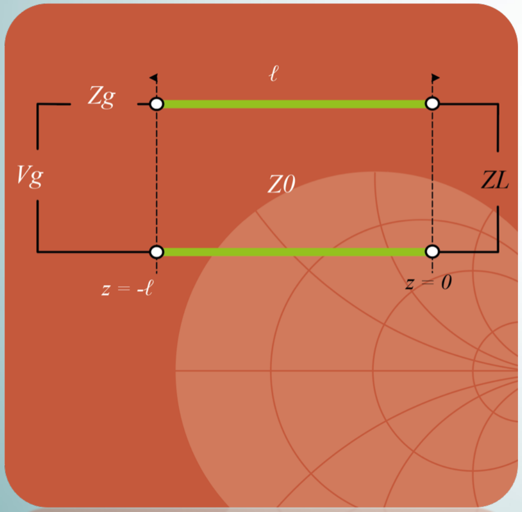
Medios de Transmisión Guiados

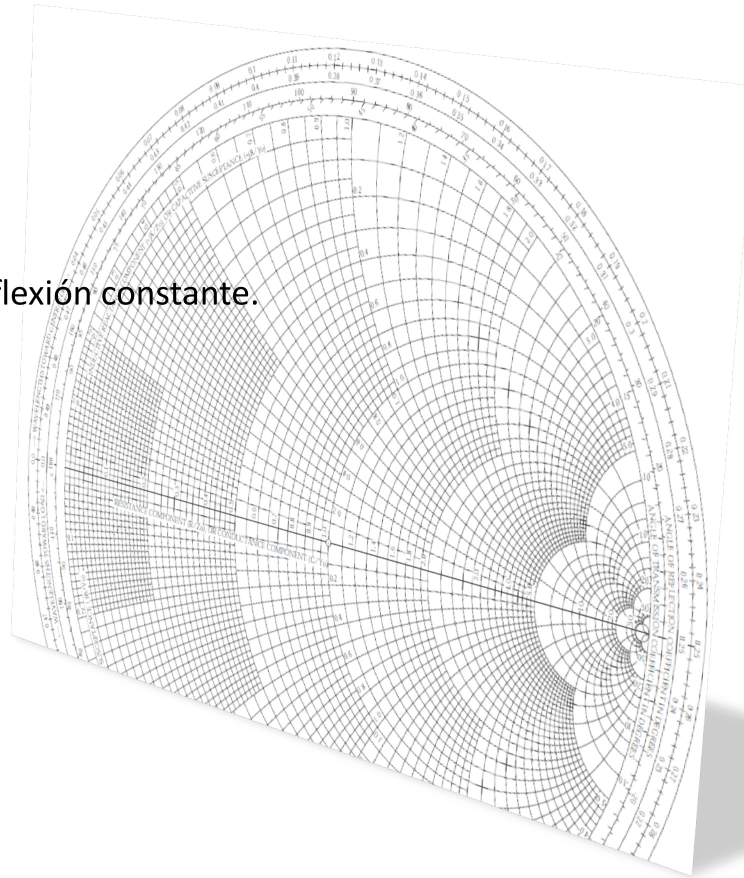
Tema 5. La Carta de Smith



Juan Luis Cano de Diego
Óscar Fernández Fernández
José Antonio Pereda Fernández
DPTO. DE INGENIERÍA DE COMUNICACIONES

Tema 5: La Carta de Smith

Índice de Contenidos



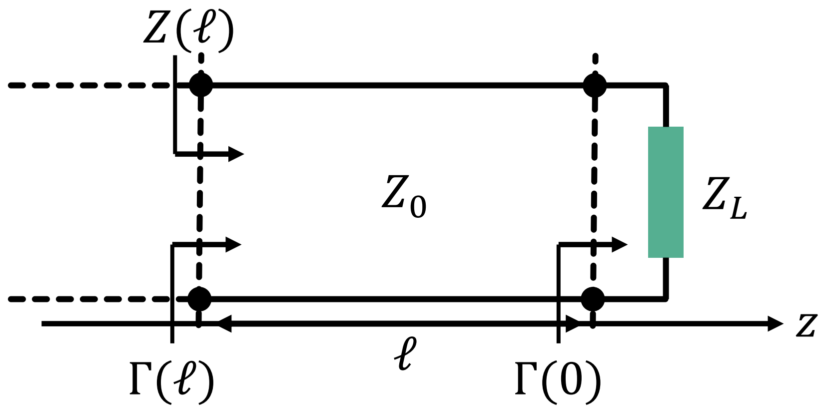
5.1. Introducción

- La carta de Smith es una herramienta gráfica para resolver problemas de líneas de transmisión
- Es la más conocida y usada de estas herramientas (existen otras)
- Fue desarrollada en 1939 por P. H. Smith en los Laboratorios Bell Telephone
- El principal objetivo era simplificar el cálculo de coeficientes de reflexión e impedancias en cualquier punto de un línea de transmisión cuando no existían calculadoras electrónicas
  - $\Gamma(\ell) = \Gamma(0)e^{-j2\beta\ell}$ donde $\Gamma(0) = \frac{Z_L - Z_0}{Z_L + Z_0}$
  - $Z(\ell) = Z_0 \frac{Z_L + jZ_0 tan\beta\ell}{Z_0 + jZ_L tan\beta\ell}$

- Actualmente sigue manteniendo su vigencia:
  - Resolución rápida de gran variedad de problemas de microondas
    - Líneas de transmisión
    - Circuitos activos
    - Resonadores
  - Incluída en el CAD de diseño de microondas
  - Gran valor didáctico
  - Incluída en el equipamiento de medida de microondas (analizador de redes)

5.2. Definición de la Carta de Smith

- La carta de Smith combina en un gráfico el coeficiente de reflexión y la impedancia normalizada
- Cada punto de la carta representa una posible carga de la que se puede obtener:
  - El coeficiente de reflexión que origina
  - El valor de la impedancia normalizada



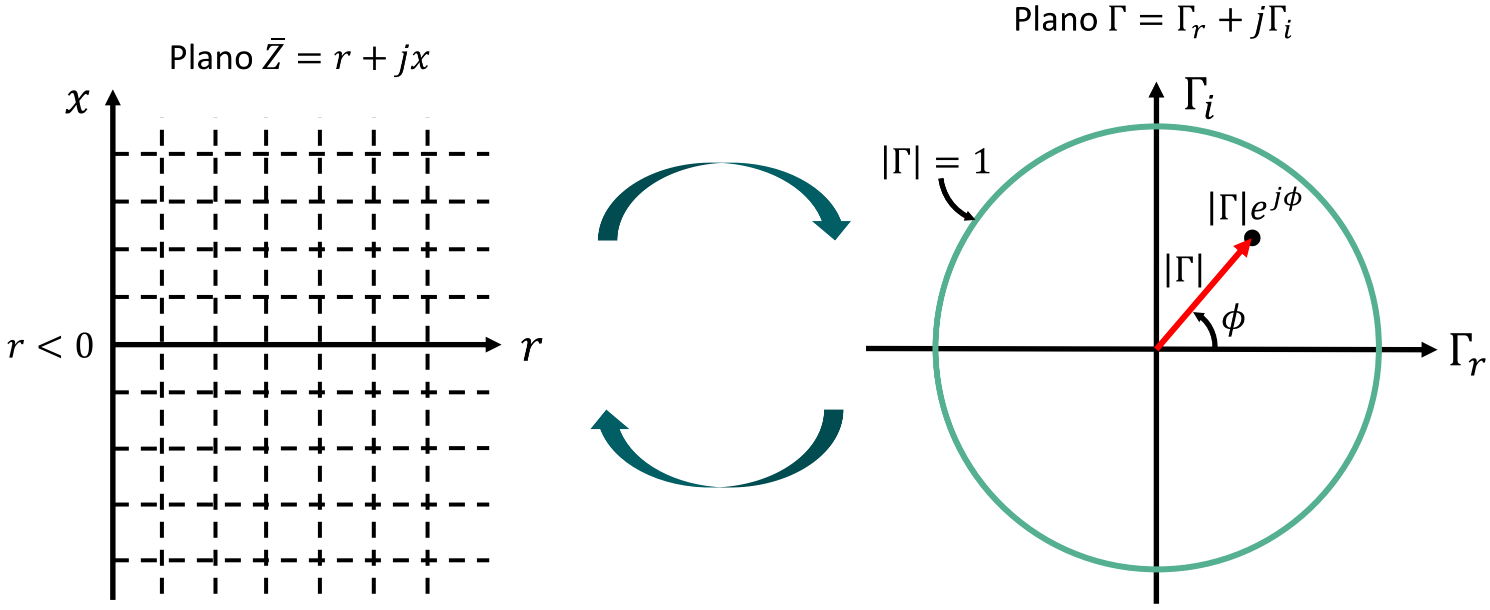
- Como se ha visto, el coeficiente de reflexión y la impedancia están directamente relacionadas:
  - $\Gamma = \frac{Z-Z_0}{Z+Z_0}$ (1)
- En la carta de Smith se trabaja con impedancias normalizadas a Z_0
  - $\Gamma = \frac{\bar{Z}-1}{\bar{Z}+1} \Longleftrightarrow \bar{Z} = \frac{1+\Gamma}{1-\Gamma}$ Transformación conforme (preserva ángulos) (2)

5.2. Definición de la Carta de Smith

5.2.1 – Circunferencias de módulo de coeficiente de reflexión constante

- Tomamos la impedancia normalizada y el coeficiente de reflexión como cantidades complejas:

$$\bar{Z} = r + jx \qquad\qquad \Gamma = \Gamma_r + j\Gamma_i = |\Gamma|e^{j\phi}$$



- Todas las posibles cargas (no activas) generan un coeficiente de reflexión contenido en un círculo de radio unidad. Zona de trabajo.

- El desplazamiento a lo largo de la línea de transmisión produce un desplazamiento del coeficiente de reflexión en un círculo de radio igual al módulo del coeficiente de reflexión.

5.2. Definición de la Carta de Smith

5.2.2 – Circunferencias de resistencia constante

- Vamos a obtener expresiones para las partes real e imaginaria de la impedancia

$$\bar{Z} = \frac{1+\Gamma}{1-\Gamma} \longrightarrow r + jx = \frac{1+\Gamma_r + j\Gamma_i}{1-\Gamma_r - j\Gamma_i}$$

- Separamos ambas partes

$$r = \frac{1-{\Gamma_r}^2-{\Gamma_i}^2}{(1-\Gamma_r)^2+{\Gamma_i}^2} \qquad x = \frac{2\Gamma_i}{(1-\Gamma_r)^2+{\Gamma_i}^2}$$

- Operando y reorganizando llegamos a dos expresiones útiles para ser interpretadas:

$$\left(\Gamma_r - \frac{r}{1+r}\right)^2 + {\Gamma_i}^2 = \left(\frac{1}{1+r}\right)^2 \tag{3}$$

$$(\Gamma_r - 1)^2 + \left(\Gamma_i - \frac{1}{x}\right)^2 = \left(\frac{1}{x}\right)^2 \tag{4}$$

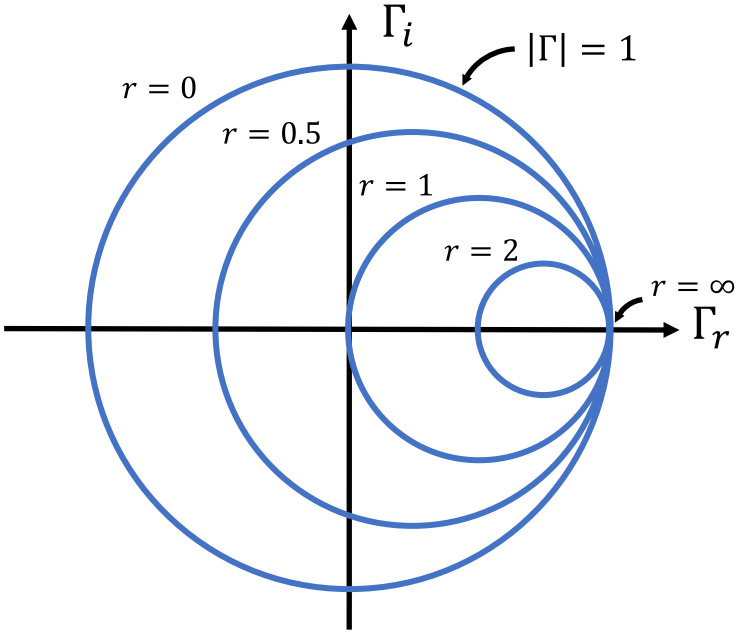
5.2. Definición de la Carta de Smith

5.2.2 – Circunferencias de resistencia constante

- La ecuación (3) se corresponde con la ecuación de una circunferencia

$$\left(\Gamma_r - \frac{r}{1+r}\right)^2 + {\Gamma_i}^2 = \left(\frac{1}{1+r}\right)^2 \equiv (x-x_0)^2 + (y-y_0)^2 = a^2$$

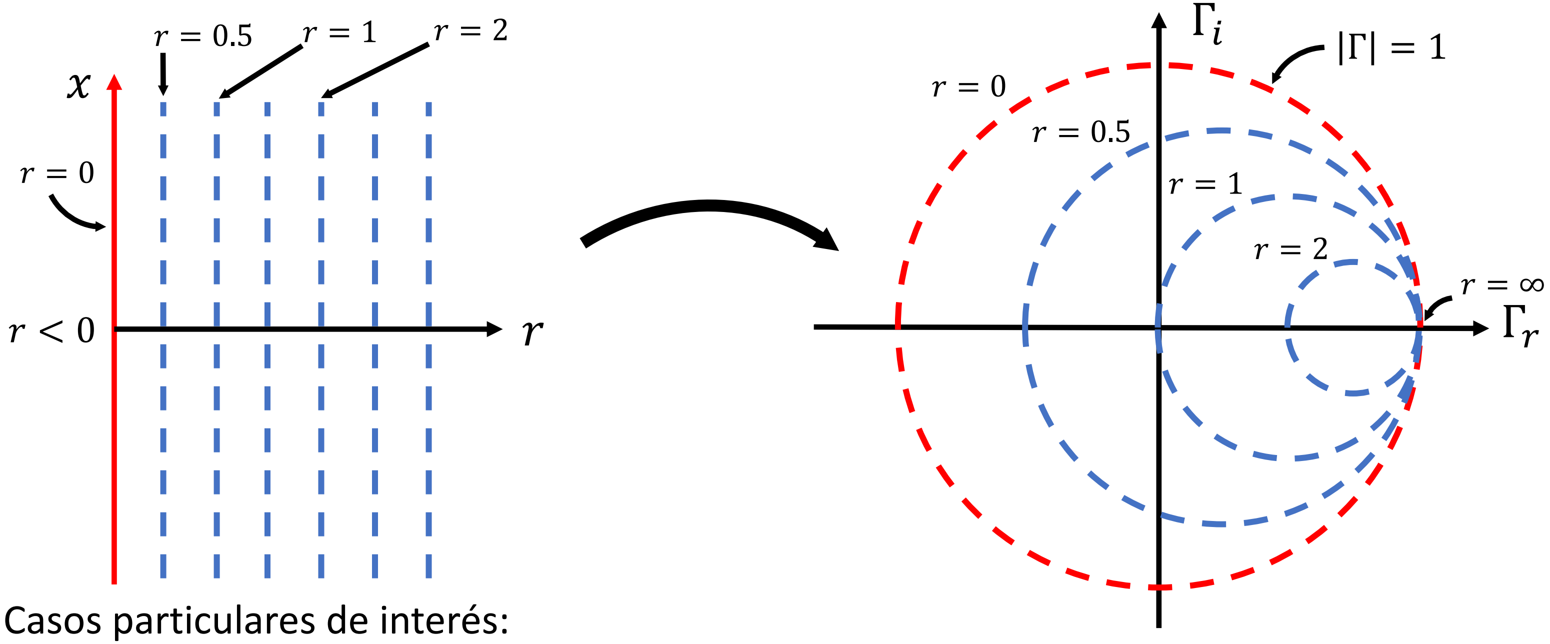
- Familia de circunferencias en el plano del coeficiente de reflexión donde para cada *r* = cte:
  - Centro: $C = \left(\frac{r}{1+r}, 0\right)$
  - Radio: $R = \frac{1}{1+r}$



5.2. Definición de la Carta de Smith

5.2.2 – Circunferencias de resistencia constante

- Por lo tanto, cada recta de *r* = cte en el plano de impedancias se transforma en una circunferencia en el plano del coeficiente de reflexión con el centro y radio dados.



