

# ÁLGEBRA Y GEOMETRÍA

GRADO EN INGENIERÍA EN ELECTRÓNICA INDUSTRIAL Y AUTOMÁTICA

GRADO EN INGENIERÍA ELÉCTRICA

Universidad de Cantabria

Prueba Evaluación Continua

11 de Marzo del 2016

NOMBRE Y APELLIDOS:

GRADO:

1. Dada  $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 2 & 3 \end{pmatrix} \in M_{3 \times 4}(\mathbb{R})$  encuentra matrices regulares  $P$  y  $Q$  tales que:

▪ (i)  $PA$  sea igual a  $B = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 3 & 4 \\ 0 & 1 & 2 & 3 \end{pmatrix}$

▪ (ii)  $QA$  sea igual a  $C = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \\ 2 & 5 & 8 & 11 \end{pmatrix}$

▪ (iii) Razonar si son o no son equivalentes las matrices  $B$  y  $C$ .

(2 puntos)

2. Razona si las afirmaciones siguientes son verdaderas o falsas:

(2 puntos)

a) Sean  $A, B \in M_4(\mathbb{R})$  entonces  $|A + B| = |A| + |B|$ .

b) Sea  $A \in M_3(\mathbb{R})$  tal que  $|A| = 2$  entonces  $|3A| = 6$ .

c) Si  $A \in M_4(\mathbb{R})$  es nilpotente entonces  $A$  es inversible.

d) Si  $A \in M_n(\mathbb{R})$  entonces  $(A + A^t)^t$  es simétrica.

3. Estudia y resuelve los sistemas en  $\mathbb{R}$  y en  $\mathbb{Z}_7$ .

(2 puntos)

$$a) \begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 = 5 \\ x_3 + x_4 - x_5 = 1 \\ x_4 + x_5 = 2 \end{cases} \quad b) \begin{cases} 3x + y = 2 \\ 2x + 3y = 6 \end{cases}$$

4. (i) Estudia para que valores de  $\alpha$  es inversible la matriz  $B = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & \dots & 1 \\ 1 & \alpha + 1 & 1 & \dots & 1 \\ 1 & 1 & \alpha + 1 & \dots & 1 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 1 & 1 & 1 & \dots & \alpha + 1 \end{pmatrix}$  donde  $\alpha$  es un número real.

(ii) Sea  $A \in M_4(\mathbb{R})$  definida como  $a_{ij} = (i - 1)(j - 1) + 1$ . Razona si  $A$  es una matriz inversible.

(2 puntos)

5. Sea  $\mathbb{R}$  el cuerpo de los números reales. ¿Cuáles de los siguientes subconjuntos del  $\mathbb{R}$ -espacio vectorial  $\mathbb{R}^3$  son subespacios vectoriales? Razona tu respuesta.

a)  $R = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : 3x - 8y = 0\}$ .

b)  $S = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : x \leq 0, y = 0\}$ .

c)  $T = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : x - \alpha y + z = 0, x - 3y + 4z = 0\}$ , donde  $\alpha$  es un número real arbitrario.

d)  $U = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : x^2 + y^2 = 0\}$ .

d)  $W = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : x, y, z \in \mathbb{Q}\}$ .

(2 puntos)