

ÁLGEBRA Y GEOMETRÍA

GRADO EN INGENIERÍA EN ELECTRÓNICA INDUSTRIAL Y AUTOMÁTICA

GRADO EN INGENIERÍA ELÉCTRICA

Universidad de Cantabria

Prueba Evaluación Continua

5 de abril del 2019

NOMBRE Y APELLIDOS:

GRADO:

Marcar, en cada caso, las afirmaciones correctas (puede haber más de una).

1. Sea considera el subconjunto de \mathbb{R}^3 :

$$S = \left\{ (x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \left/ \begin{array}{l} 4x - y - z = -11 \\ 2x + y - 2z = -1 \\ 2x + 4y - 5z = 8 \end{array} \right. \right\}$$

Se pide:

a) Resolver el sistema de ecuaciones lineales S .

b) ¿Puedes encontrar tres soluciones distintas (a, b, c) del sistema, donde todas las componentes son negativas, es decir, $a < 0, b < 0$ y $c < 0$? En caso afirmativo, mostrarlas.

c) ¿Puedes encontrar tres soluciones distintas (a, b, c) del sistema, donde todas las componentes son positivas, es decir, $a > 0, b > 0$ y $c > 0$? En caso afirmativo, mostrarlas.

d) ¿Puedes encontrar tres soluciones distintas (a, b, c) del sistema las dos primeras componentes son negativas y la tercera positiva, es decir, $a < 0, b < 0$ y $c > 0$? En caso afirmativo, mostrarlas.

2. Consideramos matrices A y B de dimensión 4×5 . Y matrices C , D y E de dimensiones 5×2 , 4×2 y 5×4 respectivamente. Todas las matrices tienen sus entradas en el mismo conjunto numérico. Señala cuáles de las siguientes operaciones están definidas, y en caso de estarlo, indicar las dimensiones de la matriz resultante:

a) BA Dimensión:

b) $AC + D$ Dimensión:

c) $AE + B$ Dimensión:

d) $AB + B$ Dimensión:

e) $E(A + B)$ Dimensión:

f) EAC Dimensión:

3. Sea $f : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^2$ una aplicación lineal que tiene como matriz asociada $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}$, respecto a las base $\mathfrak{B} = \{(-1, 0, 0), (0, -1, 0), (0, -1, 1)\}$ de \mathbb{R}^3 y $\mathfrak{B}' = \{(1, 1), (0, -1)\}$ de \mathbb{R}^2 .

Señala cuáles de las siguientes afirmaciones son correctas:

- a) La imagen del vector $(2, -2, 1)$ es $(-1, -1, 0)$.
 - b) La imagen del vector $(0, 1, 0)$ es $(0, -1)$.
 - c) Las coordenadas de la imagen del vector $(-1, 0, 0)$ respecto a la base \mathfrak{B}' son $(1, 0)$.
 - d) $\text{Ker}(f) = \{(1, 0, 1)\}$.
 - e) Existen bases de \mathbb{R}^3 y \mathbb{R}^2 tal que la matriz de la aplicación f es $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 2 & 1 & -3 \end{pmatrix}$.
-

4. Señala cuáles de las siguientes afirmaciones son correctas:

- a) Sea $f : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^n$ una aplicación lineal. Si f no es inyectiva, $\text{Im}(f)$ no es \mathbb{R}^n .
 - b) Existe alguna aplicación lineal f de \mathbb{R}^3 en \mathbb{R}^2 que no siendo inyectiva tiene como imagen todo \mathbb{R}^2 .
 - c) Existe una aplicación lineal f de \mathbb{R}^2 en \mathbb{R}^3 que tiene como imagen todo \mathbb{R}^3 .
 - d) Si $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^3$ es aplicación lineal, entonces $\text{ker}(f) = \{\mathbf{0}\}$ o $\dim(\text{Im}(f)) = 1$.
 - e) Si f es una aplicación lineal de \mathbb{R}^n en \mathbb{R} , $\dim(\text{Ker}(f)) = n - 1$ o f es la aplicación nula.
 - f) Si f es un endomorfismo de V tal que $\text{Ker}(f) = \text{Im}(f)$, $\dim(V)$ es un número par.
-

5. Se consideran los puntos $(1, -1), (-2, 8), (2, 0)$ de \mathbb{R}^2 . Señala cuáles de las siguientes afirmaciones son correctas:

- a) El polinomio de interpolación de la Lagrange tiene grado 3.
 - b) El polinomio de interpolación de la Lagrange tiene grado 2.
 - c) El polinomio de interpolación de Lagrange es $x^3 - 6x + 4$.
 - d) El polinomio de interpolación de Lagrange es $x^2 - 2x$.
 - e) El polinomio de interpolación de Lagrange es $2x^2 - x$.
 - f) El polinomio de interpolación de Lagrange es $x^3 - 3x$.
-

6. Sea $S = \left\{ (x_1, x_2, x_3, x_4) \in \mathbb{R}^4 \mid \begin{array}{l} x_1 - x_2 + x_3 = 0 \\ x_1 - x_4 = 0 \\ x_2 - x_3 - x_4 = 0 \end{array} \right\}$ y sea $T = \{(\alpha, \beta, 0, -\alpha) / \alpha, \beta \in \mathbb{R}\}$. Señala cuáles de las siguientes afirmaciones son correctas:

- a) $\dim(S + T) \leq 3$.
 - b) $S + T = \mathbb{R}^4$.
 - c) $S \cap T = \mathbb{R}^4$.
 - d) El conjunto $\{(5, 5, 0, -5), (3, \frac{1}{3}, 0, -3), (0, 100, 0, 0)\}$ es un sistema generador de T .
 - e) El conjunto $\{(5, 5, 0, -5), (3, \frac{1}{3}, 0, -3), (0, 100, 0, 0)\}$ es un base de T .
 - f) El conjunto $\{(0, 1, 1, 0), (1, 1, 0, 1)\}$ es un base de S y las coordenadas del vector $(2, -1, -3, 2)$ son en esta base $(-3, 2)$.
-

7. Hallar una factorización LU de la matriz $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & -3 \\ 2 & 3 & -6 \\ 4 & 6 & -11 \end{pmatrix}$.