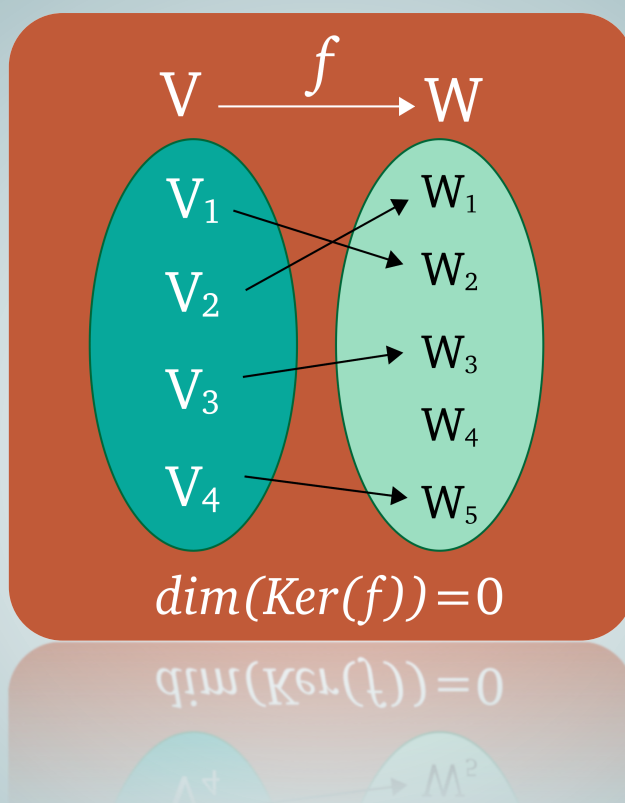


Álgebra

Problemas Tema 6. Diagonalización de endomorfismos



Rodrigo García Manzanas
Neila Campos González
Ana Casanueva Vicente

Departamento de Matemática Aplicada y
Ciencias de la Computación

Este tema se publica bajo Licencia:

[Creative Commons BY-NC-SA 4.0](https://creativecommons.org/licenses/by-nc-sa/4.0/)

1) Clasifica los siguientes endomorfismos:

a) En \mathbb{R}^3 , dado por la matriz

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 2 \\ -1 & 0 & -1 \end{pmatrix}$$

b) En \mathbb{R}^2 , dado por la ecuación $f(x, y) = (2x + 5, 4x + 10)$

c) En \mathbb{R}^2 , la aplicación identidad

2) Halla los valores propios de los siguientes endomorfismos:

a) $\begin{pmatrix} 2 & 0 & -5 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -6 \end{pmatrix}$

b) $\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 4 \end{pmatrix}$

3) Dado el endomorfismo

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 2 & 1 & 2 \\ -1 & 0 & -1 \end{pmatrix}$$

determina si los siguientes vectores son o no vectores propios. En caso afirmativo, halla su valor propio asociado

a) $\vec{u} = (0, 3, 0)$

b) $\vec{v} = (1, 0, -1)$

c) $\vec{w} = (2, 2, 1)$

4) Del endomorfismo

$$A = \begin{pmatrix} 4 & -1 & 6 \\ 2 & 1 & 6 \\ 2 & -1 & 8 \end{pmatrix}$$

se sabe que es diagonalizable y que $\lambda = 2$ es autovalor, siendo $\{(1, 2, 0), (0, 6, 1)\}$ una base de su subespacio propio asociado. Halla, sin resolver su polinomio característico, todos los autovalores de A

5) De una matriz $A_{2 \times 2}$, se sabe que es diagonalizable y que los valores propios son 0 y 3, con vectores propios respectivamente $(1, 1)$ y $(4, 1)$. ¿Cuál es esa matriz?

6) Diagonaliza, si es posible, los siguientes endomorfismos:

a) $A = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ -4 & 2 & 2 \\ -2 & 0 & 3 \end{pmatrix}$

c) $A = \begin{pmatrix} 2 & 4 & 3 \\ -4 & -6 & -3 \\ 3 & 3 & 1 \end{pmatrix}$, cuyo polinomio característico es $(-2 - \lambda)^2(1 - \lambda)$

b) $A = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 \\ -2 & 1 & -1 \\ 8 & 1 & 3 \end{pmatrix}$

d) $f(x, y, z) = (x + y, y, y + z)$, en \mathbb{R}^3

e) $f(x, y, z) = (3x - 3z, 3y + 9z, -3z)$, en \mathbb{R}^3

7) Calcula A^8 , siendo $A = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ -4 & 2 & 2 \\ -2 & 0 & 3 \end{pmatrix}$

- 8) Una cierta aplicación lineal $f : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ admite como vectores propios los vectores $(1, 0, 0)$, $(0, -2, 0)$ y $(1, 0, 1)$.
- ¿Es f diagonalizable?
 - Sabiendo que $f(1, 1, 2) = (0, 1, 1)$, halla los valores propios de f
- 9) Sea $f : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$, diagonalizable, de la cual se sabe que:
- El vector $(1, 0, 0)$ se transforma por f en sí mismo
 - $S : \{x + 2y = 0\}$ es un subespacio propio de f
 - La traza de la matriz estándar de f es 5

Se pide:

- ¿Cuáles son los autovalores de f ?
- ¿Cuál es la matriz estándar de f ?