- Casos particulares de interés:
  - Resistencia de carga nula: $r_L = 0 \Rightarrow C = (0,0), R = 1$
  - Resistencia de carga unidad: $r_L = 1 \Rightarrow C = \left({}^{1}/_{2}, 0\right), R = {}^{1}/_{2}$
  - Resistencia de carga infinita (punto singular): $r_L \rightarrow \infty \Rightarrow C = (1,0), R \rightarrow 0, punto\ (1,0)$

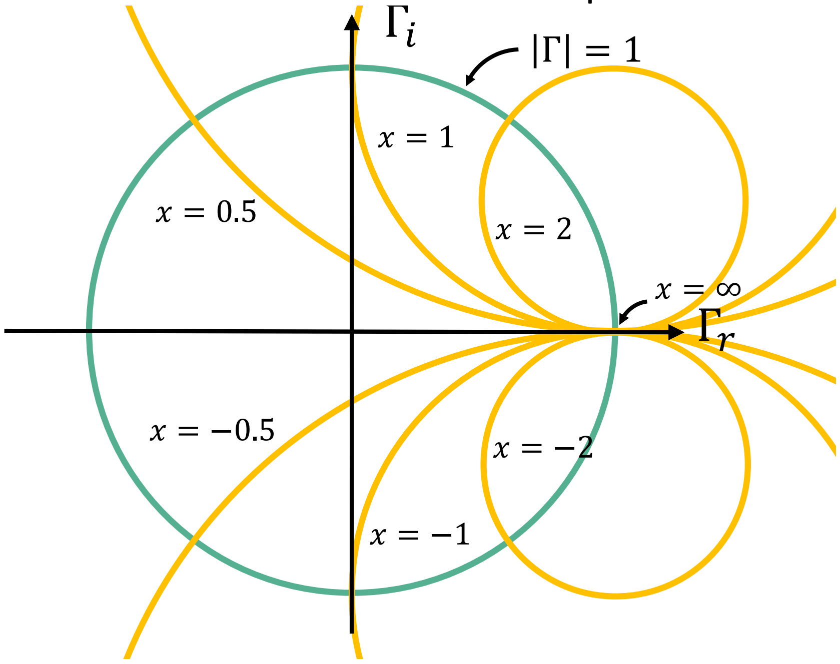
5.2. Definición de la Carta de Smith

5.2.3 – Circunferencias de reactancia constante

- De la misma forma, la ecuación (4) se corresponde con la ecuación de una circunferencia

$$(\Gamma_r - 1)^2 + \left(\Gamma_i - \frac{1}{x}\right)^2 = \left(\frac{1}{x}\right)^2 \equiv (x - x_0)^2 + (y - y_0)^2 = a^2$$

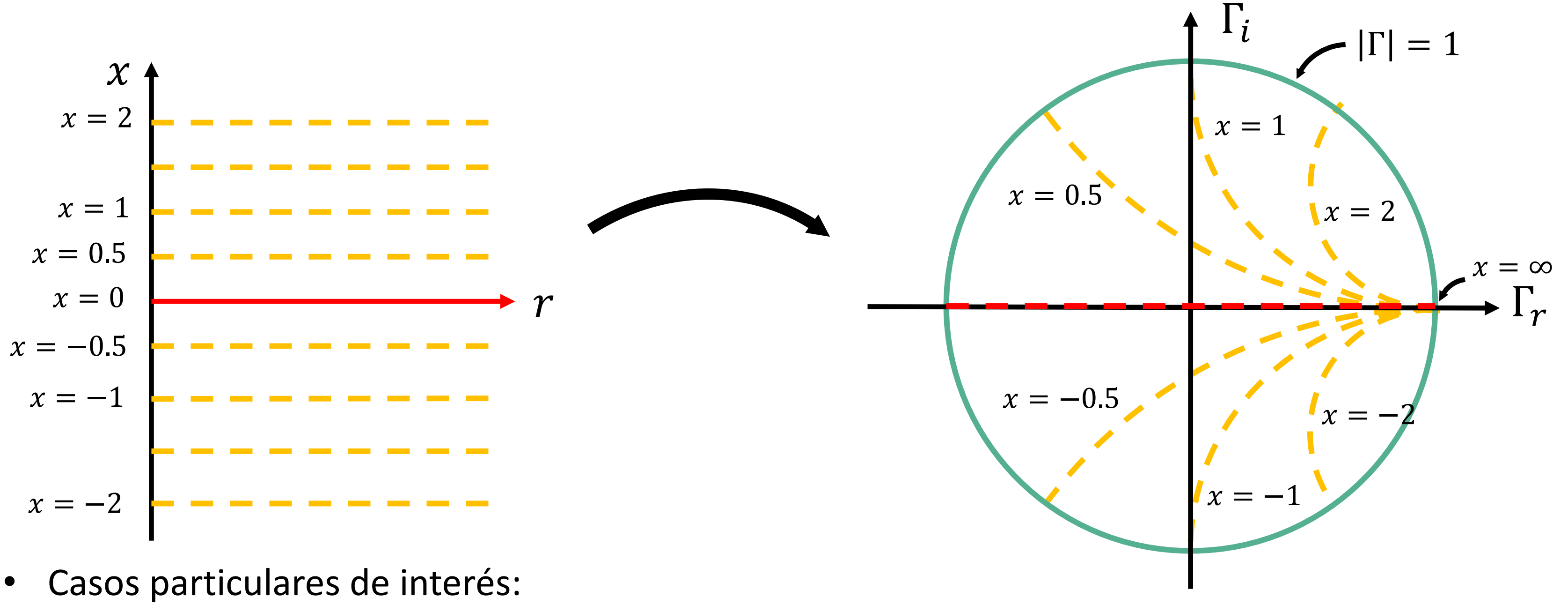
- Familia de circunferencias en el plano del coeficiente de reflexión donde para cada *x* = cte:
  - Centro: $C = \left(1, \frac{1}{x}\right)$
  - Radio: $R = \frac{1}{|x|}$



5.2. Definición de la Carta de Smith

5.2.3 – Circunferencias de reactancia constante

- Por lo tanto, cada recta de *x* = cte en el plano de impedancias se transforma en una circunferencia en el plano del coeficiente de reflexión con el centro y radio dados.

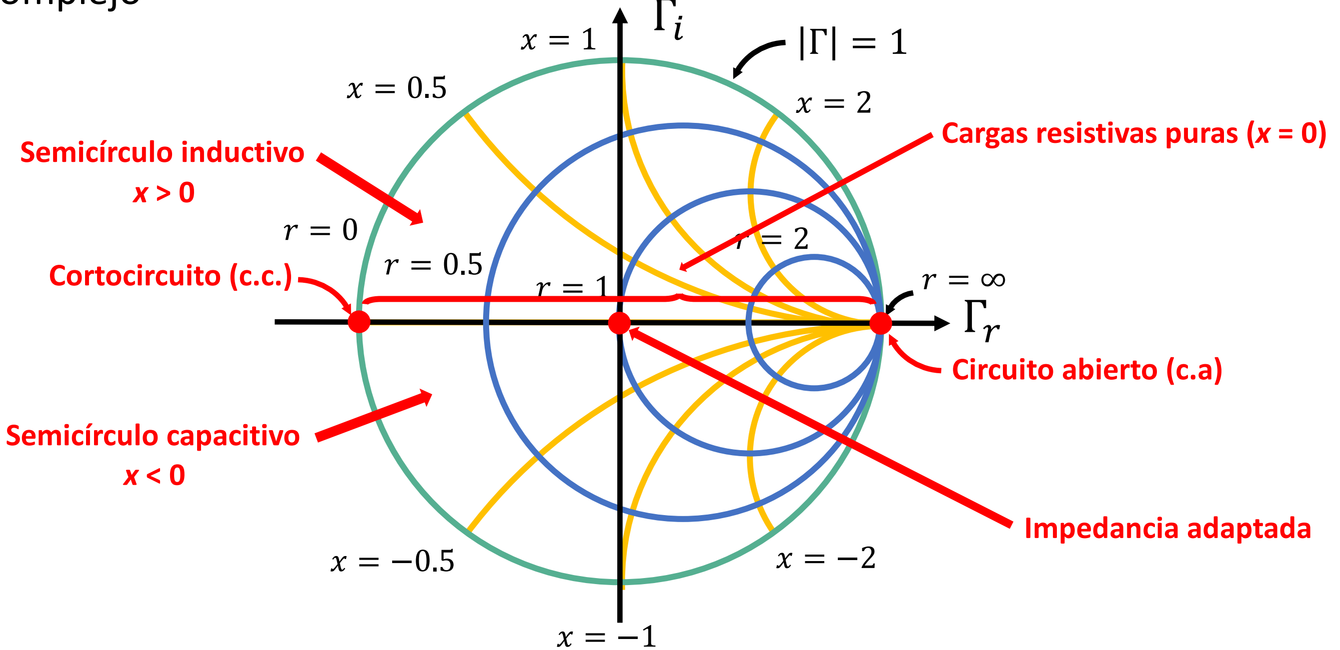


- Casos particulares de interés:
  - Reactancia de carga nula: $x_L \to 0 \Rightarrow C = (1, \pm\infty), R \to \infty, recta\ \Gamma_i = 0$
  - Reactancia de carga unidad (+): $x_L = 1 \Rightarrow C = (1,1), R = 1$
  - Reactancia de carga unidad (-): $x_L = -1 \Rightarrow C = (1,-1), R = 1$
  - Reactancia de carga infinita (punto singular): $|x_L| \to \infty \Rightarrow C = (1,0), R \to 0, punto\ (1,0)$

5.2. Definición de la Carta de Smith

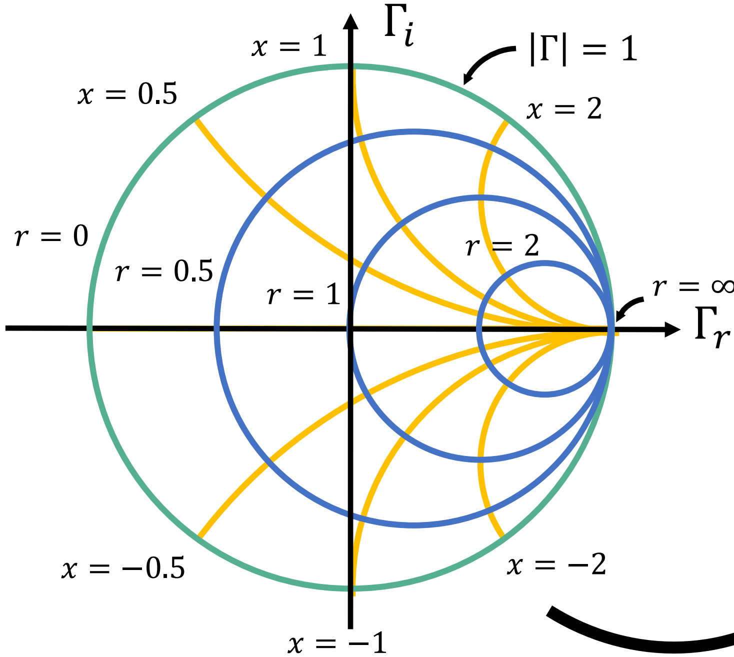
5.2.4 – Construcción de la Carta de Smith

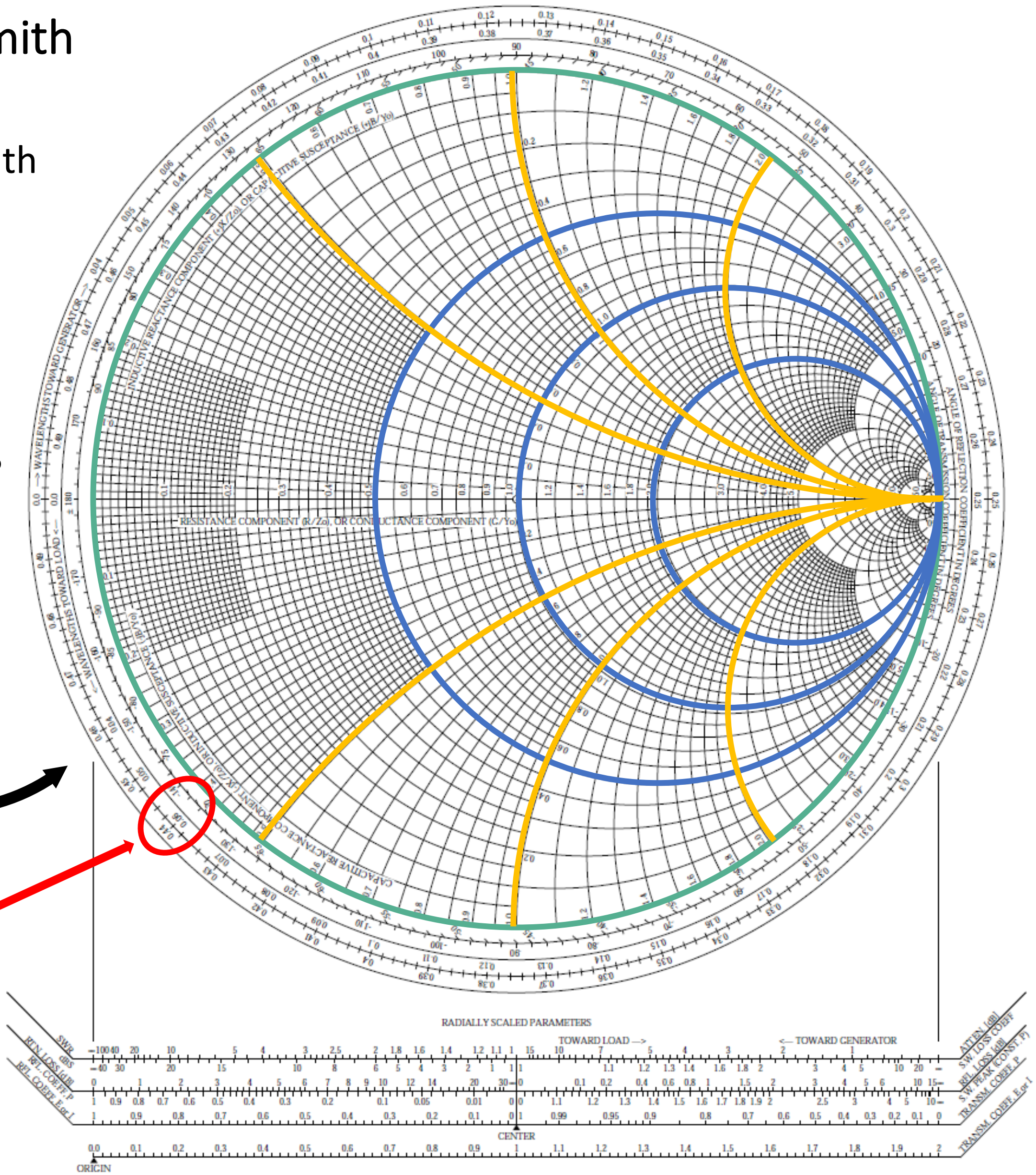
- La carta de Smith se construye con la unión de ambas familias de circunferencias sobre el plano complejo del coeficiente de reflexión para $|\Gamma| \leq 1$
- En este diagrama se puede representar cualquier impedancia compleja normalizada en el punto de cruce de las circunferencias de r_L = cte y x_L = cte correspondientes
- El coeficiente de reflexión que origina se obtiene como el módulo y la fase de ese punto en el plano complejo



