

Señales y sistemas, 2º Curso (tiempo: 3h)

Apellidos:	P1
Nombre:	P2
DNI:	P3
Firma:	P4
	P5
	T

1. Un sistema continuo que obedece a la EDCC

$$\ddot{y}(t) - 6\dot{y}(t) + 13y(t) - 12\dot{y}(t) + 4y(t) = 2\ddot{x}(t) + x(t),$$

tiene como condiciones iniciales

$$\left. \frac{d^k y(t)}{dt^k} \right|_{t=0^+} = k!, \quad k = 0, 1, \dots$$

Si la entrada es  $x(t) = e^{-t}u(t)$ ,

- a) Calcular la respuesta natural, forzada y completa trabajando directamente en el dominio del tiempo. (1 punto)
  - b) Calcular la respuesta natural, forzada y completa trabajando en el dominio  $s$  y pasando después al dominio temporal. (1 punto)
2. Realiza los dibujos que se piden a continuación. Se piden dibujos aproximados, no siendo necesario realizar cálculos matemáticos elaborados. (1 punto)
- a) Dibuja  $x(t)$ ,  $y(t)$  y  $z(t) = x(t) * y(t)$  cuando  $x(t) = [1 < |t| < 1]$ , e  $y(t) = [3 < |t| < 4]$ . Etiqueta el eje  $x$ .
  - b) Dibuja la parte real y la parte imaginaria de la señal  $y(t) = (e^{j3t} + e^{-2t} + e^{-3jt})u(t)$  en el entorno de  $t = 100$ . Etiqueta el eje  $y$ .
  - c) Dibuja una región de convergencia de la función de transferencia de un sistema discreto que sea compatible con que el sistema sea causal, inestable y que  $M > N$ , donde  $M$  y  $N$  son los límites superiores del sumatorio sobre los retrasos en la salida y la entrada en la EDCC, respectivamente.
  - d) Dibuja el espectrograma (una gráfica en la que el eje horizontal es el tiempo y el vertical la frecuencia) de una composición musical en la que se interpreten tres notas consecutivas, cada una de ellas una octava más alta que la anterior y del doble de duración. Entre cada dos notas, se hace una pausa de duración igual a la de la primera nota. Se utiliza un instrumento cuyo timbre tiene tres armónicos.

3. Una rueda con diez radios, cada uno de un color, gira en el sentido de las agujas del reloj a una velocidad angular de una  $2\pi$  rad/s. Si el giro se produce en una habitación oscura, y se enciende una luz estroboscópica cinco veces por segundo, calcular la velocidad angular y el sentido de giro aparentes de la rueda. Idem si la luz se enciende cada 0,7 segundos. (0.25 puntos)
4. Califica de “correcta” o “incorrecta” a cada una de las siguientes afirmaciones. Coloca una “C” o una “I” a la izquierda del número de la pregunta. No des ninguna explicación del porque decides esa respuesta. Cada respuesta fallada anula una respuesta correcta. (5.75 puntos)
- i) Todo sistema continuo invariante en el tiempo está completamente caracterizado por su respuesta al impulso.
  - ii) Si  $x[n]$ ,  $h[n]$  e  $y[n]$  son la entrada, respuesta al impulso y salida de un sistema discreto, y  $X(z)$ ,  $H(z)$  e  $Y(z)$  son sus respectivas transformadas  $z$ ; entonces, necesariamente,  $Y(z) = X(z)H(z)$ .
  - iii) Todo sistema continuo lineal tiene una respuesta al impulso, que podemos denominar  $h(t)$ .
  - iv) Si  $x(t)$  es una señal sinusoidal audible por el sistema auditivo humano, la señal  $y(t) = x(4t)$  siempre sonará más aguda (suponiendo que todavía esté dentro del rango audible).
  - v) Al multiplicar una señal  $x(t)$  por un impulso unitario desplazado se obtiene una versión desplazada de la señal  $x(t)$ .
  - vi) Si una señal continua no está limitada en banda, no es posible muestrearla para obtener una secuencia discreta a partir de la cual reconstruir de forma exacta la señal original.
  - vii) Toda señal continua unilateral derecha tiene transformada de Laplace unilateral.
  - viii) Un sistema cuya respuesta al impulso tenga transformada de Fourier siempre proporciona una salida de energía finita.
  - ix) Toda señal continua unilateral izquierda tiene transformada de Laplace.
  - x) La respuesta natural del sistema que obedece a la siguiente EDCC  $\ddot{y}(t) - 7\dot{y}(t) + 14y(t) - 8y(t) = x(t)$  consta de tres términos que son exponenciales distintas.
  - xi) La solución particular del sistema  $\dot{y}(t) + y(t) = \dot{x}(t) + x(t)$  siempre es de la forma  $e^{-t}u(t)$ .
  - xii) Si  $x(t)$  es una señal de 3 KHz de ancho de banda, al multiplicarla por un coseno de frecuencia 1 KHz el ancho de banda del producto es idéntico al de la señal original.
  - xiii) La salida de un sistema continuo regido por una EDCC está compuesta por varios términos. Los que se amortiguan antes constituyen la respuesta natural.
  - xiv) Si  $x(t)$  es una señal de 3 KHz de ancho de banda, al multiplicarla por un coseno de frecuencia 10 KHz no varía el ancho de banda del producto.
  - xv) Un sistema causal y estable, ante una entrada acotada, responde con una salida unilateral derecha y acotada.
  - xvi) Una señal discreta periódica par, puede tener unos coeficientes de Fourier que no sean pares.
  - xvii) La región de convergencia de la transformada de Laplace de la respuesta al impulso de un sistema estable siempre contiene al círculo unidad.
  - xviii) La respuesta forzada del sistema  $\ddot{y}(t) - 7\dot{y}(t) + 14y(t) - 8y(t) = x(t)$ , cuando  $x(t) = e^{t}u(t)$ , consta de tres términos que son exponenciales distintas.

