una malla es igual a cero.

Ilustramos estos principios con el siguiente circuito:



La primera ley de Kirchoff:

- En el nodo **A**: $I_1 = I_2 + I_3$
- En el nodo **B**: $I_6 = I_1 + I_5$
- En el nodo **C**: $I_6 = I_2 + I_4$
- En el nodo **D**: $I_4 = I_5 + I_3$

La segunda ley de Kirchoff:

- Malla superior izquierda: $20I_1 = 10 + 5$
- Malla superior derecha: $10I_3 + 5I_4 = 20 - 5$
- Malla inferior: $5I_4 + 5I_5 = 10$

Se trata de encontrar las intensidades, que satisfacen el siguiente sistema 7×6 de ecuaciones lineales

$$\begin{cases} I_1 - I_2 - I_3 = 0 \\ I_1 + I_5 - I_6 = 0 \\ I_2 + I_4 - I_6 = 0 \\ I_3 - I_4 + I_5 = 0 \\ 20I_1 = 15 \\ 10I_3 + 5I_4 = 15 \\ 5I_4 + 5I_5 = 10 \end{cases}$$

Intentamos resolverlo con la ayuda de SAGE. Copiamos en una celda el siguiente trozo de código:

```
A = matrix([[1,-1,-1,0,0,0],[1,0,0,0,1,-1],[0,1,0,1,0,-1],[0,0,1,-1,1,0],[20,0,0,0,0,0],[0,0,10,5,0,0],[0,0,0,5,5,0]])
b = vector([0,0,0,0,15,15,10])
A.solve_right(b) -----> pinchamos con el raton en el enlace {evaluate}
(3/4, -1/20, 4/5, 7/5, 3/5, 27/20)
```

Es solución del sistema. El hecho de que I_2 sea negativo significa, por supuesto, que esta corriente está en la dirección opuesta, con un magnitud de $\frac{1}{20}$ amperios.

6. Copiar en una única celda el siguiente programa:

```
-----  
def mcd(a,b):  
    if (a==0):  
        return b  
    return mcd(b%a,a)  
-----
```

A continuación pinchamos con el raton en el enlace [evaluarte](#) y escribimos en la siguiente celda:

```
-----  
mcd(34,56), mcd(25,15), mcd(12,5) -----> pinchamos con el raton en el enlace {evaluarte}  
-----  
(2, 5, 1)
```

¿ Qué hace este programa ?

7. Para implementar la función:

$$f(x,y) = \sin\left(\frac{y^2 + x^2}{\sqrt{x^2 + y^2 + 10^{-4}}}\right)$$

escribimos en una celda:

```
-----  
def f(x,y):  
    return math.sin(y*y+x*x)/math.sqrt(x*x+y*y+.0001)  
-----
```

Ahora la podemos, evaluar y dibujar en el espacio:

```
-----  
f(1,2)  
plot3d(f,(-3,3),(-3,3), adaptive=True, color=rainbow(60, 'rgbtuple'), max_bend=.1, max_depth=15)  
-----
```

8. Algunos tipos de datos numéricos en SAGE :

■ entero, integer ZZ:

```
type(3 ) -----> pinchamos con el raton en el enlace {evaluarte}  
<type 'sage.rings.integer.Integer'>
```

■ racional, rational, QQ:

```
type(11/3 ) -----> pinchamos con el raton en el enlace {evaluarte}  
<type 'sage.rings.rational.Rational'>
```

■ real, real, RR:

```
type(11.0/3 ) -----> pinchamos con el raton en el enlace {evaluarte}  
<type 'sage.rings.real_mpfr.RealNumber'>
```

■ complejo, complex, CC:

```
CC -----> pinchamos con el raton en el enlace {evaluarte}  
Complex Field with 53 bits of precision
```

```
I**2 -----> pinchamos con el raton en el enlace {evaluarte}  
-1
```

■ cuerpo finito, FiniteField:

```
Z5=FiniteField(5); Z5(2)+Z5(3) -----> pinchamos con el raton en el enlace {evaluarte}  
0
```

9. Algunos operadores aritméticos en SAGE:

Operador	Operación	Ejemplo	Resultado
-	Negación	-6	6
*	Multiplicación	8.5*2.5	21.2500000000000
/	División	11/3	11/3
/	División	11.0/3	3.66666666666667
%	Resto o módulo	11 % 3	2
//	Cociente	11 // 3	3
+	Suma	11+3	14
-	Resta	5-19	-14
** , ^	Exponenciación	2**3, 5 ^ 2	8,25

El resultado de los operadores aritméticos depende del tipo de dato de los operandos.

El cociente y resto de la división Euclídea. *Dados dos números enteros a y b tales que $b > 0$, existe un único par de números enteros q y r tales que $a = b \times q + r$, verificando que $0 \leq r < b$.*

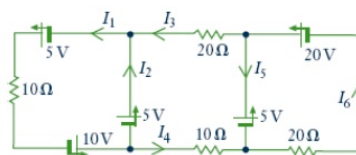
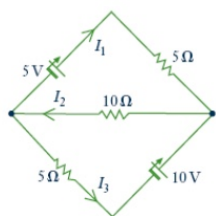
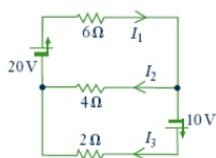
Se dice que q y r es el cociente y resto (respectivamente) de la división Euclídea de a entre b

Por ejemplo, $a = 45$ y $b = 7$, tenemos que $45 = 7 \times 6 + 3$, cociente 6 y resto 3. Si $a = -45$ y $b = 7$, entonces $-45 = 7 \times (-7) + 4$, cociente -7 y resto 4. En las condiciones de arriba los operadores `//` y `%` se obtiene el cociente y el resto (respectivamente) de la división Euclídea.

10. ¿Qué resultará de ejecutar las siguientes expresiones en SAGE ? Haz los cálculos a mano y comprueba el resultado con el ordenador.

- a-1) $2 + 3 * 1 + 2$ a-2) $(2 + 3) * 1 + 2$ a-3) $+ - - - 2$ a-4) $- + - + 5$ a-5) $1 + * 3$
- b-1) $3 + 2 * *(2 + 1)$ b-2) $1 + ((2 * * 3) * 5$ b-3) $1 + 2 + 3 + 0.5$ b-4) $1.0 + 3/2$ b-5) $1.0 + 3 \% 2$
- c-1) $1/2/4.0$ c-2) $1/2.0/4$ c-3) $1/2,0/4$ c-4) $4.0**(1/2)+1/2$ a-5) $4.0**(1.0/2)+1/2.0$
- d-1) $1.0/2/4$ d-2) $4**5$ d-3) $4.0\hat{2}$ d-4) $33/10$ d-5)
- e-1) $3/2 + 1$ e-2) $10/ 5-3+1$ e-3) $4. \% 3$ e-4) $1-3*y+4$ d-5)

11. Encontrar la corriente en los 3 circuitos siguientes:



12. Subimos a moodle en el apartado SUBIR PRACTICA 15/2/2017 los dos archivos *PracticaSage1* Borrarnos la carpeta *practicass_algebra* del escritorio.