5.2. Definición de la Carta de Smith

5.2.4 – Construcción de la Carta de Smith



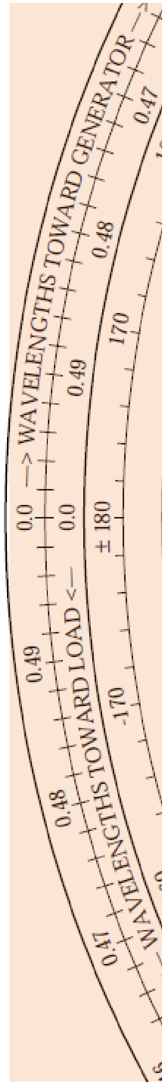


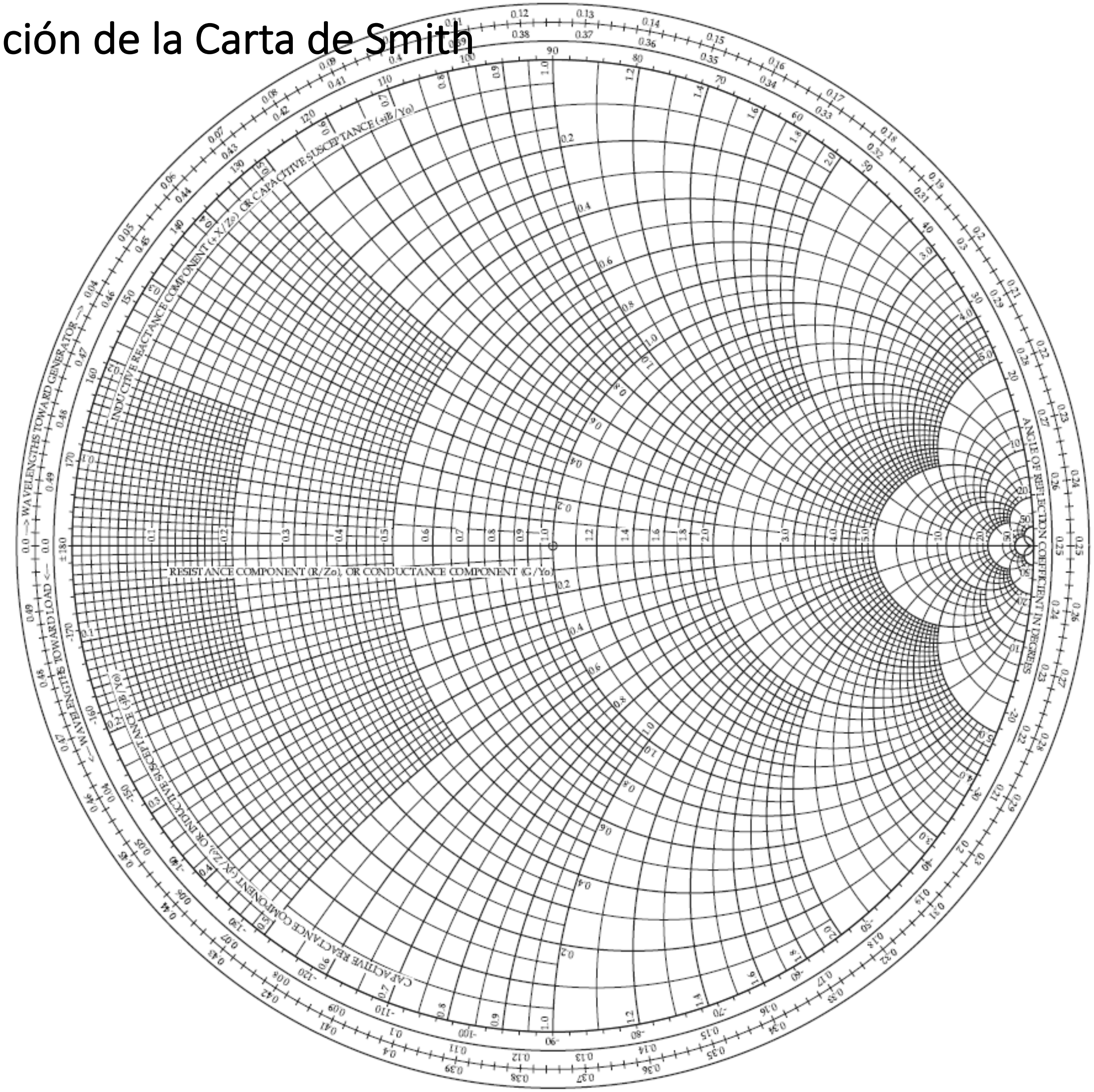
Escalas exteriores

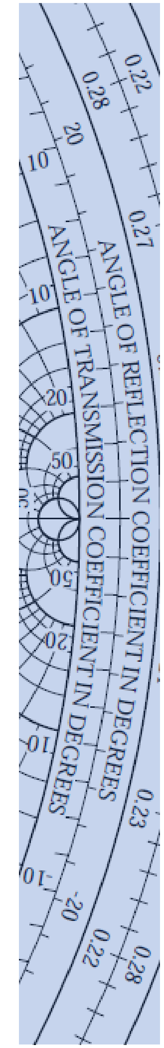
Escalas inferiores

5.2. Definición de la Carta de Smith

Longitudes de la línea en λ





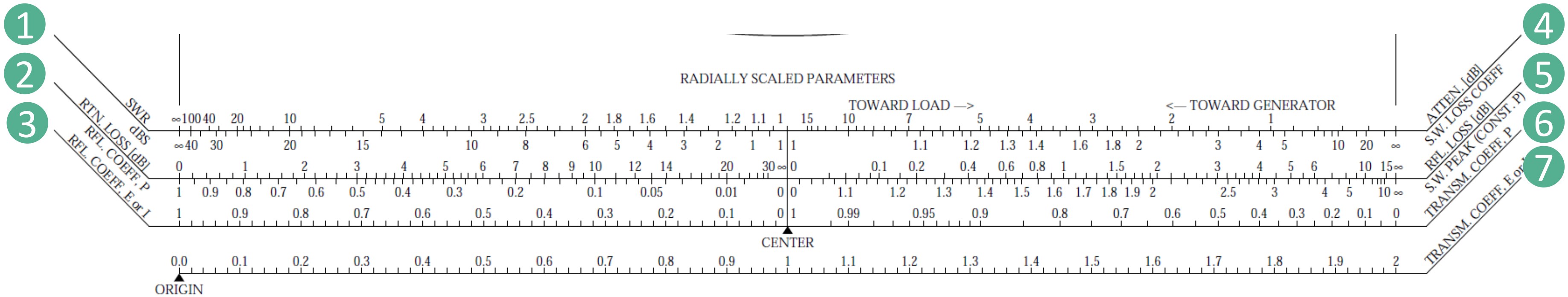


Fase de los coeficientes de transmisión y reflexión

5.2. Definición de la Carta de Smith

5.2.4 – Construcción de la Carta de Smith

- Escalas inferiores



1. SWR/ dBS: Razón de onda estacionaria (ROE) en escala lineal y logarítmica
2. RTN. LOSS [dB]: Pérdidas de retorno en dB: RL(dB) = $-10\log_{10}|\Gamma|^2$

   RFL. COEFF. P: Cuadrado del coeficiente de reflexión: $|\Gamma|^2$
3. REF. COEFF. E or I: Módulo del coeficiente de reflexión: $|\Gamma|$
4. ATTEN. [dB]/ S.W. LOSS COEFF
5. RFL. LOSS [dB]: Pérdidas por reflexión = $10\log_{10}(1- |\Gamma|^2)$ / S. W. PEAK (CONST. P)
6. TRANSM. COEFF. P: Coeficiente de transmisión en potencia: $1 - |\Gamma|^2$
7. TRANSM. COEFF. E or I: Coeficiente de transmisión: $T = 1 + \Gamma$ (válido sólo si impedancia real)

5.3. Cálculos sencillos con la Carta de Smith

1. Cálculo del coef. reflexión (Γ) a partir de la impedancia (Z)

1. Normalizamos *Z* a la impedancia característica de la línea, Z_0: $\bar{Z} = \dfrac{Z}{Z_0}$

2. Dibujamos $\bar{Z}$ en la carta de Smith

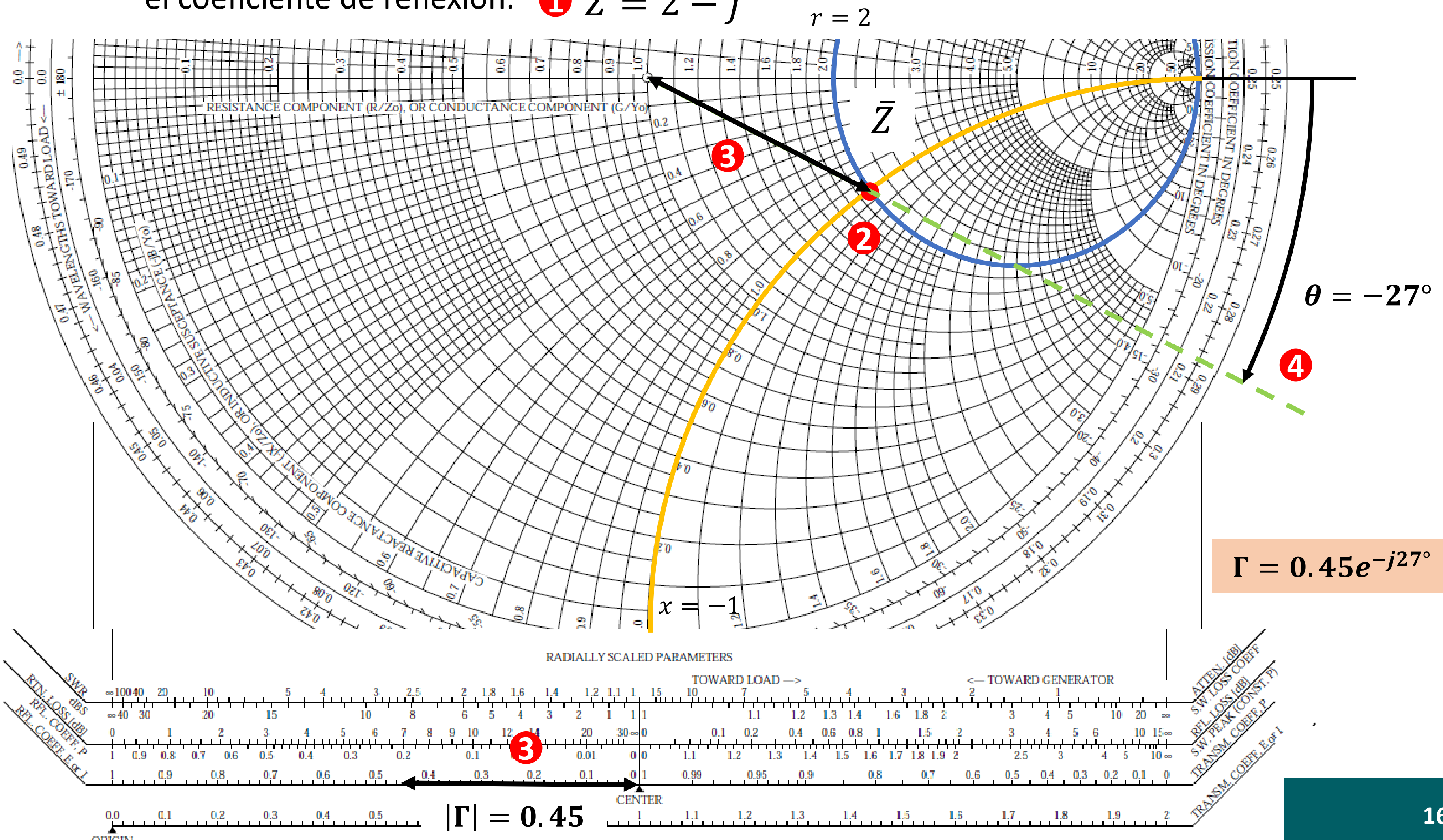
3. El módulo de Γ es la distancia desde el punto $\bar{Z}$ hasta el centro de la carta

4. El ángulo de Γ se lee en la escala exterior de ángulos de coeficiente de reflexión (en grados)

5.3. Cálculos sencillos con la Carta de Smith

1. Cálculo del coef. reflexión (Γ) a partir de la impedancia (Z)

- Ejemplo de aplicación: Dado un sistema con Z_0 = 50Ω y una carga Z_L = 100-50j Ω, calcular el coeficiente de reflexión. 1 $\bar{Z} = 2 - j$



5.3. Cálculos sencillos con la Carta de Smith

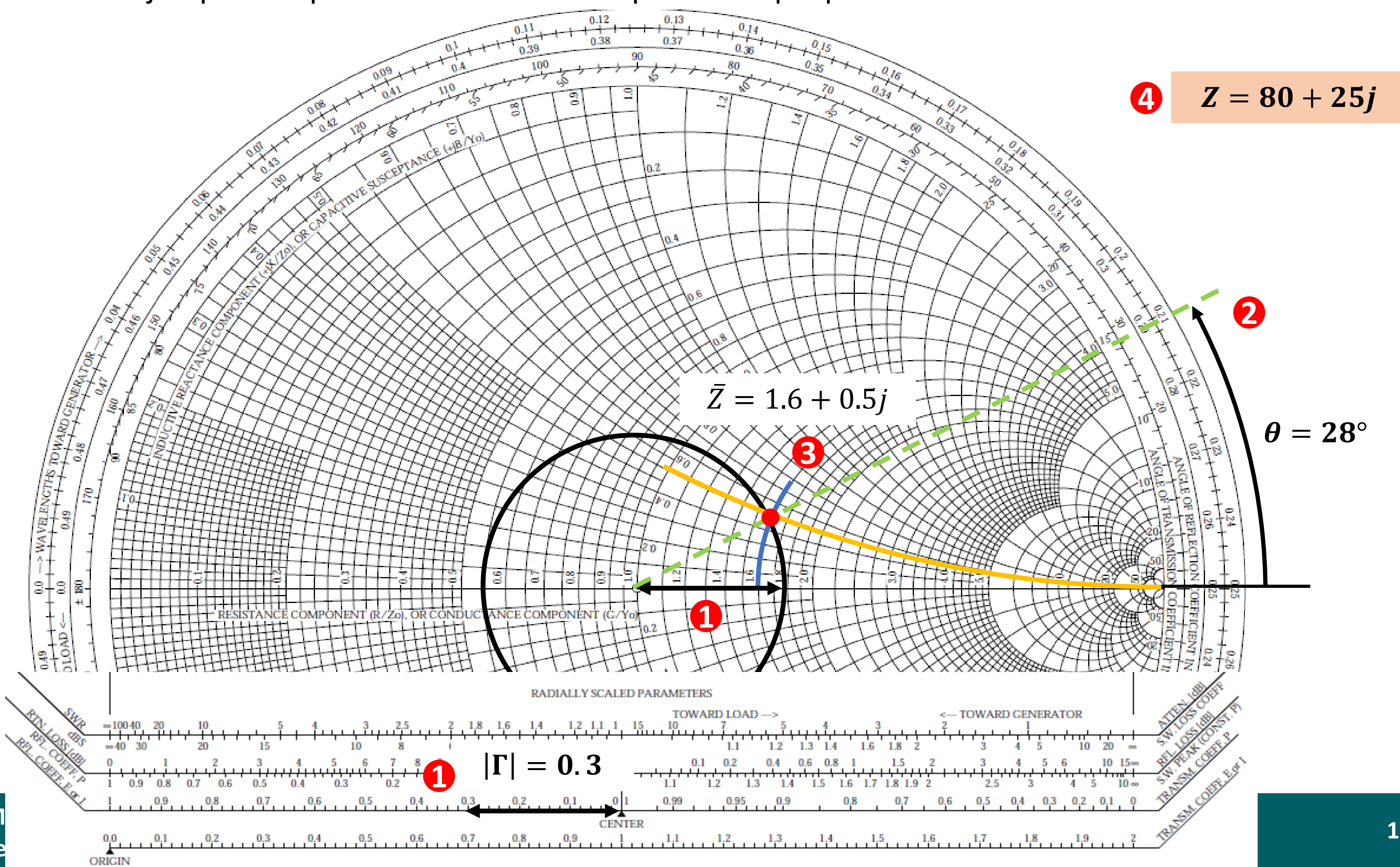
2. Cálculo de la impedancia (Z) a partir del coef. reflexión (Γ) complejo

1. Dibujamos la circunferencia de radio $|\Gamma|$ con centro el centro de la carta
2. Trazamos una recta desde el centro de la carta hasta el ángulo θ de la escala exterior (fase coef. de reflexión en grados)
3. El punto de corte entre la circunferencia y la recta es el punto $\bar{Z}$
4. Desnormalizamos para obtener la impedancia: $Z = \bar{Z} \cdot Z_0$

5.3. Cálculos sencillos con la Carta de Smith

2. Cálculo de la impedancia (Z) a partir del coef. reflexión (Γ) complejo

- Ejemplo de aplicación: Calcular la impedancia que produce un coef. de reflexión $\Gamma = 0.3e^{j28°}$

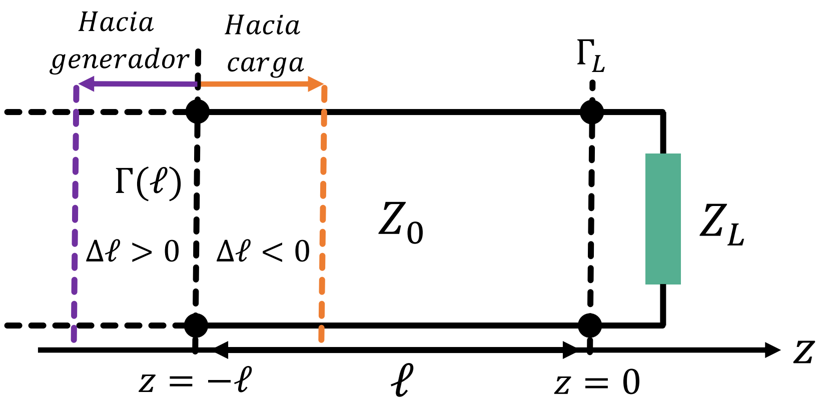


5.3. Cálculos sencillos con la Carta de Smith

3. Cálculo del Coef. de Reflexión/Impedancia a lo largo de la línea

El coeficiente de reflexión en un punto arbitrario de la línea viene dado por:

$$\Gamma(\ell) = \frac{V_r(\ell)}{V_i(\ell)} = \frac{V_{0r}e^{-j\beta\ell}}{V_{0i}e^{+j\beta\ell}} = \frac{V_{0r}}{V_{0i}}e^{-j2\beta\ell} = \Gamma_L e^{-j2\beta\ell}$$



Se quiere calcular $\Gamma(\ell+\Delta\ell)$, moviéndonos

- Hacia el generador: $\Delta\ell > 0$
- Hacia la carga: $\Delta\ell < 0$

El coef. reflexión en z = $-(\ell+\Delta\ell)$ es:

$$\Gamma(\ell + \Delta\ell) = \frac{V_{0r}}{V_{0i}}e^{-j2\beta(\ell+\Delta\ell)} = \Gamma(\ell)e^{-j2\beta\Delta\ell}$$

Por tanto, el desplazamiento en la línea produce un cambio de fase $\Delta\theta = -2\beta\Delta\ell$

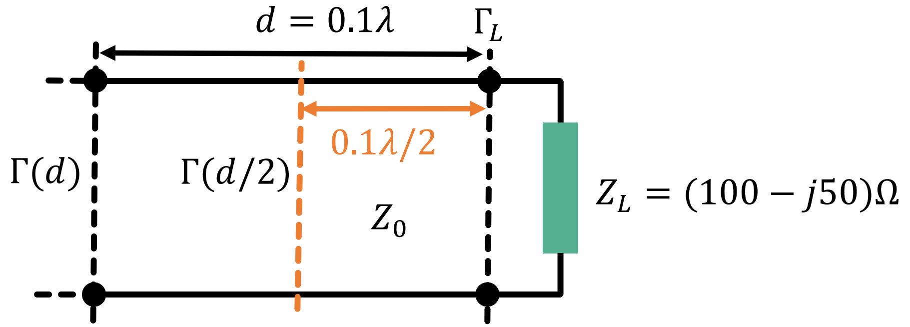
- Hacia el generador: $\Delta\theta < 0$
- Hacia la carga: $\Delta\theta > 0$

El módulo del coef. reflexión es constante a lo largo de la línea. El desplazamiento en la línea únicamente implica un giro de $\Delta\theta$ sobre la circunferencia de radio $|\Gamma|$

5.3. Cálculos sencillos con la Carta de Smith

3. Cálculo del Coef. de Reflexión/Impedancia a lo largo de la línea

- Ejemplo de aplicación: Calcular $\Gamma(d/2)$ empleando la carta de Smith. Z_0 = 50Ω.



