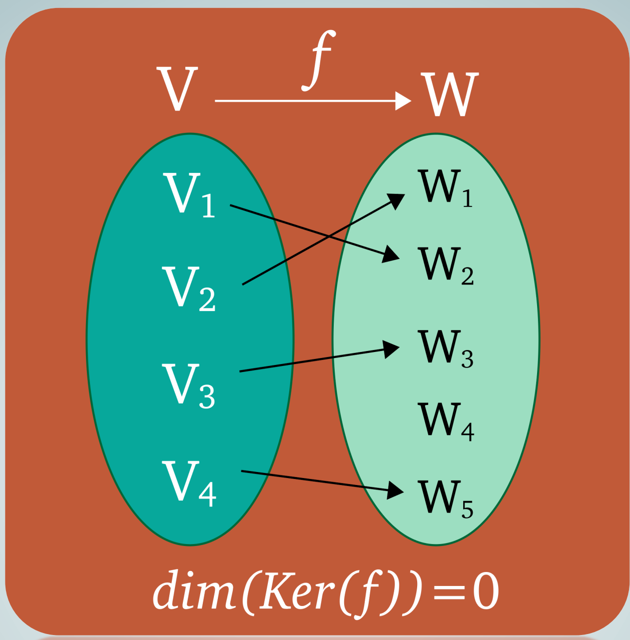
Álgebra

Test de conocimientos 6. Diagonalización de endomorfismos



Rodrigo García Manzanas
Neila Campos González
Ana Casanueva Vicente

Departamento de Matemática Aplicada y Ciencias de la Computación

Universidad de Cantabria

Grado en Ingeniería Química

G320: Álgebra

Tema 6: Diagonalización de endomorfismos

Test de conocimientos

Las respuestas correctas se marcan en color azul

---

1. Si el endomorfismo $f : U \longrightarrow U$ es diagonalizable, entonces:
   (a) Hay una única base que lo diagonaliza
   (b) Habrá infinitas bases que lo diagonalicen si su matriz estándar es simétrica
   (c) Hay infinitas bases que lo diagonalizan

---

2. Si λ es autovalor del endomorfismo $f : U \longrightarrow U$ y $k \in \mathbb{R}$, $k\lambda$ será autovalor del endomorfismo kf
   (a) No
   (b) No se puede saber sin hallar las raíces del polinomio característico de kf
   (c) Sí

---

3. Un endomorfismo f con matriz asociada $A_{3\times3}$ simétrica tiene como autovalores λ_1 (doble) y λ_2 (simple). ¿En cuál de los siguientes casos podríamos estar ante los subespacios propios de f?
   (a) $V_{\lambda_1} = \{(\alpha + \beta, \alpha, \beta)\}$, $V_{\lambda_2} = \{(\gamma, \gamma, 0)\}$
   (b) $V_{\lambda_1} = \{(\alpha, \alpha, \beta)\}$, $V_{\lambda_2} = \{(\gamma, \gamma, 0)\}$
   (c) $V_{\lambda_1} = \{(\beta, \alpha, \beta)\}$, $V_{\lambda_2} = \{(\gamma, 0, -\gamma)\}$

---

4. Sea f un endomorfismo cuya matriz estándar A es ortogonal. Entonces:
   (a) $\lambda = 0$ será autovalor de f
   (b) No se puede saber si $\lambda = 0$ será o no autovalor de f sin conocer A
   (c) $\lambda = 0$ no será autovalor de f

---

5. Sea el endomorfismo $f : \mathbb{R}^4 \longrightarrow \mathbb{R}^4$ que tiene como autovalores $\lambda = -1$ (doble) y $\lambda = 2$ (doble). Se sabe que los vectores $\vec{v}_1$ y $\vec{v}_2 \in V_{-1}$ y que los vectores $\vec{v}_3$ y $\vec{v}_4 \in V_2$. Entonces:
   (a) $\vec{v}_1$ y $\vec{v}_4$ son linealmente independientes
   (b) $\vec{v}_1$ y $\vec{v}_2$ son linealmente independientes
   (c) $\vec{v}_3$ y $\vec{v}_4$ son linealmente independientes

---

6. Sea $\lambda = 3$ autovalor de un endomorfismo $f : U \longrightarrow U$. Sean además $\vec{u}_1$ y $\vec{u}_2$ autovectores asociados a $\lambda = 3$. Entonces:

   (a) $2\vec{u}_1 + 3\vec{u}_2$ no será autovector asociado a $\lambda = 3$

   (b) $2\vec{u}_1 + 3\vec{u}_2$ será autovector asociado a $\lambda = 3$

   (c) No puede saberse si $2\vec{u}_1 + 3\vec{u}_2$ será o no autovector asociado a $\lambda = 3$ sin conocer la multiplicidad del autovalor

7. Dada $A_{3\times 3}$, sea $B_{3\times 3}$ tal que $B^{-1}AB = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$. Entonces:

   (a) $rg(A) = 2$

   (b) A no es diagonalizable

   (c) A es diagonalizable

8. Se sabe que uno de los autovalores de la matriz $A = \begin{pmatrix} \alpha & 2 & -1 \\ \beta & 4 & 0 \\ \gamma & 10 & -1 \end{pmatrix}$ es $\lambda = 2$, y que $(1, -2, -3)$ es un vector propio de A asociado a $\lambda = 2$. ¿Cúales serán los valores de α, β y γ?

   (a) $\alpha = -3,\ \beta = -2,\ \gamma = -1$

   (b) $\alpha = 3,\ \beta = 4,\ \gamma = 11$

   (c) $\alpha = 1,\ \beta = 0,\ \gamma = -1$

9. Sea un endomorfismo $f : \mathbb{R}^n \longrightarrow \mathbb{R}^n$ con n autovalores distintos. Para comprobar si f es diagonalizable bastaría con:

   (a) Comprobar que los n autovalores sean reales

   (b) Comprobar que los n autovalores sean reales y que las dimensiones de los subespacios propios sean las adecuadas

   (c) En esas condiciones f no será diagonalizable

10. ¿Para qué valor (o valores) de a no es diagonalizable la matriz $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ a & 4 & 4 \end{pmatrix}$?

    (a) Sólo para $a = \frac{3}{2}$

    (b) $\forall a \in \mathbb{R}$

    (c) Sólo para $a \neq 0$