- XIX) La señal  $y(t) = (e^{j3t} + e^{-2t} + e^{-3jt})u(t)$  tiende a infinito cuando  $t$  tiende a menos infinito.
- XX) La región de convergencia de la función de transferencia de un sistema regido por una ecuación en diferencias de coeficientes constantes de orden  $N$  consta de  $N$  anillos concéntricos con centro en el origen del plano  $z$ .
- XXI) El número de condiciones iniciales necesarias para resolver un sistema discreto regido por una EDCC coincide con el número de términos en los que aparezcan retrasos sobre la salida.
- XXII) Si convolucionamos una señal  $x(t)$  con señales  $y(t) = x(t - \tau)$  y calculamos la energía de la señal resultante, obtendremos un valor que es función de  $\tau$ . Si representamos dicho valor en función de  $\tau$ , la función presentará un máximo para  $\tau = 0$ .
- XXIII) La convolución de dos pulsos rectangulares centrados en el origen siempre es una señal triangular.
- XXIV) La transformada de Fourier de la función  $\cos^2(\Omega t)$  es igual a la suma de dos deltas de Dirac.
- XXV) Las señales  $\cos(3\Omega t)$  y  $\cos^3(\Omega t)$  tienen el mismo ancho de banda.
- XXVI) Las señales  $\cos(2\Omega t)$  y  $\cos^2(\Omega t)$  tienen el mismo ancho de banda.
- XXVII) La señal  $y(t) = (e^{j3t} + e^{-2t} + e^{-3jt})u(t)$  tiende a infinito cuando  $t$  tiende a infinito.
- XXVIII) El producto de una señal  $x(t)$  por una delta de Dirac ubicada en  $t_0$  vale  $x(t_0)$ .
- XXIX) Ningún sistema causal y estable puede tener polos en el semiplano derecho.
- XXX) Los ceros y los polos de la función de transferencia de todo sistema regido por una EDCC de coeficientes reales son tales que si existe un polo o un cero, también existe un polo o un cero complejo conjugado, respectivamente.
- XXXI) La respuesta frecuencial de un sistema discreto cuya salida es el promedio de los últimos cuatro valores de su entrada es un filtro paso bajo.
- XXXII) Toda señal periódica que tenga serie de Fourier, tendrá también transformada de Fourier.
- XXXIII) Toda señal limitada en el tiempo (vale 0 si  $t > t_1$  o  $t < t_2$ ) tendrá transformada de Fourier.
- XXXIV) La transformada  $z$  unilateral de una señal desplazada se puede obtener siempre a partir de la de la señal sin desplazar sin más que multiplicar por un factor complejo.
- XXXV) Si dos señales continuas tienen la misma transformada de Fourier, la integral de la diferencia entre ambas señales temporales es un número real.
- XXXVI) Los impulsos unitarios continuo y discreto tienen la misma energía.
- XXXVII) La transformada de Fourier es un operador que conserva la paridad de las señales sobre las que actúa.
- XXXVIII) La función de transferencia de un sistema discreto anticausal es un polinomio en  $z$  con potencias positivas.
- XXXIX) Al realizar una transformación lineal sobre la variable independiente de una señal  $x(t)$ , no se modifica su ancho de banda.
- XL) La transformada de Fourier inversa de una delta de Dirac es otra delta de Dirac.
- XLI) La transformada de Fourier de un tren de deltas de Dirac es otro tren de deltas de Dirac.

- XLII) La función escalón  $u(t)$  y el impulso unitario discreto  $\delta(t)$  verifican  $u(t) = \int_{-\infty}^{\infty} \delta(t) dt$ .
- XLIII) La salida de un sistema discreto regido por una EDCC, una vez que se han amortiguado los términos debidos a las condiciones iniciales, está compuesta únicamente por términos sinusoidales.
- XLIV) Toda señal continua limitada en banda, muestreada con una frecuencia de muestreo mayor que el doble de su ancho de banda, proporciona una señal discreta a partir de la cual es posible reconstruir de forma exacta la señal continua original.
- XLV) La señal  $y(t) = (e^{j3t} + e^{-2t} + e^{-3jt})u(t)$  tiende a cero cuando  $t$  tiende a infinito.
- XLVI) El producto de convolución de dos deltas de Dirac desplazadas es otra delta de convolución, con un desplazamiento igual a la suma de los dos desplazamientos individuales.
- XLVII) Los sistemas con memoria utilizan información sobre el pasado de la señal de entrada para generar su salida actual.
- XLVIII) El producto de convolución de dos señales no nulas puede ser cero.
- XLIX) Algunas señales continuas no tienen transformada de Laplace unilateral.
- L) El sistema inverso de un sistema LTI, cuando existe, siempre es LTI.