1. Determinar el coef. reflexión en la carga. De un ejemplo anterior se sabe:
   $\Gamma(0) = \Gamma_L = 0.45e^{-j27°}$

2. Desplazar el coef. reflexión hasta $d/2$ (hacia el generador) supone $\Delta\ell$ = 0.05λ. El cambio de fase es:

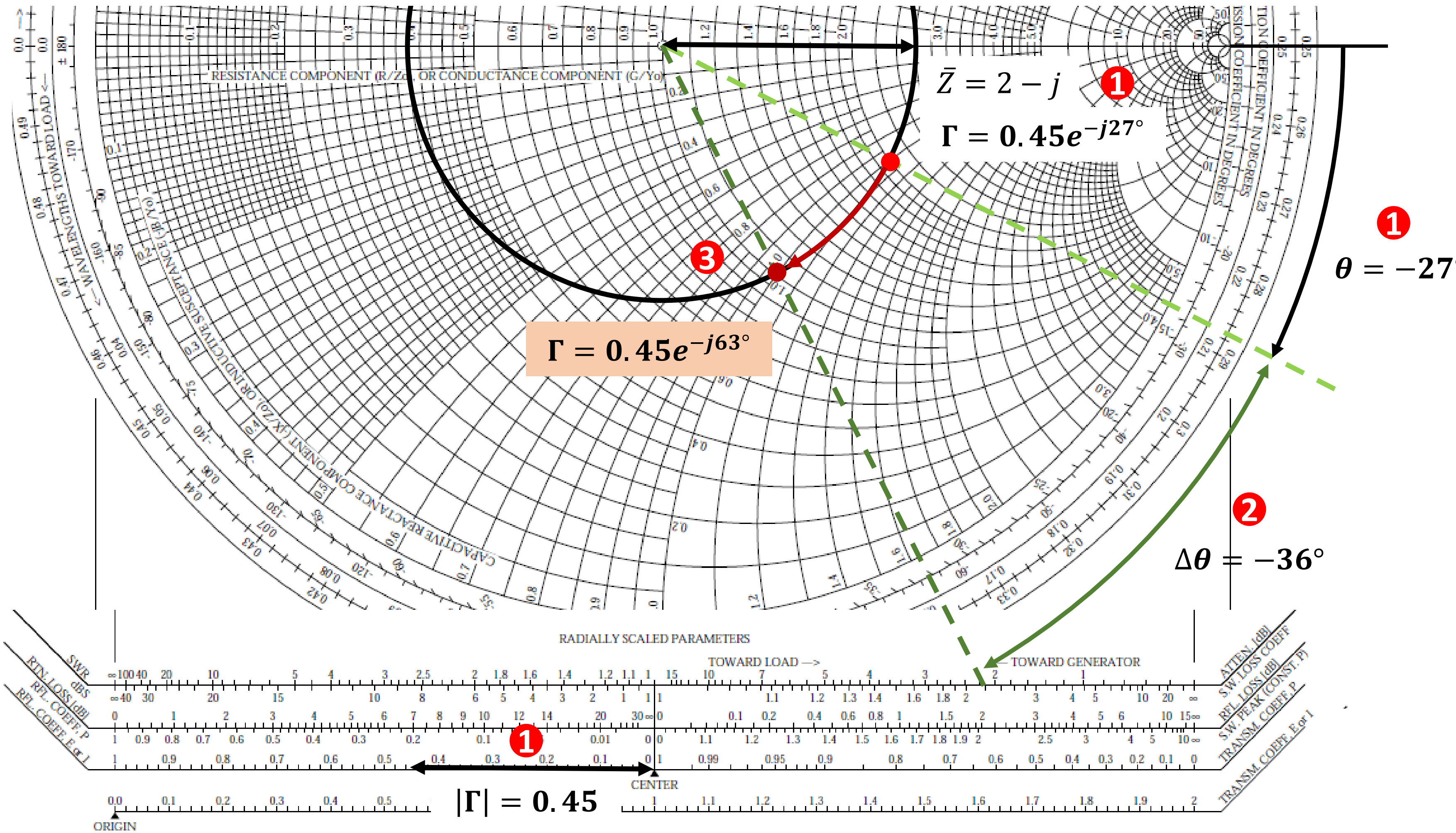
$$\Delta\theta = -2\beta\Delta\ell = -2\frac{2\pi}{\lambda}0.05\lambda = -0.2\pi = -36°$$

3. Sobre la circunferencia de radio $|\Gamma|$ nos desplazamos hasta la nueva fase del coef. reflexión:

$$\theta + \Delta\theta = -27° + (-36°) = -63°$$

5.3. Cálculos sencillos con la Carta de Smith

3. Cálculo del Coef. de Reflexión/Impedancia a lo largo de la línea



5.3. Cálculos sencillos con la Carta de Smith

3. Cálculo del Coef. de Reflexión/Impedancia a lo largo de la línea

- En lugar de con ángulos (grados), se puede trabajar con distancias (λ)
- En este caso se utiliza la escalas más exteriores (λ hacia generador o carga)
- El coef. reflexión se repite cada $\lambda/2$

DEMOSTRACIÓN

Expresión general

$$\Gamma(\ell) = \Gamma_L e^{-j2\beta\ell} = |\Gamma| e^{j\theta} e^{-j2\beta\ell}$$

Caso particular: $z = 0$ $\quad \Gamma(0) = |\Gamma| e^{j\theta}$

Caso particular: $z = \lambda/2$ $\quad \Gamma\left(\lambda/_2\right) = |\Gamma| e^{j\theta} e^{-j2\frac{2\pi\lambda}{\lambda\,2}} = |\Gamma| e^{j\theta} e^{-j2\pi} = \Gamma(0)$

- Para calcular el coef. reflexión a lo largo de la línea $\Gamma(\ell+\Delta\ell)$ nos movemos sobre la circunferencia de radio $|\Gamma|$ una distancia en longitudes de onda $\overline{\Delta\ell} = \Delta\ell/\lambda$

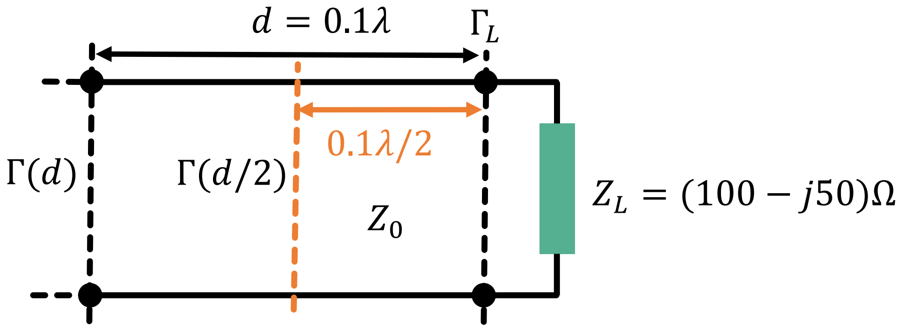
- El desplazamiento de $\Delta\ell = 0.5\lambda$ por la línea equivale a una vuelta entera a la carta; por lo tanto, si el desplazamiento es mayor, restamos las vueltas completas y desplazamos el resto de la división $\overline{\Delta\ell}/0.5$
  - Ejemplo: Si $\Delta\ell$ = 320 mm y λ = 50 mm $\rightarrow \overline{\Delta\ell} = \Delta\ell/\lambda$ = 320/50 = 6.4λ

    Esto implica 12·0.5λ + 0.4λ, es decir, 12 vueltas completas más 0.4λ

5.3. Cálculos sencillos con la Carta de Smith

3. Cálculo del Coef. de Reflexión/Impedancia a lo largo de la línea

- Ejemplo de aplicación: Repetimos el ejemplo pero ahora con longitudes. Calcular $\Gamma(d/2)$ empleando la carta de Smith. $Z_0 = 50\Omega$.



1. Determinar el coef. reflexión en la carga. De un ejemplo anterior se sabe:

$$\Gamma(0) = \Gamma_L = 0.45e^{-j27°} \qquad \theta = -27° \rightarrow \ell = 0.287\lambda$$

2. Desplazar el coef. reflexión hasta $d/2$ (hacia el generador) supone $\Delta\ell = 0.05\lambda$.

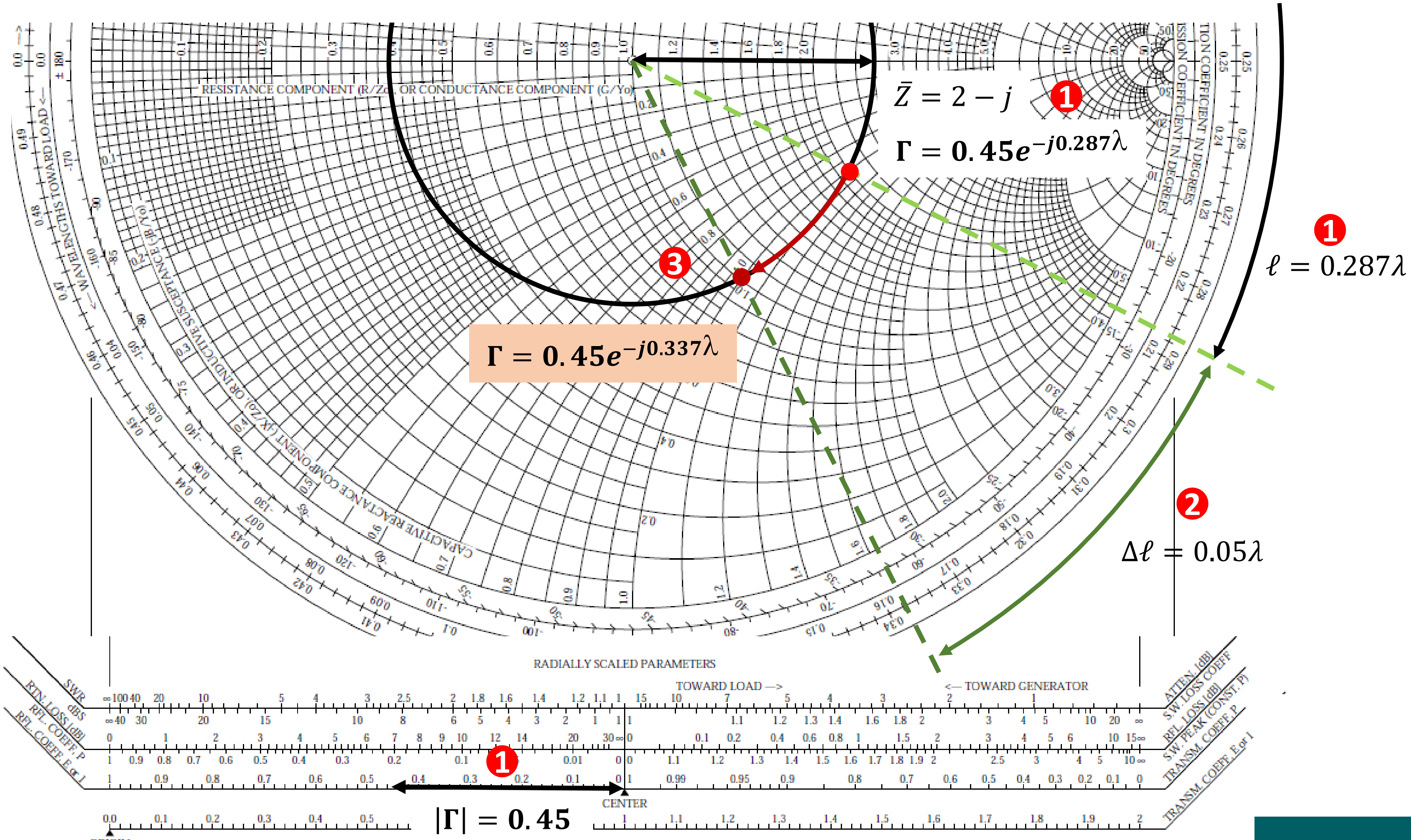
$$\overline{\Delta\ell} = \Delta\ell/\lambda = 0.05$$

3. Sobre la circunferencia de radio $|\Gamma|$ nos desplazamos hasta la nueva fase del coef. reflexión:

$$\ell + \Delta\ell = (0.287 + 0.05)\lambda = 0.337\lambda$$

5.3. Cálculos sencillos con la Carta de Smith

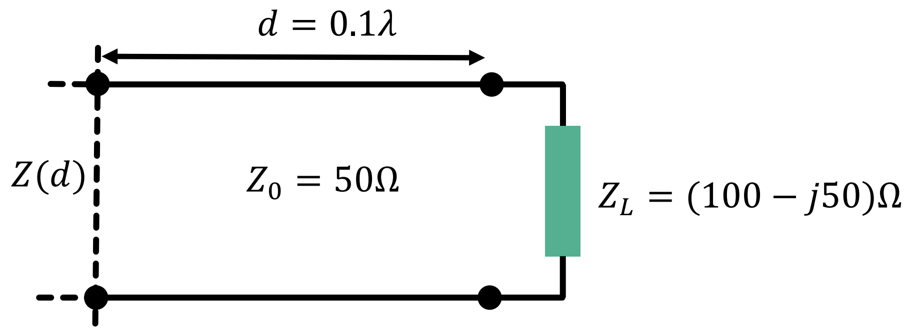
3. Cálculo del Coef. de Reflexión/Impedancia a lo largo de la línea



5.3. Cálculos sencillos con la Carta de Smith

3. Cálculo del Coef. de Reflexión/Impedancia a lo largo de la línea

- Ejemplo: Calcular $Z(d)$ empleando la carta de Smith

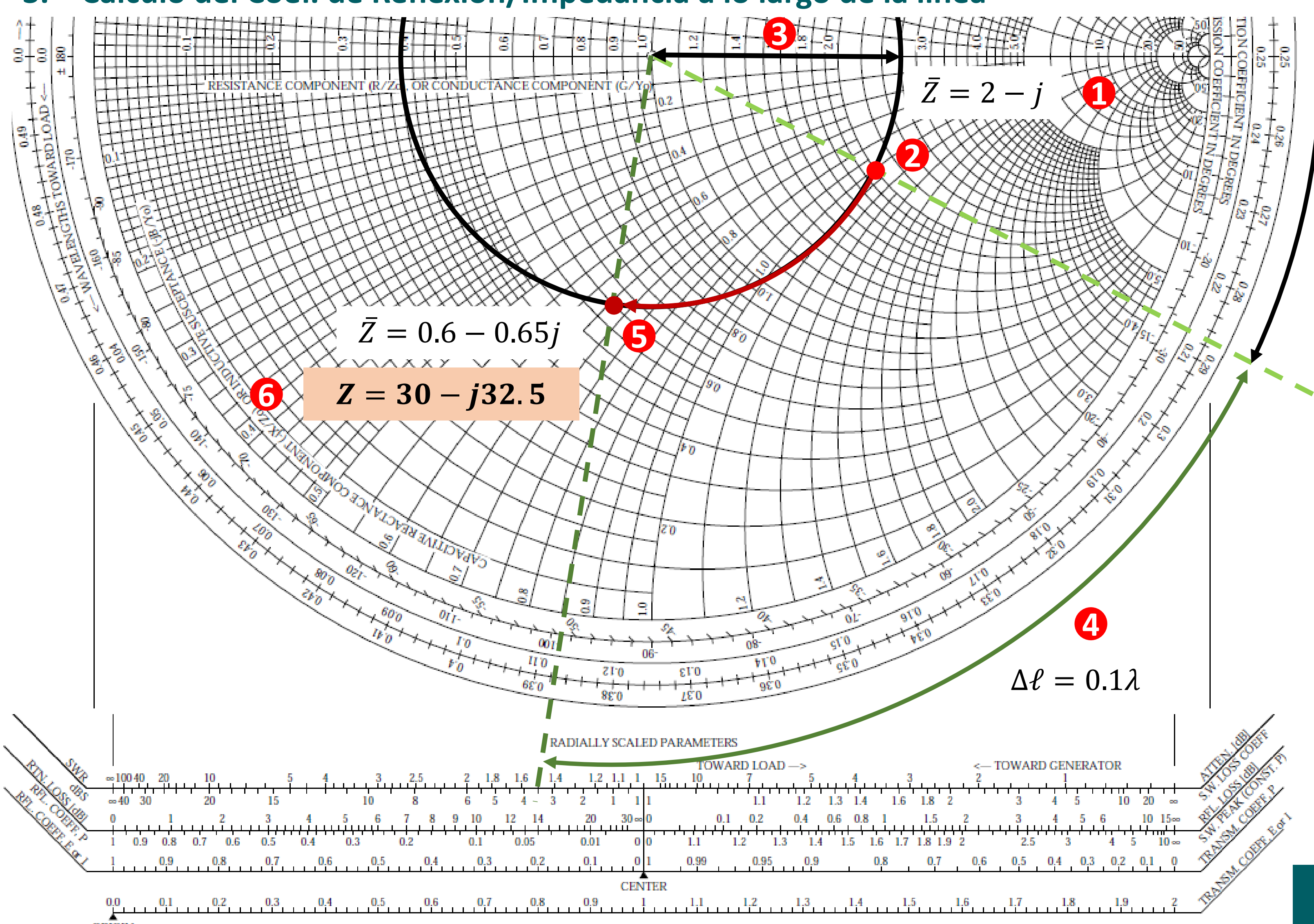


- Procedimiento de resolución

1. Normalizamos la impedancia
2. Dibujamos la impedancia normalizada en la carta de Smith
3. Dibujamos la circunferencia que pasa por la impedancia normalizada
4. Nos desplazamos hacia el generador una distancia *d*
5. El punto de llegada es la impedancia buscada (normalizada)
6. Desnormalizamos el nuevo valor de impedancia

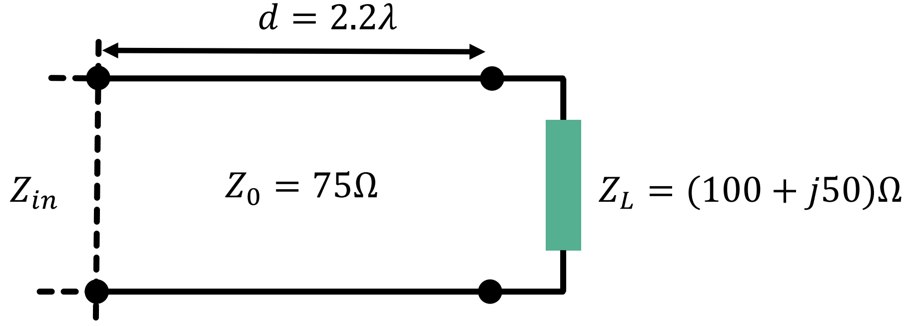
5.3. Cálculos sencillos con la Carta de Smith

