ÁLGEBRA Y GEOMETRÍA

Grado en ingeniería en Electrónica Industrial y Automática
Grado en ingeniería Eléctrica
Universidad de Cantabria

Examen Parte A
10 de junio del 2017

Nombre y apellidos: Grado:

Marca solamente una opción de las cuatro posibles.

---

1. Sean A y B matrices cuadradas inversibles. La solución de la ecuación matricial $XA = B^{-1} - I_n$ es:

   a) $X = B^{-1} - A^{-1}$
   b) $X = A^{-1}B^{-1} - I_n$
   c) $X = (AB)^{-1} - A^{-1}$
   d) Ninguna de las tres afirmaciones anteriores es correcta.

---

2. Consideremos los vectores $(1,2,6), (3,1,4), (4,3,3)$.

   a) Los vectores son linealmente dependientes en $\mathbb{Z}_7^3$.
   b) Los vectores son linealmente dependientes en $\mathbb{R}^3$.
   c) Los vectores son linealmente independientes en $\mathbb{Z}_7^3$ y en $\mathbb{R}^3$.
   d) Ninguna de las tres afirmaciones anteriores es correcta.

---

3. Sean $S = \left\{v \in \mathbb{R}^3 \,/\, y - z = 0 \right\}$, $T = \left\{v \in \mathbb{R}^3 \Big/ \begin{array}{c} x+z=0 \\ y=0 \end{array} \right\}$ subespacios de $\mathbb{R}^3$ y $f : S \to T$ una aplicación lineal de S en T.

   a) Cada matriz A asociada a f tiene tamaño 1×2, es decir, $A \in M_{1\times 2}(\mathbb{R})$
   b) $S \bigcap T = \langle(-1,0,1)\rangle$
   c) Cada matriz A asociada a f tiene tamaño 3×3, $A \in M_{3\times 3}(\mathbb{R})$
   d) Ninguna de las tres afirmaciones anteriores es correcta.

---

4. Sea $\mathfrak{B} = \{u_1, u_2, u_3\}$ una base de $\mathbb{R}^3$ y sea $f \in$End $\mathbb{R}^3$ dado por $f(u_1) = u_1$, $f(u_2) = u_1 + u_2$, $f(u_3) = u_1 + u_2$.

   a) f no está bien definida
   b) f es inyectiva
   c) f es suprayectiva
   d) Ninguna de las tres afirmaciones anteriores es correcta.

---

5. Sea $f : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^2$ una aplicación lineal que tiene como matriz $\begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}$, con respecto a las base $\mathfrak{B} = \{(2,0,0), (0,-1,0), (0,-1,1)\}$ de $\mathbb{R}^3$ y $\mathfrak{B}' = \{(1,-1), (0,4)\}$ de $\mathbb{R}^2$.

   a) La imagen del vector $(2,-2,1)$ es $(0,-1)$
   b) La imagen del vector $(2,-2,1)$ es $(2,2)$
   c) La imagen del vector $(2,-2,1)$ es $(2,1)$
   d) Ninguna de las tres afirmaciones anteriores es correcta.

---

6. Sean v y w autovectores de la matriz A.
   a) $v + w$ es un autovector de la matriz $A + A$
   b) Se cumple que $Av = Aw$
   c) v es un autovector de la matriz A^2.
   d) Ninguna de las tres afirmaciones anteriores es correcta.

7. Si $f : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$ es un endomorfismo cuyo polinomio mínimo es $X(X-1)$.
   a) f es la aplicación nula
   b) f es la aplicación identidad
   c) Existen subespacios U y W de $\mathbb{R}^3$ tales que f coincide con la proyección sobre U en la dirección de W
   d) Ninguna de las tres afirmaciones anteriores es correcta.

8. Sea $f : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^2$ y $g : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^3$ las aplicaciones lineales definidas por:
$$f(x_1, x_2, x_3) = (2x_1 - x_2, 2x_2 + x_3) \qquad g(y_1, y_2) = (4y_1 + 2y_2, y_2, y_1 + y_2)$$
   a) f es una aplicación inyectiva
   b) $f \circ g$ es diagonalizable
   c) Cada matriz asociada a $g \circ f$ es de tamaño 2×3.
   d) Ninguna de las tres afirmaciones anteriores es correcta.

9. Sean u y v dos vectores ortonormales de $\mathbb{R}^n$. La norma de $u - v$ es:
   a) 0
   b) 1
   c) 2
   d) Ninguna de las tres afirmaciones anteriores es correcta.

10. Sean $S = \left\{ u \in \mathbb{R}^3 / \ x + y - 2z = 0 \ \right\}$ subespacio del espacio euclídeo $\mathbb{R}^3$, con el producto escalar habitual, y $v = (1, 1, -2)$.
   a) $v \in S^{\perp}$
   b) $S = \langle v \rangle$
   c) $v \in S \bigcap S^{\perp}$
   d) Ninguna de las tres rafirmaciones anteriores es correcta.

11. El denominado *ajuste por mínimos cuadrados* es un método:
   a) para ajustar por un polinomio las soluciones de un sistema de ecuaciones lineales
   b) para aproximar la solución del cuadrado de una ecuación lineal por una recta
   c) para ajustar un conjunto de puntos del plano por un polinomio
   d) Ninguna de las tres afirmaciones anteriores es correcta.

12. Sean $e_1 = (1, 1, 1, 1), e_2 = (1, 0, -1, 0) \in \mathbb{R}^4$ y $S = \langle e_1, e_2 \rangle$ subespacio del espacio euclídeo $\mathbb{R}^4$ con el producto escalar habitual. La proyección ortogonal del vector $e = (2, 2, -2, 2)$ sobre S es:
   a) $e_1 + 2e_2$
   b) $-e_1 + e_2$
   c) $e_1 - e_2$
   d) Ninguna de las tres afirmaciones anteriores es correcta.

Si tiene solución, ¿por qué te preocupas? Si no tiene solución, ¿por qué te preocupas? (Proverbio chino)