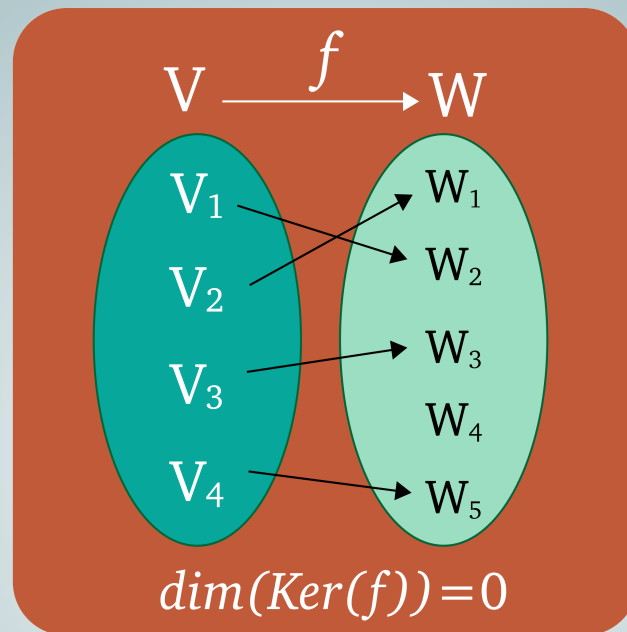


Álgebra

Problemas Tema 3. Espacios vectoriales



Rodrigo García Manzanas
Neila Campos González
Ana Casanueva Vicente

Departamento de Matemática Aplicada y
Ciencias de la Computación

Este tema se publica bajo Licencia:

[Creative Commons BY-NC-SA 4.0](https://creativecommons.org/licenses/by-nc-sa/4.0/)

- 1) En el espacio vectorial $\mathbb{M}_{2 \times 2}$ (matrices 2×2 con términos reales), ¿forman un subespacio las siguientes matrices?
 - a) $\begin{pmatrix} a & b \\ 2b & c \end{pmatrix}$
 - b) $\begin{pmatrix} a & b^2 \\ b & c \end{pmatrix}$
- 2) Determina si los siguientes conjuntos de vectores son libres o ligados:
 - a) $\{(1, 0, 1), (2, 0, 3), (-1, 0, 4)\}$ en \mathbb{R}^3
 - b) $\{(1, 2), (3, -1), (5, 0), (1, -2)\}$ en \mathbb{R}^2
- 3) Dado el subespacio de \mathbb{R}^5 en forma paramétrica $S = \{(a, a + b, a + b + c, c, 2a - b) : a, b, c \in \mathbb{R}\}$, obtén un sistema generador del mismo
- 4) Halla una base y la dimensión del siguiente subespacio de \mathbb{R}^4 : $\{x + y + z + t = 0, y - 2z - t = 0\}$
- 5)
 - a) Determina si los vectores $\{(1, 2, 3), (4, 5, 6), (3, 3, 3)\}$ forman base de \mathbb{R}^3
 - b) Determina si los vectores $\{(1, 0, 1), (-1, 0, 2)\}$ forman base del subespacio $\{y = 0\}$ de \mathbb{R}^3
- 6) Extiende el siguiente conjunto de vectores hasta formar una base de \mathbb{R}^4 : $\{(2, 3, 0, 1), (0, 2, 0, 0)\}$
- 7) Dadas las bases $B = \{(1, 0), (0, 1)\}$ y $B' = \{(0, -1), (1, 2)\}$, halla:
 - a) la matriz de cambio de base de B' a B
 - b) la matriz de cambio de base de B a B'
 - c) las coordenadas del vector $(-3, -8)$ en la base B'
- 8) En \mathbb{R}^4 , si S tiene como sistema generador $\{(1, 1, 0, 0), (1, -1, 0, 0)\}$ y T tiene como sistema generador $\{(0, 2, 1, 0), (-1, 1, 1, 0)\}$, halla:
 - a) un sistema generador del subespacio $S + T$
 - b) una base de $S + T$
- 9) Dados los subespacios $S = \{x + y - z - t = 0, 2x + 2y - z - t = 0\}$ y $T = \{x - y = 0, z - t = 0\}$ en \mathbb{R}^4 , calcula:
 - a) el subespacio $S \cap T$
 - b) el subespacio $S + T$
- 10) Determina si los siguientes subespacios están o no en suma directa:
 - a) $S = \langle (1, 2, 0, 0), (1, 0, 0, 2) \rangle$ y $T = \langle (0, 0, 2, 1), (2, 0, 0, 1) \rangle$ en \mathbb{R}^4
 - b) $S = \langle (1, 2, 0), (1, 0, 2) \rangle$ y $T = \langle (0, 2, 1), (2, 0, 1) \rangle$ en \mathbb{R}^3
- 11) Halla un subespacio suplementario de $\{(1, 2, 3), (4, 5, 6)\}$ en \mathbb{R}^3