3. Cálculo del Coef. de Reflexión/Impedancia a lo largo de la línea



5.3. Cálculos sencillos con la Carta de Smith

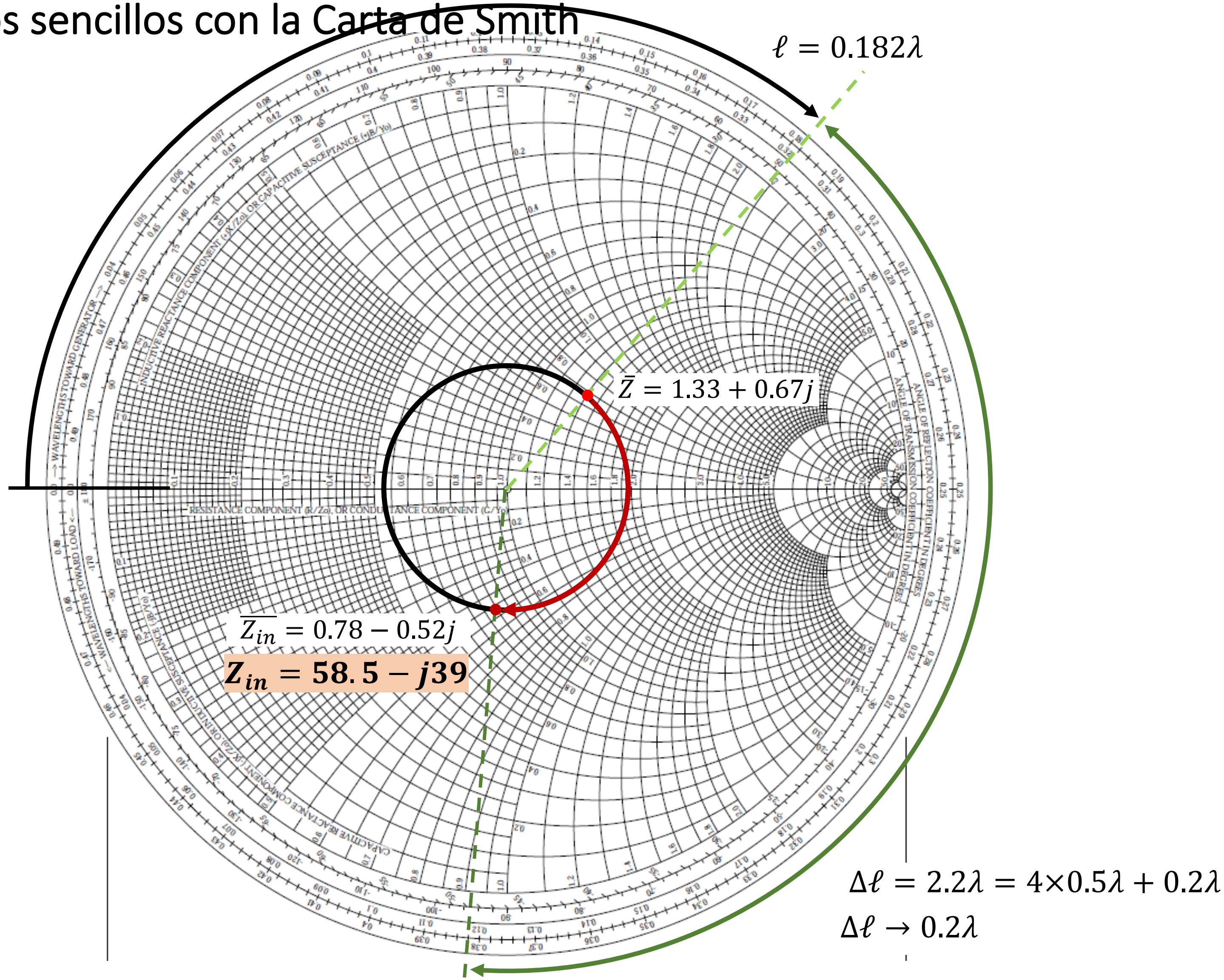
- Ejemplo: En una línea sin pérdidas con Z_0 = 75Ω, de longitud 2.2λ y con una carga Z_L = 100+j50Ω, se pide calcular utilizando la carta de Smith



a) Impedancia de entrada, Z_{in}
b) Coeficiente de reflexión en la carga
c) Impedancia vista en el centro de la línea
d) Coeficiente de reflexión en el centro de la línea

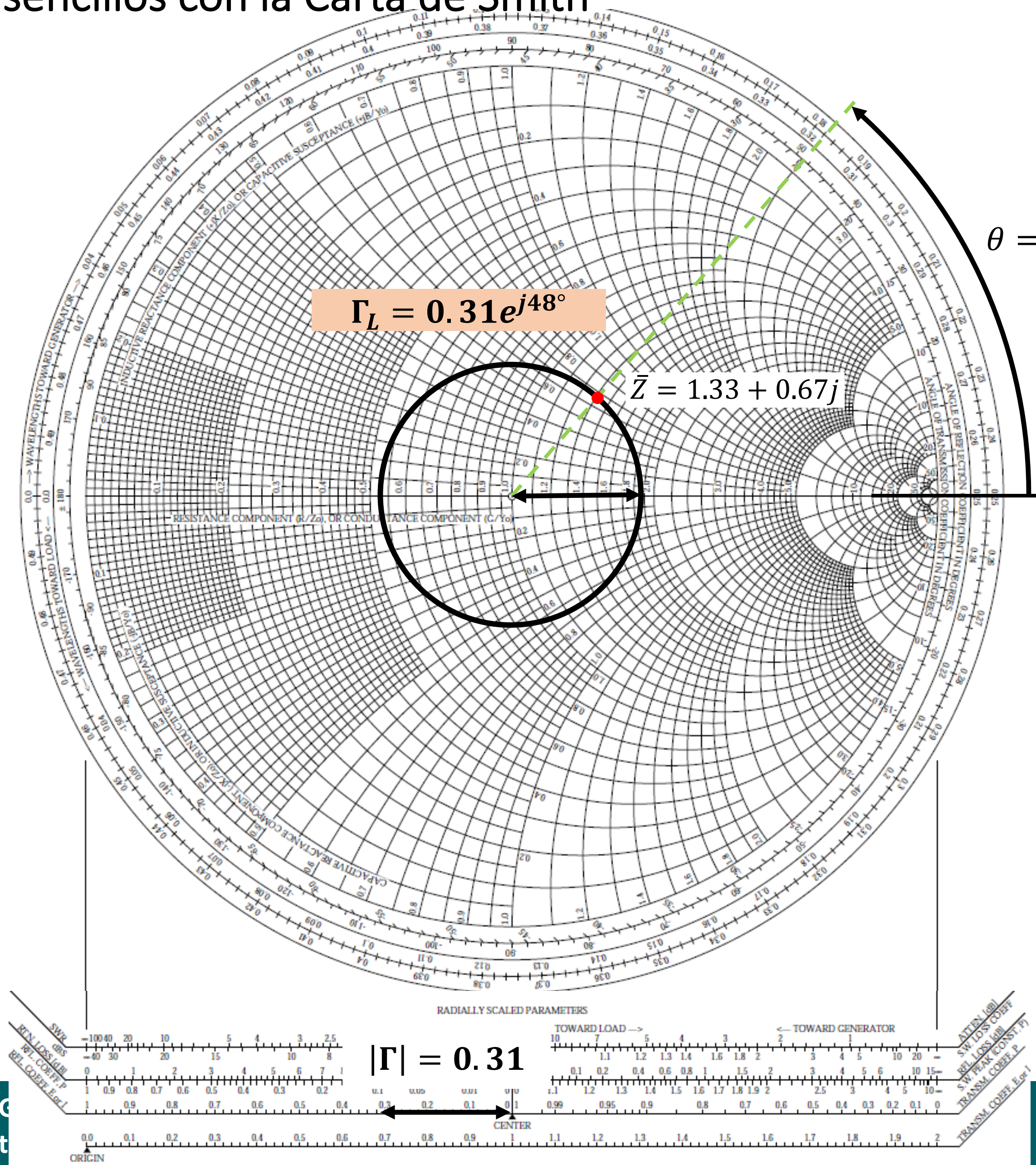
5.3. Cálculos sencillos con la Carta de Smith

$Z_{in} = ?$



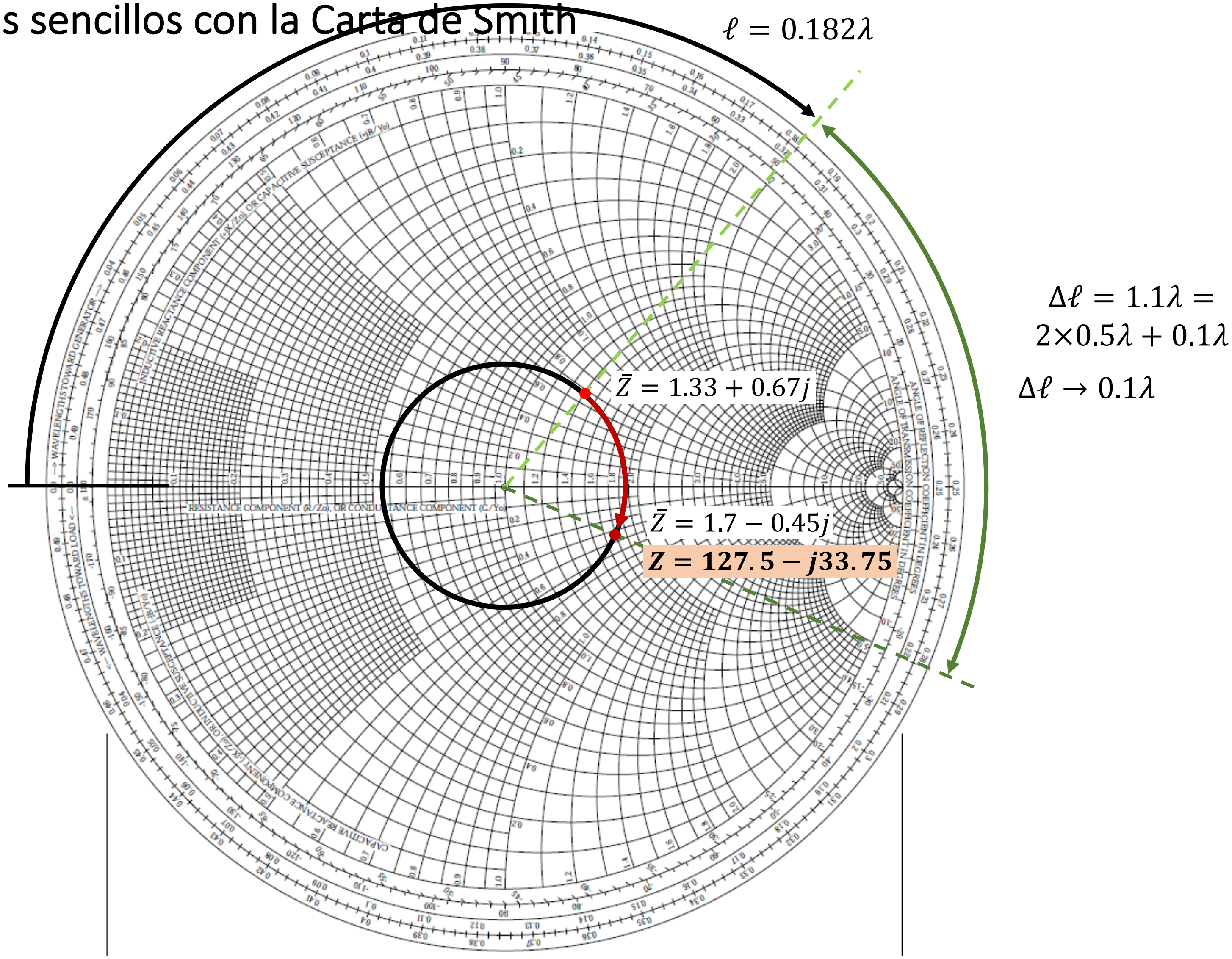
5.3. Cálculos sencillos con la Carta de Smith

$\Gamma_L = ?$



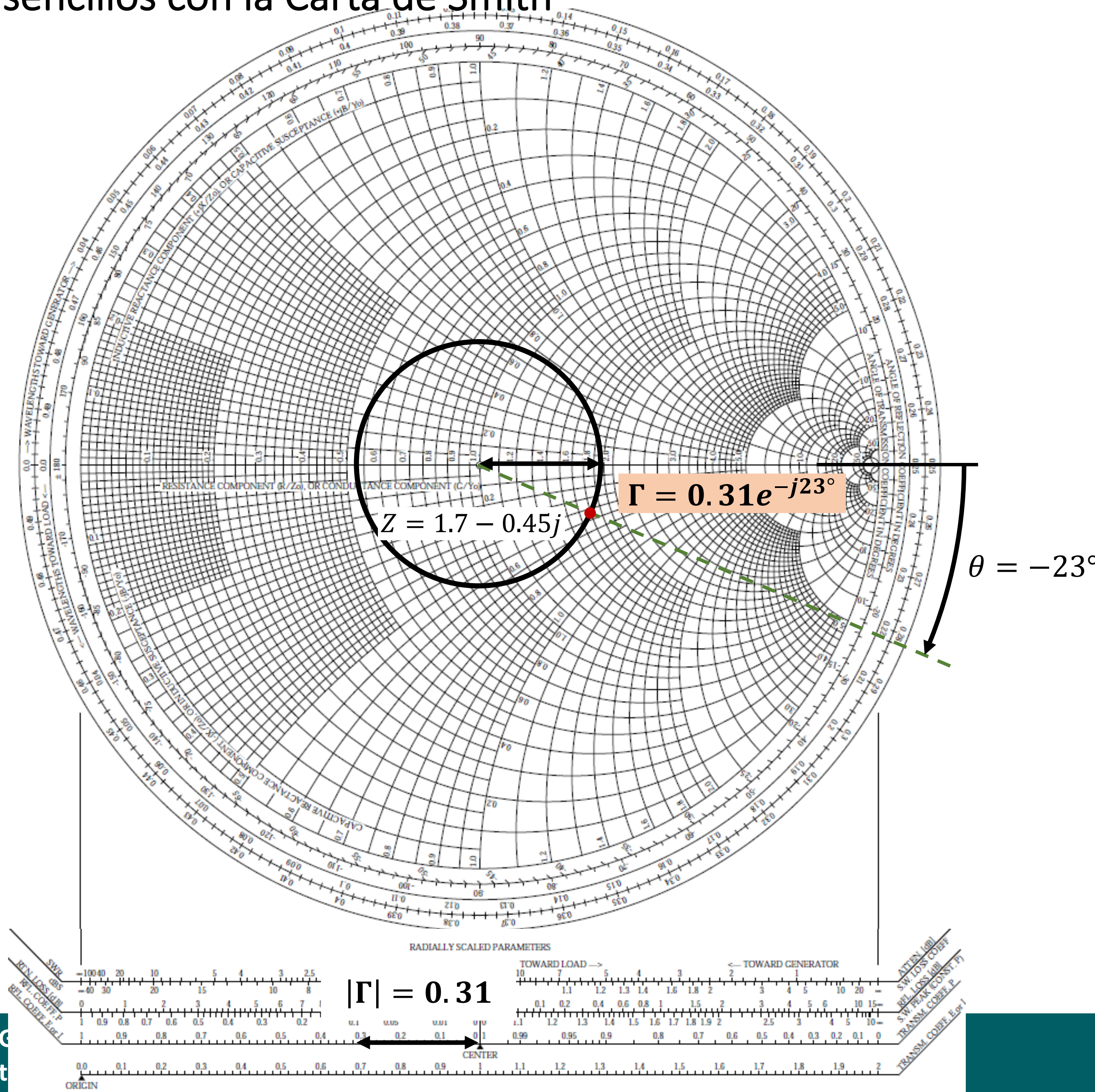
5.3. Cálculos sencillos con la Carta de Smith

$Z(d/2) = ?$



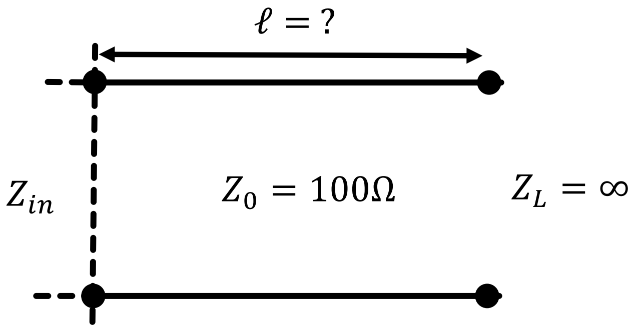
5.3. Cálculos sencillos con la Carta de Smith

