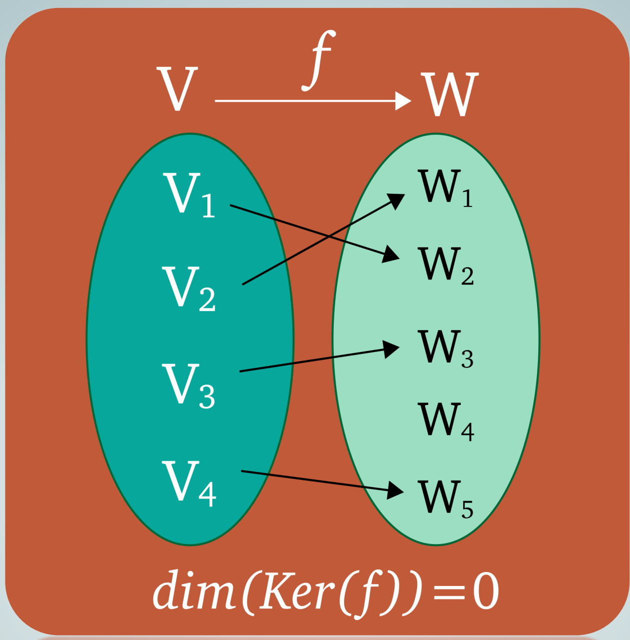
Álgebra

Test de conocimientos 4.
Espacio Euclídeo



Rodrigo García Manzanas
Neila Campos González
Ana Casanueva Vicente

Departamento de Matemática Aplicada y
Ciencias de la Computación

Universidad de Cantabria

Grado en Ingeniería Química

G320: Álgebra

Tema 4: Espacio euclídeo

Test de conocimientos

Las respuestas correctas se marcan en color azul

---

1. Sea S el subespacio de $\mathbb{R}^3$ cuya forma paramétrica es $(\alpha, \beta, \alpha + 2\beta)$. ¿Cuál de las siguientes es una base de $S^\perp$?
   (a) $\{(-1, -2, 1)\}$
   (b) $\{(1, 0, 1)\}$
   (c) $\{(1, 0, 1), (0, 1, 2)\}$

---

2. En $\mathbb{R}^3$, el complemento ortogonal del subespacio generado por el vector $(1, 0, 2)$ es:
   (a) El subespacio de base $\{(2, 0, -1)\}$
   (b) El subespacio de base $\{(-2, 0, 1), (0, 1, 0)\}$
   (c) No existe complemento ortogonal para un subespacio generado por un único vector en $\mathbb{R}^3$

---

3. Sean $\vec{u}$ y $\vec{v}$ dos vectores ortogonales, no nulos, de un subespacio vectorial euclídeo S de dimensión dos. Se cumple entonces que:
   (a) $\vec{u}, \vec{v}$ es base de S
   (b) $\vec{u}, \vec{v}$ es base ortonormal de S
   (c) $\vec{u} \in S, \vec{v} \in S^\perp$

---

4. ¿Pueden tener dos vectores distintos la misma proyección ortogonal sobre un mismo subespacio?
   (a) Sí
   (b) No
   (c) Sólo si son vectores simétricos respecto a ese subespacio

---

5. ¿Puede ser $\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$ la matriz de proyección sobre algún subespacio de $\mathbb{R}^2$?
   (a) Sí, es la matriz de proyección sobre el eje Y
   (b) Sí, es la matriz de proyección sobre el eje X
   (c) No

---

6. En $\mathbb{R}^4$, ¿puede ser $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ una matriz de proyección?

   (a) No, porque no transforma los vectores $\mathbb{R}^4$ al aplicársela

   (b) Faltan datos para responder a esta pregunta

   (c) Si, sería la matriz de proyección sobre el espacio total $\mathbb{R}^4$

---

7. En el espacio de las funciones continuas en el intervalo $[0,1]$ con el producto escalar $f \cdot g = \int_0^1 f(x)\, g(x) dx$, ¿cuál sería la norma de la función $f(x) = \frac{x}{2}$?

   (a) $\frac{1}{2}$

   (b) $\frac{1}{4}$

   (c) $\frac{1}{2\sqrt{3}}$

---

8. En $\mathbb{R}^2$, ¿qué angulo forman los vectores $(2,2)$ y $(-4,4)$?

   (a) $\frac{\pi}{2}$ rad

   (b) $\frac{\pi}{4}$ rad

   (c) $-\frac{\pi}{4}$ rad

---

9. Sea S un subespacio de $\mathbb{R}^5$ de dimensión 2, y $S^{\perp}$ su complemento ortogonal. Entonces:

   (a) $dim(S + S^{\perp})^{\perp} = 2$

   (b) $dim(S^{\perp}) \leq 3$

   (c) $(S + S^{\perp})^{\perp} = \vec{0}$

---

10. Sea U un espacio vectorial euclídeo y S un subespacio de U. La proyección ortogonal de un vector $\vec{u} \in U$ sobre S, ¿puede ser el propio $\vec{u}$?

    (a) No

    (b) Sólo si $\vec{u} \in S^{\perp}$

    (c) Sí, cuando $\vec{u} \in S$