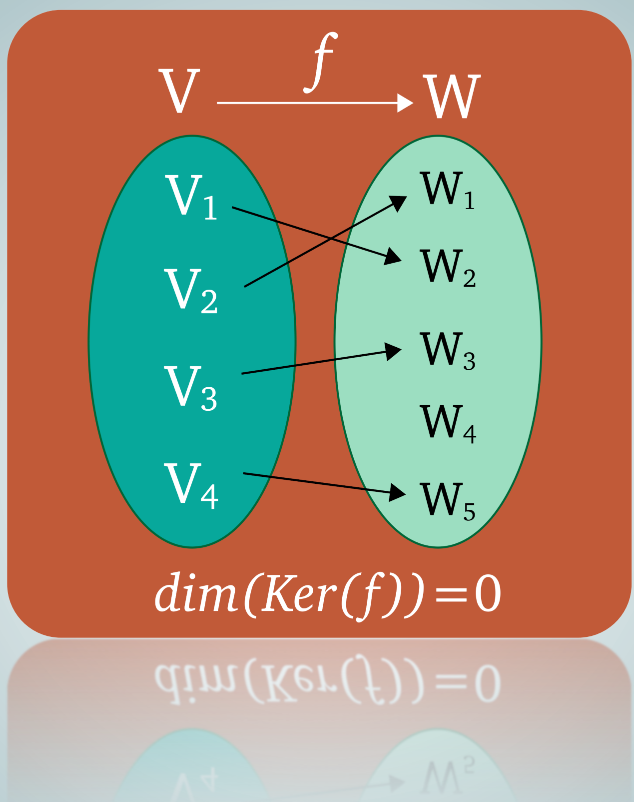
Álgebra

Problemas Tema 4. Espacio Euclídeo



Rodrigo García Manzanas

Neila Campos González

Ana Casanueva Vicente

Departamento de Matemática Aplicada y
Ciencias de la Computación

Universidad de Cantabria · *Grado en Ingeniería Química*

G320: Álgebra

Tema 4: Espacio euclídeo

1) En el espacio de las funciones continuas en el intervalo $[0,1]$ con el producto escalar $f \cdot g = \int_0^1 f(x)\, g(x) dx$, normaliza el vector $f(x) = x^2$

2) Comprueba si los siguientes vectores son ortogonales:

a) $(1,0,0,3,4)$ y $(1,2,3,1-1)$ en $\mathbb{R}^5$, con el producto escalar usual

b) $(3,3,1)$ y $(-1,1,-1)$ en $\mathbb{R}^3$, con el producto escalar $(u_1,u_2,u_3) \cdot (v_1,v_2,v_3) = u_1v_1 + \frac{4}{3}u_2v_2 + u_3v_3$

c) $f(x) = x$ y $g(x) = x+1$ en el espacio de las funciones continuas en el intervalo $[0,1]$, con el producto escalar $f \cdot g = \int_0^1 f(x)\, g(x) dx$

3) Comprueba si S y T son subespacios ortogonales en $\mathbb{R}^4$, siendo $\{(-3,-3,0,1),(1,0,2,0)\}$ base de S y $\{(0,1,0,3),(1,1,-1,6)\}$ base de T

4) Halla, en $\mathbb{R}^3$, una base del complemento ortogonal de los subespacios S y T, que tienen por bases:

a) $B_S = \{(1,0,2)\}$

b) $B_T = \{(1,0,2),(1,1,1)\}$

5) Dado el vector $(0,3,2)$, halla su proyección ortogonal sobre los siguientes subespacios de $\mathbb{R}^3$:

a) La recta generada por el vector $(1,2,1)$

b) El plano generado por los vectores $(1,2,1)$ y $(0,-1,2)$

6) Halla una base ortonormal del plano generado por los vectores $\vec{u} = (0,1,0)$ y $\vec{v} = (3,2,1)$

7) Dado el subespacio S generado por $(1,0,-1,1)$ y $(0,2,0,3)$:

a) Calcula su matriz de proyección

b) Proyecta el vector $(0,0,0,5)$ sobre S

Nota: Puedes utilizar MATLAB

8) Considera en $\mathbb{R}^3$ un subespacio S que tiene por base los vectores $(0,5,1)$ y $(2,5,1)$. Calcula:

a) La distancia del punto $(1,2,6)$ a S

b) La distancia del punto $(1,2,6)$ a $S^{\perp}$

Nota: Puedes utilizar MATLAB

9) En el espacio de las funciones continuas en el intervalo $[0,2]$ con el producto escalar $f \cdot g = \int_0^2 f(x)\, g(x) dx$, halla la mejor aproximación de la función $f(x) = 2x+1$ en el subespacio generado por la función $g(x) = x$

10) Demuestra que no es posible expresar el vector $\vec{v} = (15,6,4,-5)$ como combinación lineal de los vectores $(-1,0,0,1)$ y $(4,1,-1,-2)$. Obtén los coeficientes de la combinación lineal de estos dos vectores que da el vector más cercano a $\vec{v}$
Nota: Puedes utilizar MATLAB

11) Dado el siguiente sistema, comprueba que es incompatible y resuélvelo por mínimos cuadrados. Calcula el error cuadrático cometido

$$\begin{cases} x - y + 4z &= 0 \\ y - 3z &= 0 \\ x + y - 2z &= -3 \end{cases}$$

Nota: Puedes utilizar MATLAB

12) En un experimento de laboratorio, una ingeniera ha tomado las siguientes medidas para las variables x (independiente) e y (dependiente):

x	1	2.5	3	4.2	5.3	6	7.2	7.9
y	3.7	8.1	13.2	20.5	26.4	33.2	41.7	47.8

Calcula el mejor ajuste a estos datos mediante *a)* una recta, *b)* una parábola y *c)* una función exponencial ($y = Ce^{Dx}$) y estima los errores cuadráticos cometidos. Compara el error (en valor absoluto) al que dan lugar los tres ajustes cuando $x = 5.3$

Nota: Utiliza MATLAB