$\Gamma(d/2) = ?$



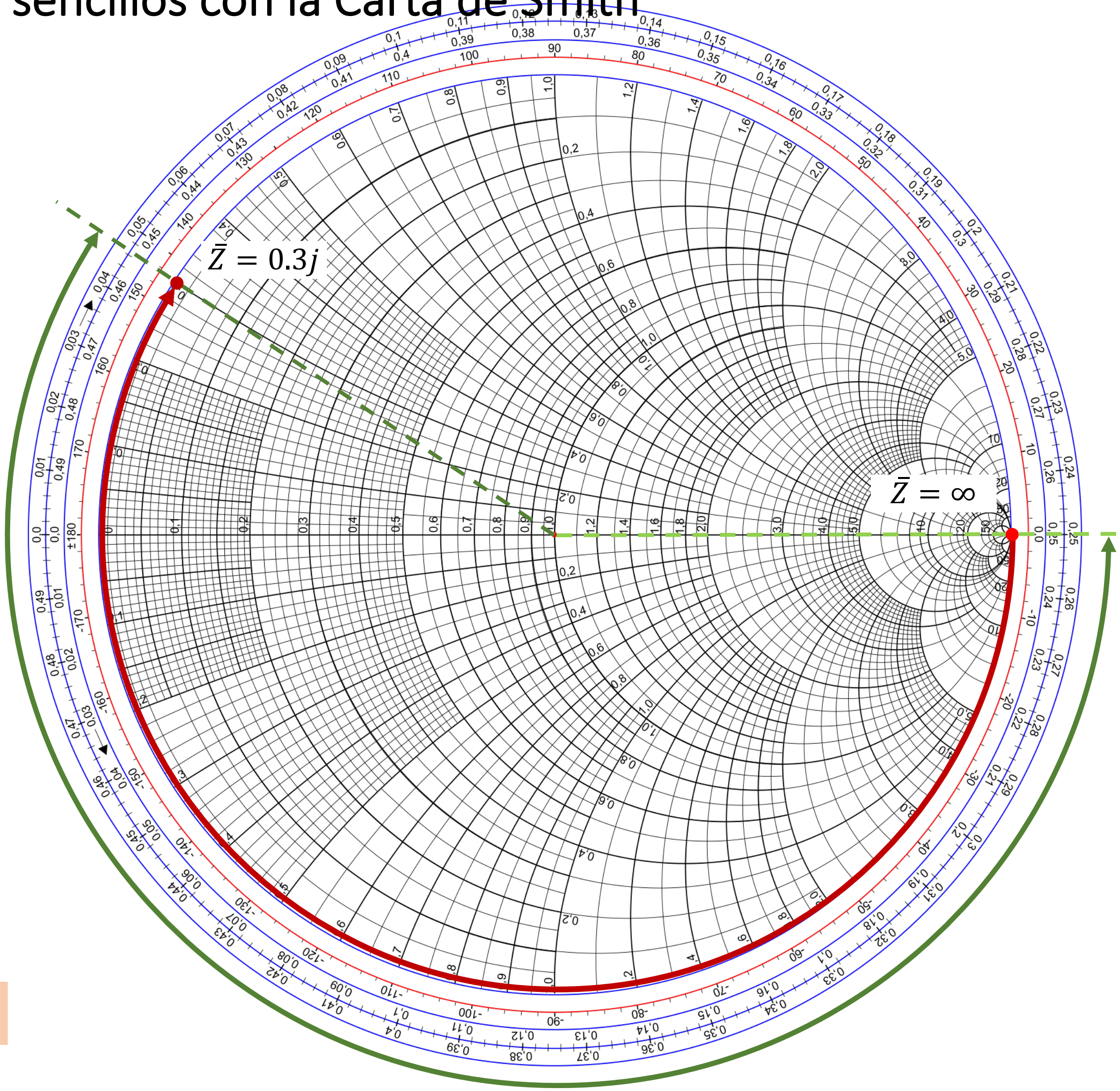
5.3. Cálculos sencillos con la Carta de Smith

- <u>Ejemplo</u>: Determinar la longitud de una línea sin pérdidas terminada en circuito abierto con Z_0 = 100Ω para que a la entrada presente una impedancia Z_{in} = j30 Ω. Datos adicionales: ε_r = 2.5 y f = 300 MHz.



5.3. Cálculos sencillos con la Carta de Smith

$\ell = ?$



$\ell = 0.295\lambda$

$$\lambda = \frac{c}{\sqrt{e_r}f} = \frac{1}{\sqrt{2.5}}$$

$\boldsymbol{\ell = 18.7\ cm}$

5.3. Cálculos sencillos con la Carta de Smith

4. Determinación de Z_{max}, Z_{min}, V_{max}, V_{min} en la línea

- Cambio de la impedancia a lo largo de la línea de transmisión
- Existencia de puntos con valores máximos y mínimos

$$V(z) = V^{+} \cdot e^{-j\beta z} + V^{-} \cdot e^{+j\beta z}$$

$$I(z) = I^{+} \cdot e^{-j\beta z} - I^{-} \cdot e^{+j\beta z} = \frac{V^{+}}{Z_0} \cdot e^{-j\beta z} - \frac{V^{-}}{Z_0} \cdot e^{+j\beta z}$$

$$\bar{Z}(z) = \frac{V(z)}{I(z)} = \frac{e^{-j\beta z} + \Gamma_L e^{+j\beta z}}{e^{-j\beta z} - \Gamma_L e^{+j\beta z}} = \frac{1 + \Gamma_L e^{+j2\beta z}}{1 - \Gamma_L e^{+j2\beta z}}$$

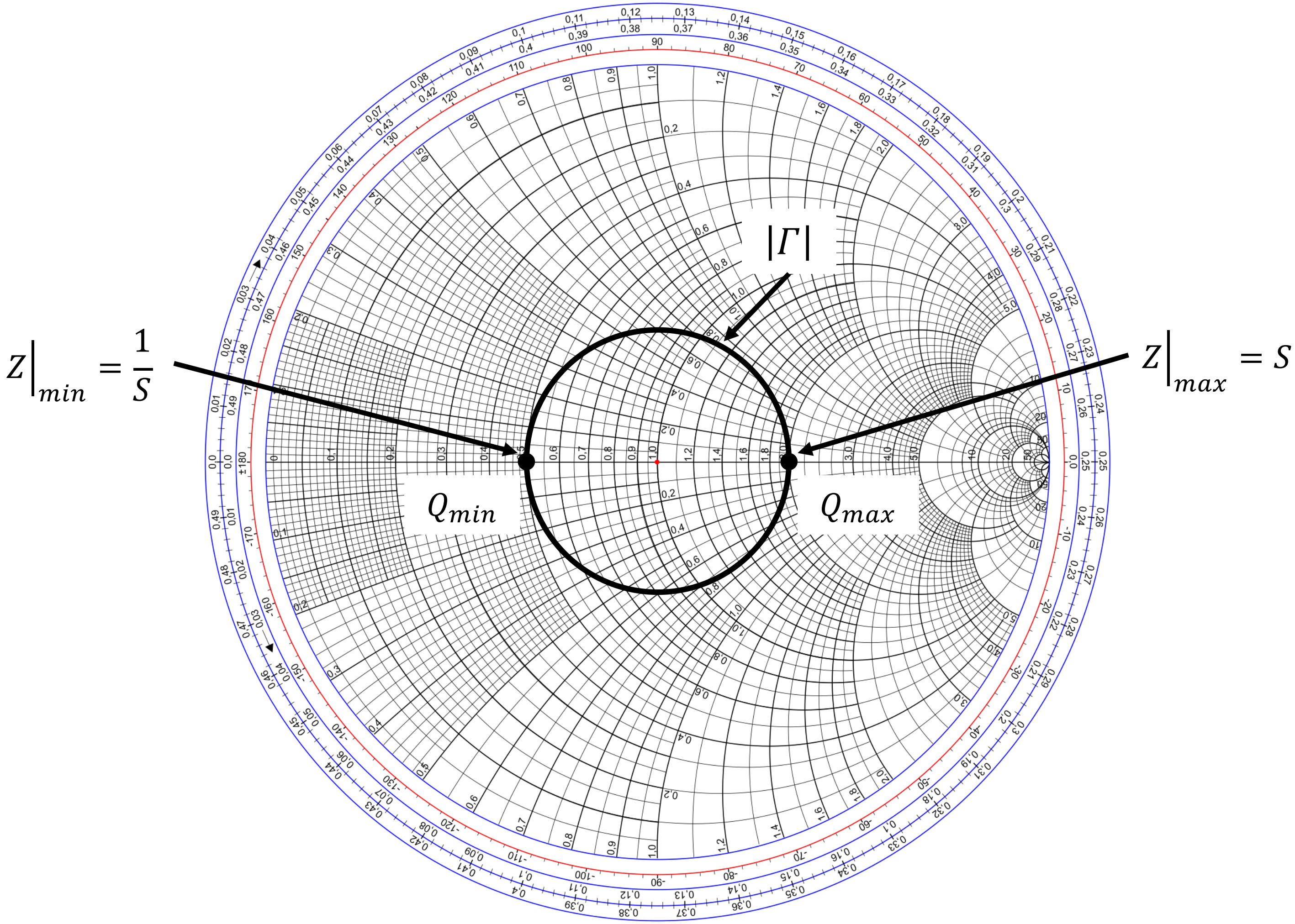
$$Z\Big|_{max} = \frac{|V(z)|_{max}}{|I(z)|_{min}} = Z_0 \frac{1 + |\Gamma_L|}{1 - |\Gamma_L|} \rightarrow \bar{Z}\Big|_{max} = \frac{1 + |\Gamma_L|}{1 - |\Gamma_L|} = ROE = S$$

$$Z\Big|_{min} = \frac{|V(z)|_{min}}{|I(z)|_{max}} = Z_0 \frac{1 - |\Gamma_L|}{1 + |\Gamma_L|} \rightarrow \bar{Z}\Big|_{min} = \frac{1 - |\Gamma_L|}{1 + |\Gamma_L|} = \frac{1}{ROE} = \frac{1}{S}$$

- ROE: Razón de Onda Estacionaria (SWR en inglés). ROE $\geq$ 1.
- Los puntos de Z_{max} estarán situados en la semirrecta $\Gamma_r \geq 0$ y $\Gamma_i = 0$
- Los puntos de Z_{min} estarán situados en la semirrecta $\Gamma_r \leq 0$ y $\Gamma_i = 0$

5.3. Cálculos sencillos con la Carta de Smith

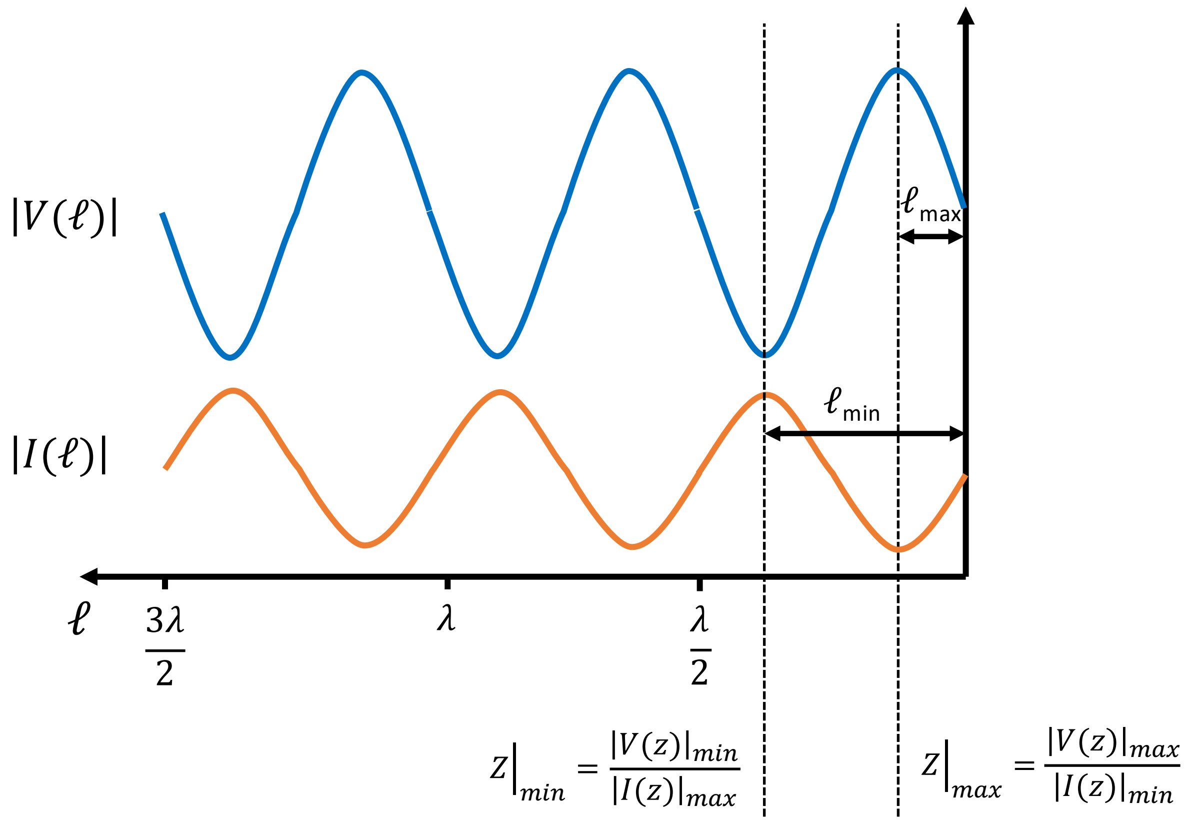
4. Determinación de Z_{max}, Z_{min}, V_{max}, V_{min} en la línea



5.3. Cálculos sencillos con la Carta de Smith

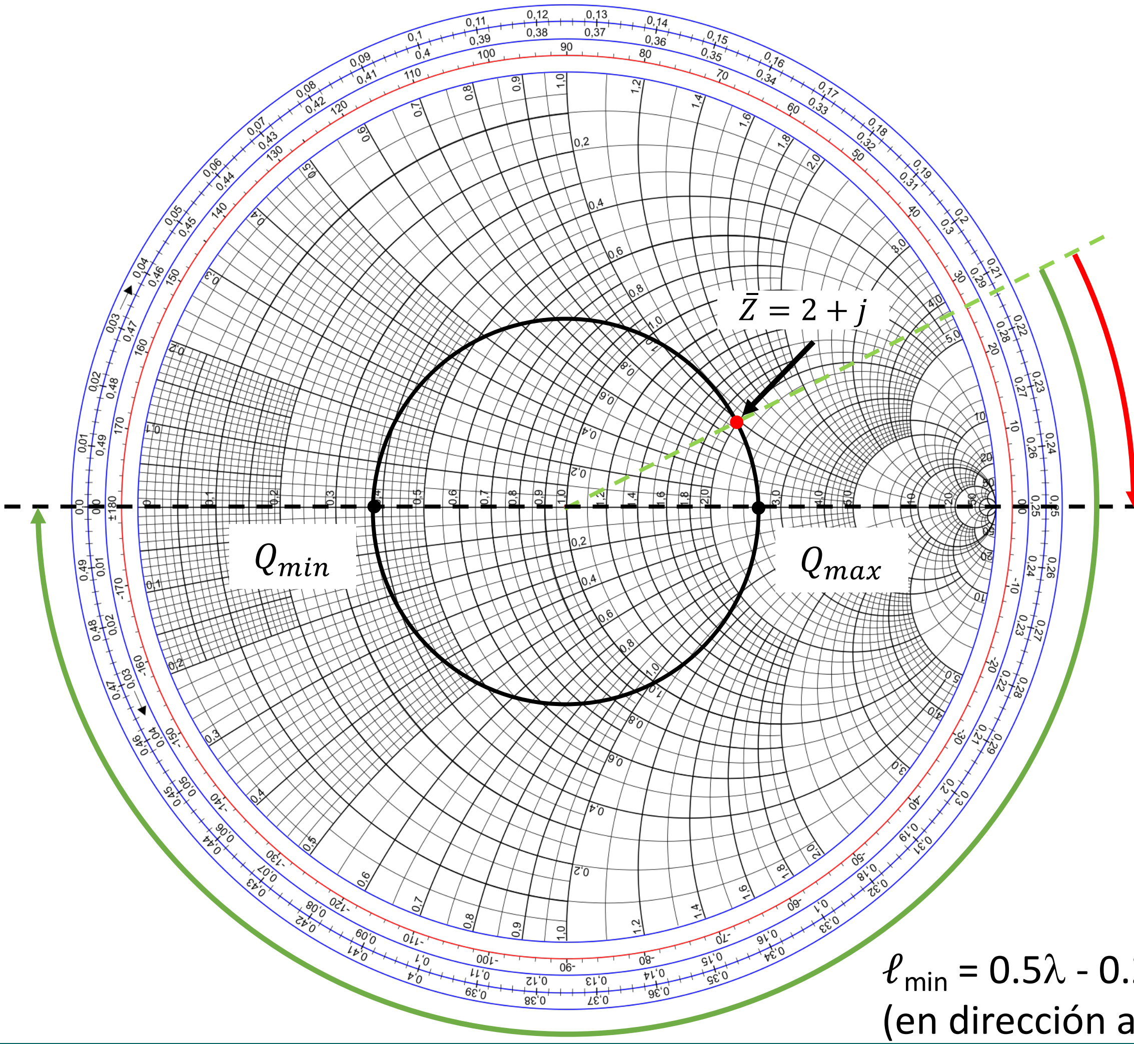
4. Determinación de Z_{max}, Z_{min}, V_{max}, V_{min} en la línea

- Los puntos Q_{min} y Q_{max} también representan las posiciones de la línea donde el módulo de la tensión es mínimo y máximo, respectivamente

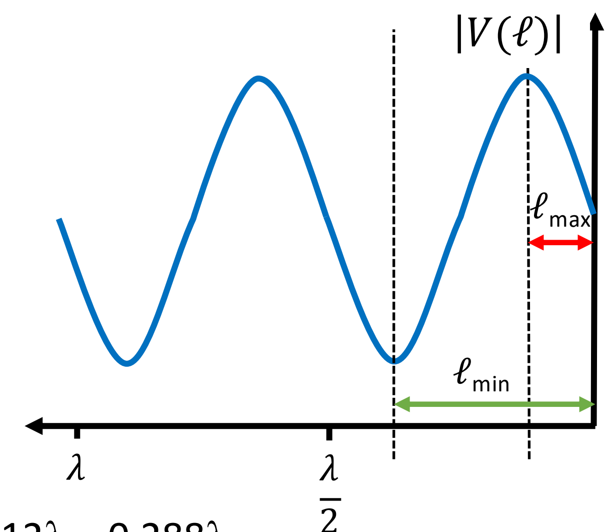


5.3. Cálculos sencillos con la Carta de Smith

4. Determinación de Z_{max}, Z_{min}, V_{max}, V_{min} en la línea



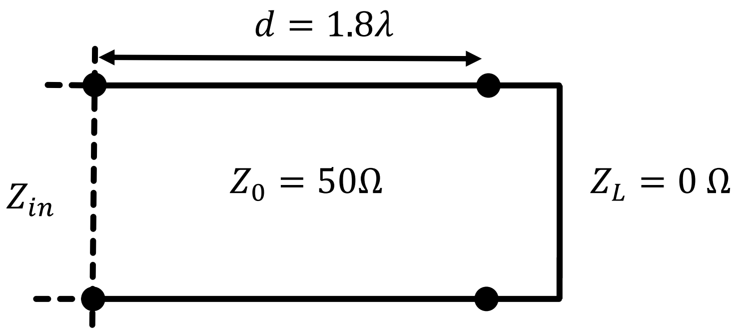
$\ell_{max} = 0.25\lambda - 0.212\lambda = 0.038\lambda$
(en dirección al generador)



$\ell_{min} = 0.5\lambda - 0.212\lambda = 0.288\lambda$
(en dirección al generador)

4. Determinación de Z_{max}, Z_{min}, V_{max}, V_{min} en la línea

- Ejemplo: Dada una línea sin pérdidas con Z_0 = 50Ω terminada en cortocircuito y de longitud *d* = 1.8λ, se pide:



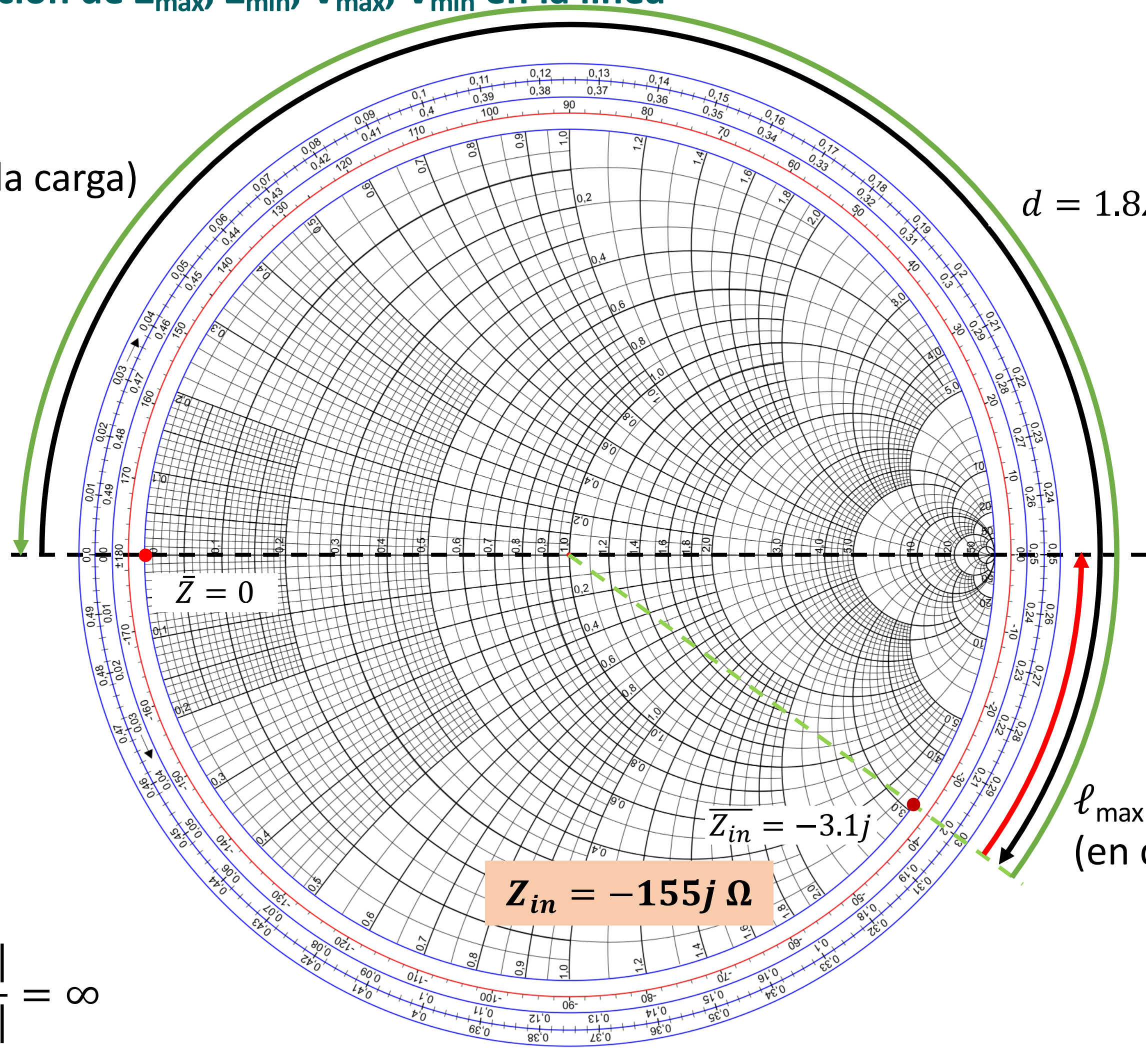
a) Impedancia de entrada, Z_{in}
b) Posición del primer mínimo de voltaje más cercano al generador
c) Posición del primer máximo de voltaje más cercano al generador
d) ROE de la línea

5.3. Cálculos sencillos con la Carta de Smith

4. Determinación de Z_{max}, Z_{min}, V_{max}, V_{min} en la línea

$\ell_{min} = 0.3\lambda$
(en dirección a la carga)

$d = 1.8\lambda = 3 \times 0.5\lambda + 0.3\lambda$



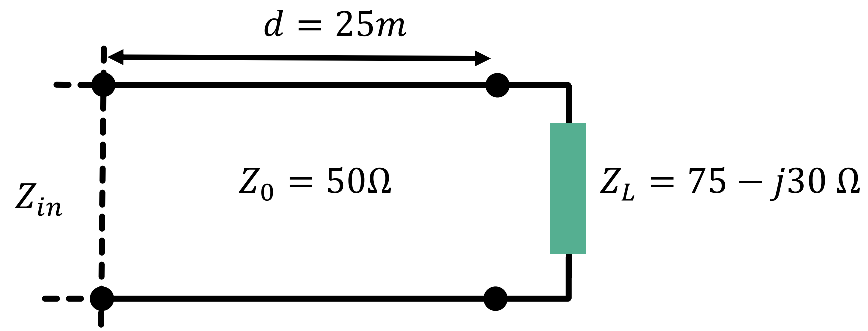
$\ell_{max} = 0.05\lambda$
(en dirección a la carga)

$$ROE = \frac{1 + |\Gamma_L|}{1 - |\Gamma_L|} = \infty$$

5.3. Cálculos sencillos con la Carta de Smith

4. Determinación de Z_{max}, Z_{min}, V_{max}, V_{min} en la línea

- Ejemplo: En un cable coaxial ($\varepsilon_r = 2.26$) con $Z_0 = 50\Omega$, de longitud 25 m, con una impedancia de carga $Z_L = 75\text{-}j30\Omega$ y a la frecuencia de 600 MHz, se pide:



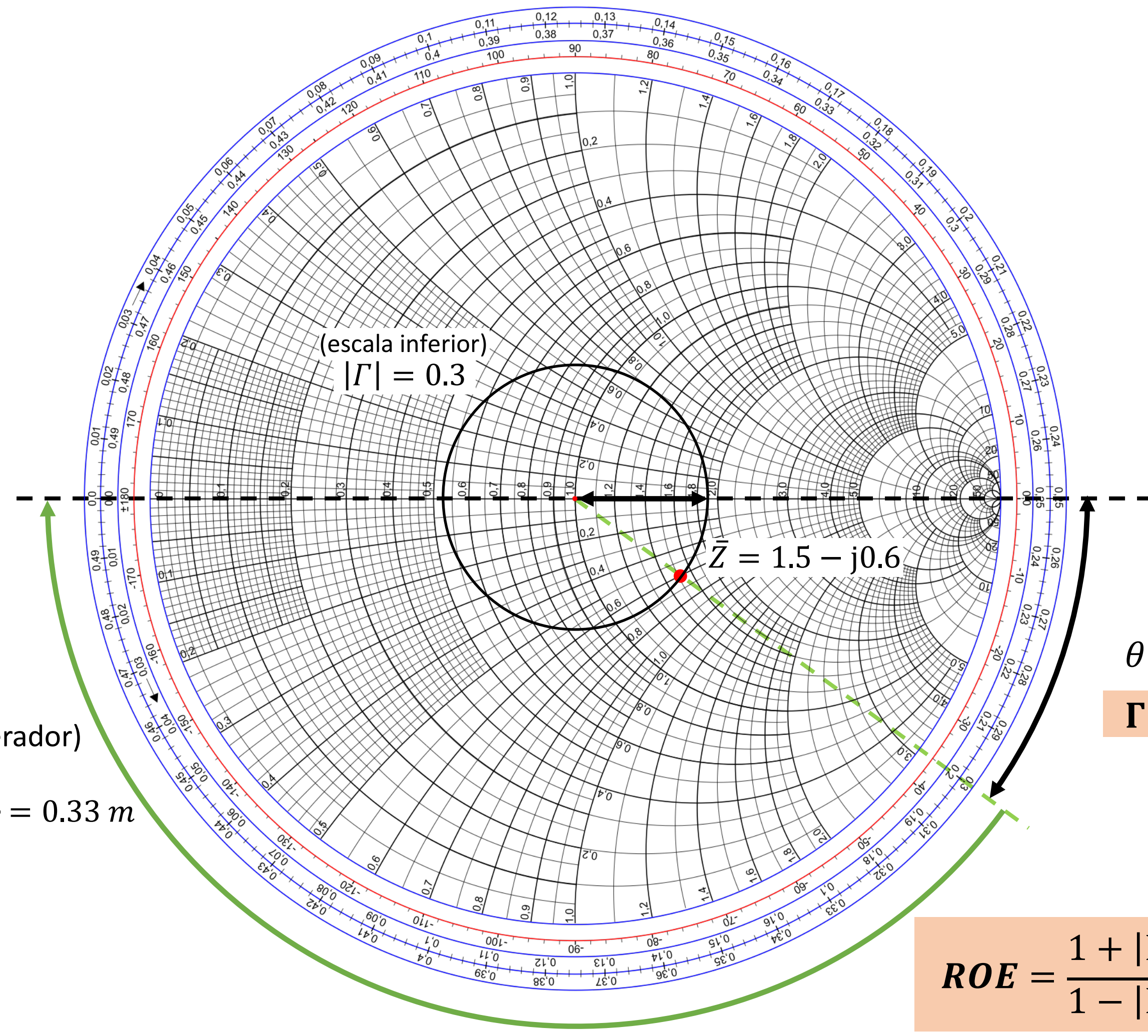
a) Coeficiente de reflexión en la carga

b) Distancia (en metros) entre carga y primer mínimo del voltaje

c) ROE de la línea

5.3. Cálculos sencillos con la Carta de Smith

4. Determinación de Z_{max}, Z_{min}, V_{max}, V_{min} en la línea



$\theta = -36°$

$\boldsymbol{\Gamma = 0.3e^{-j36°}}$

$\ell_{min} = 0.2\lambda$
(en dirección al generador)

$$\lambda = \frac{c}{\sqrt{e_r}f} = \frac{1}{2\sqrt{2.26}} = 0.33\ m$$

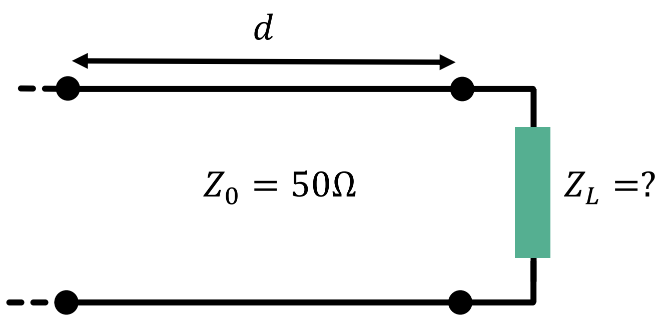
ℓ_{min} = 0.066 m

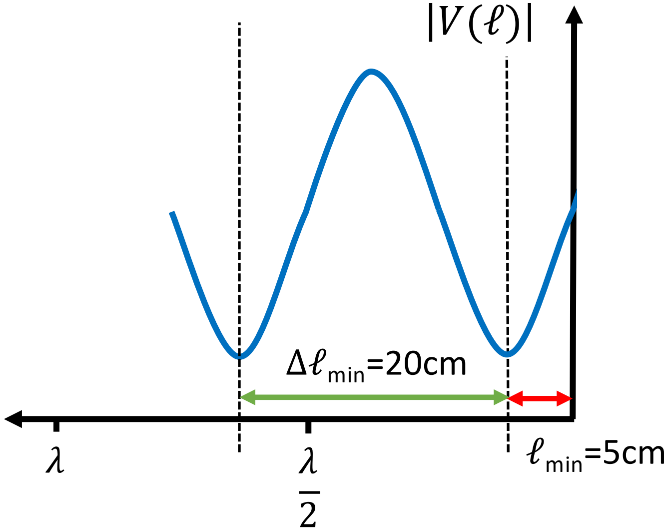
$$\boldsymbol{ROE} = \frac{1+|\Gamma_L|}{1-|\Gamma_L|} = \frac{1+0.3}{1-0.3} = \mathbf{1.86}$$

5.3. Cálculos sencillos con la Carta de Smith

4. Determinación de Z_{max}, Z_{min}, V_{max}, V_{min} en la línea

- Ejemplo: Una línea de transmisión con Z_0 = 50Ω tiene una ROE = 3. El primer mínimo de voltaje ocurre a 5 cm de la carga, siendo la distancia entre mínimos consecutivos de 20 cm. Calcular la impedancia de carga.



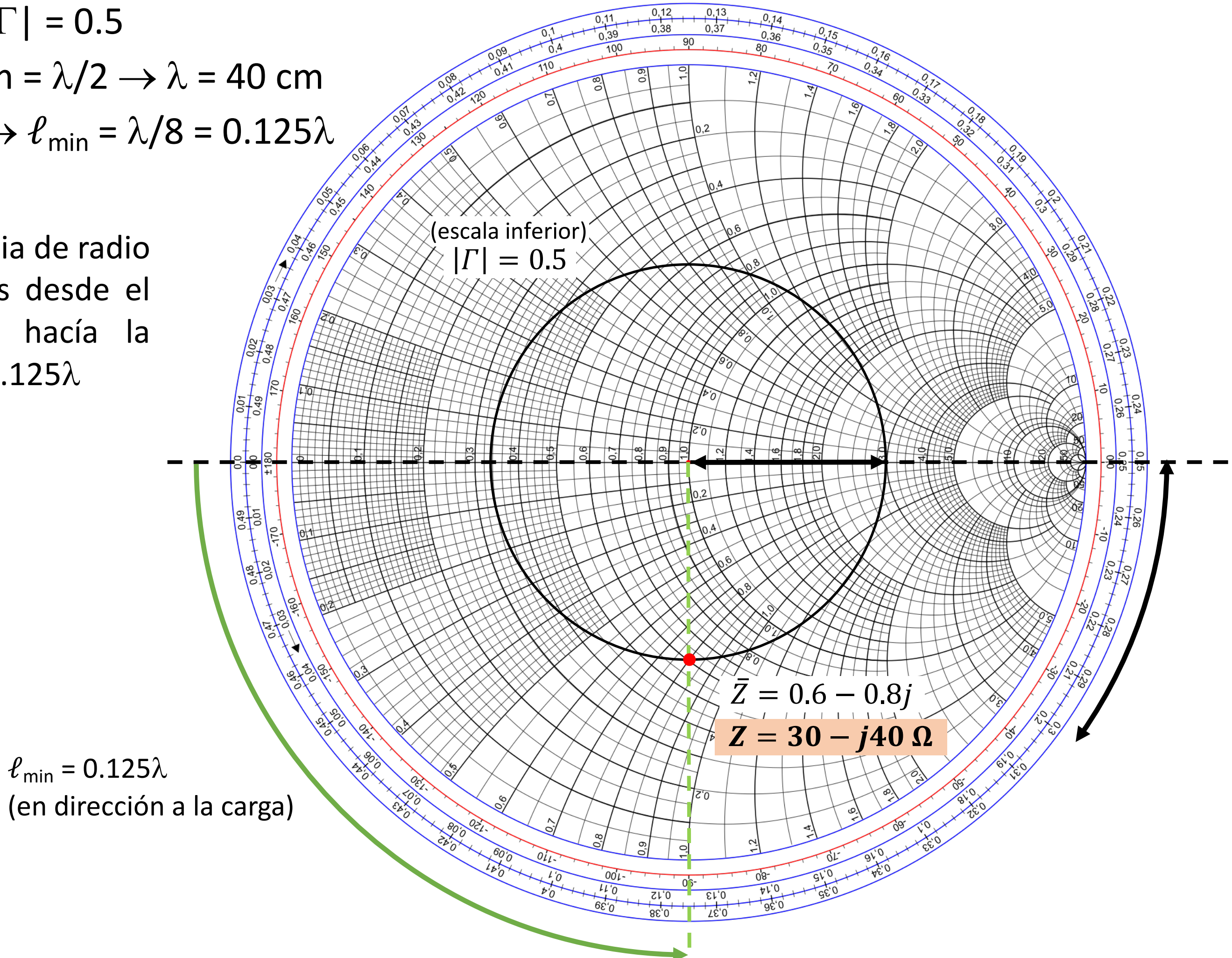


5.3. Cálculos sencillos con la Carta de Smith

4. Determinación de Z_{max}, Z_{min}, V_{max}, V_{min} en la línea

- Si ROE = 3 → $|\Gamma|$ = 0.5
- Si $\Delta\ell_{min}$ = 20 cm = $\lambda/2$ → λ = 40 cm
- Si ℓ_{min} = 5 cm → ℓ_{min} = $\lambda/8$ = 0.125λ

Sobre la circunferencia de radio 0.5 nos desplazamos desde el mínimo de voltaje hacía la carga una distancia 0.125λ

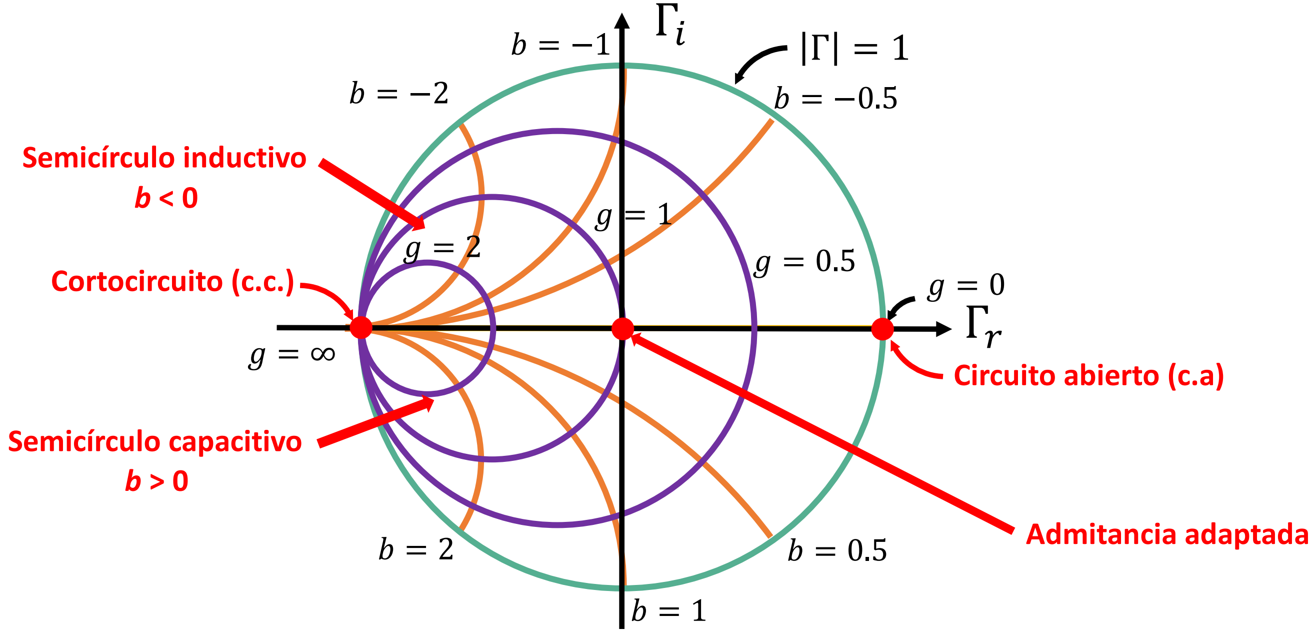


5.4. Carta de Smith de Admitancias

- Muy útil para trabajar con elementos en paralelo
- Transformación conforme entre el plano complejo de admitancias y el plano complejo del coeficiente de reflexión
- Admitancia es la inversa de la impedancia: $\bar{Y} = g + jb$ [g: conductancia. b: susceptancia]

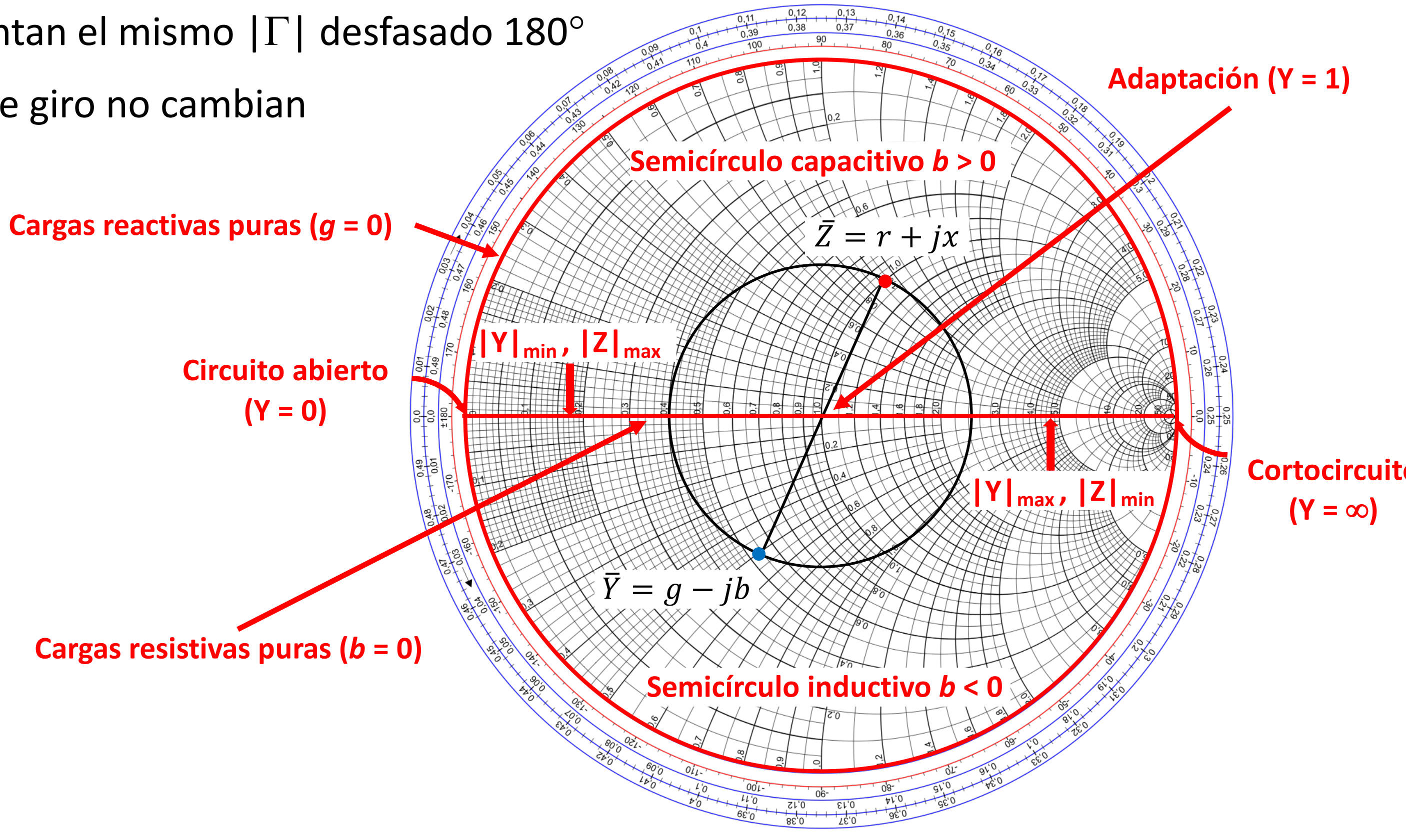
$$\bar{Y}(z) = \frac{Y(z)}{Y_0} = \frac{1}{\bar{Z}(z)} = \frac{1-\Gamma}{1+\Gamma} \xrightarrow{(g \geq 0)} \bar{Y}(z) = g + jb = \frac{1-\Gamma_r(z) - j\Gamma_i(z)}{1+\Gamma_r(z) + j\Gamma_i(z)}$$

- Transformación idéntica a las impedancias cambiando Γ_r por -Γ_r y Γ_i por -Γ_i



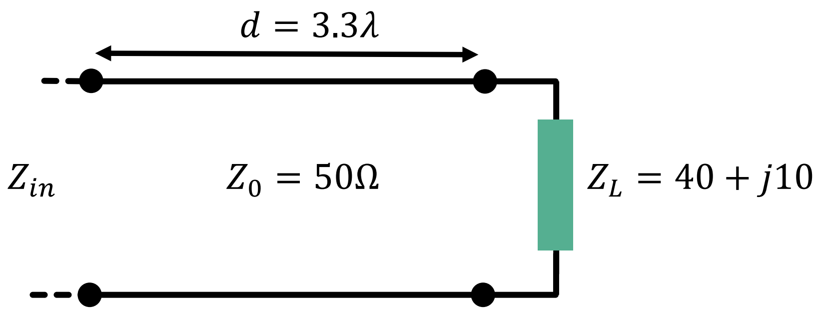
5.4. Carta de Smith de Admitancias

- Carta de Smith de admitancias → Girar 180° el plano complejo $\Gamma(\Gamma_r, \Gamma_i)$
- Transformación idéntica a las impedancias cambiando Γ_r por $-\Gamma_r$ y Γ_i por $-\Gamma_i$
- Por tanto, en vez de usar una carta diferente, se puede utilizar una única carta para impedancias y admitancias
- $\bar{Z}$ e $\bar{Y}$ representan el mismo $|\Gamma|$ desfasado 180°
- Los sentidos de giro no cambian



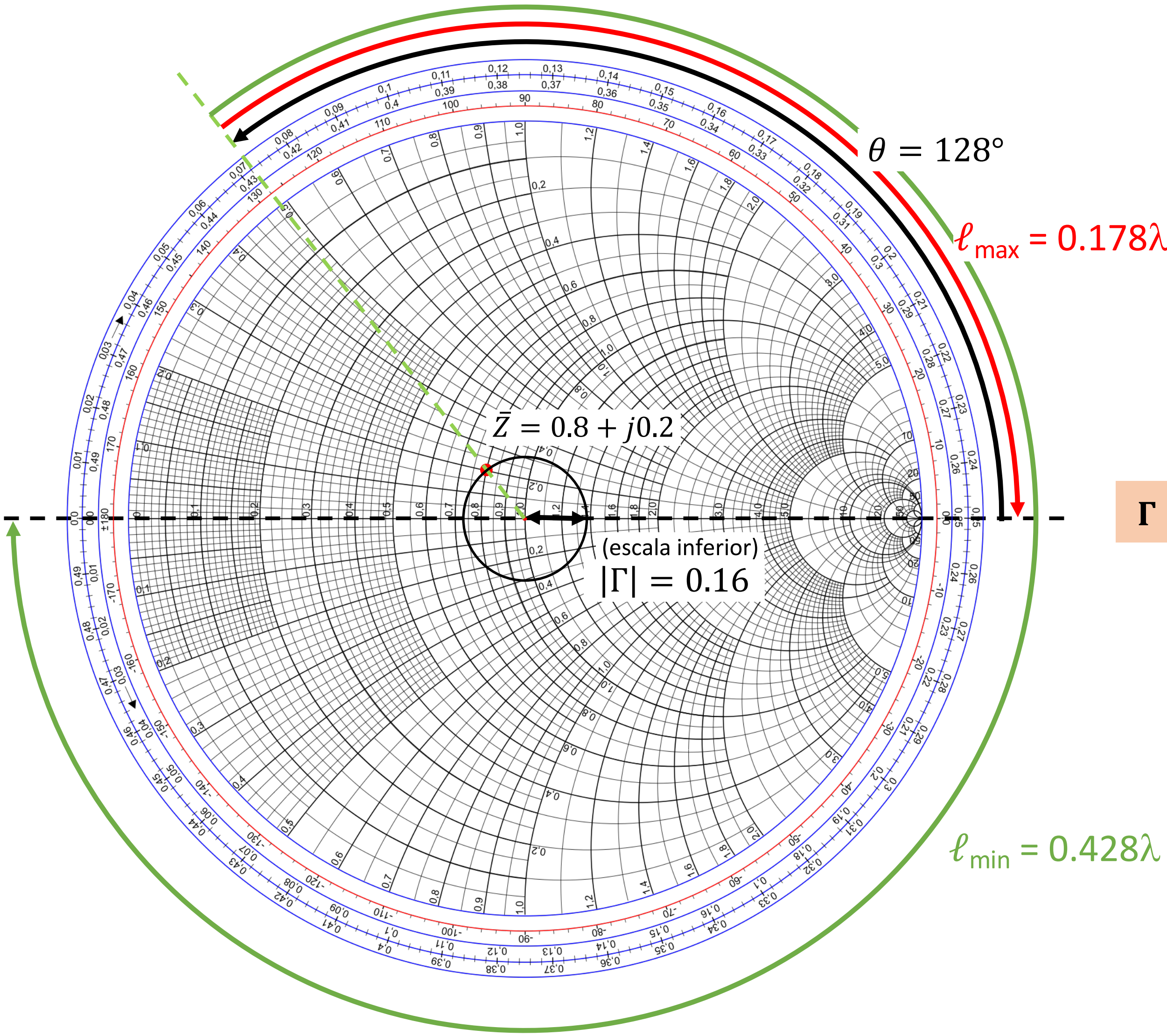
5.4. Carta de Smith de Admitancias

- Ejemplo: En una línea de transmisión sin pérdidas con Z_0 = 50Ω de longitud d = 3.3λ y con una carga Z_L = 40+j10 Ω se pide calcular, utilizando la Carta de Smith,



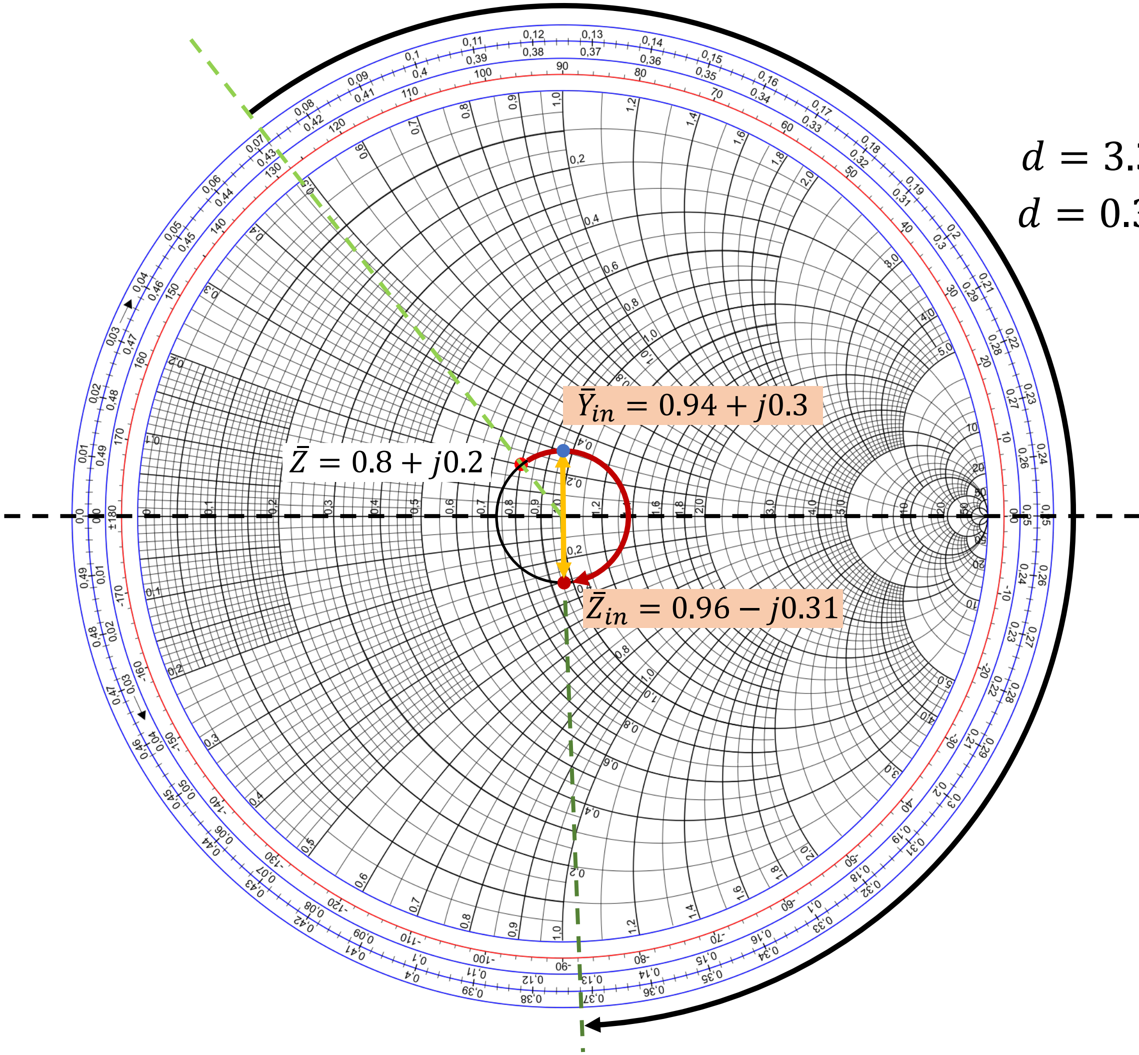
a) Coeficiente de reflexión en la carga
b) Distancia desde la carga hasta el primer mínimo de voltaje
c) Distancia desde la carga hasta el primer máximo de voltaje
d) Impedancia de entrada, Z_{in}
e) Admitancia de entrada, Y_{in}

5.4. Carta de Smith de Admitancias



$\boldsymbol{\Gamma = 0.16e^{j128°}}$

5.4. Carta de Smith de Admitancias



$$d = 3.3\lambda = 6\times 0.5\lambda + 0.3\lambda$$

$$d = 0.3\lambda$$