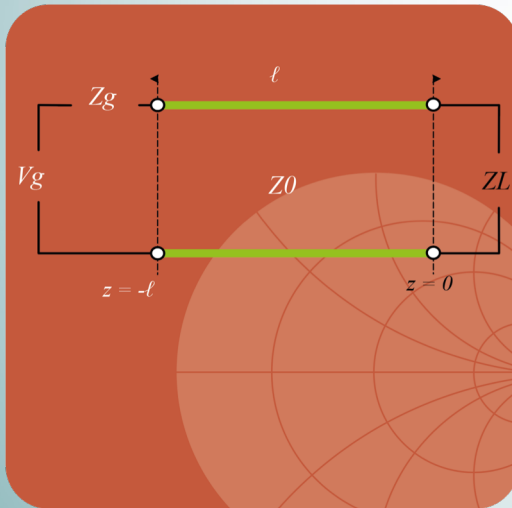


Medios de Transmisión Guiados

Tema 6. Adaptación de impedancias



Juan Luis Cano de Diego
Óscar Fernández Fernández
José Antonio Pereda Fernández

DPTO. DE INGENIERÍA DE COMUNICACIONES

Este tema se publica bajo Licencia:

[Creative Commons BY-NC-SA 4.0](https://creativecommons.org/licenses/by-nc-sa/4.0/)

Tema 6: Adaptación de Impedancias

Índice de Contenidos

6.1 – Introducción.

6.2 – Adaptaciones serie y paralelo.

6.2.1 – Adaptación serie con elementos concentrados.

6.2.2 – Adaptación paralelo con elementos concentrados.

6.2.3 – Reactancias mediante elementos distribuidos (stubs simples)

6.3 – Adaptación con redes en L y elementos concentrados.

6.3.1 – Soluciones analíticas.

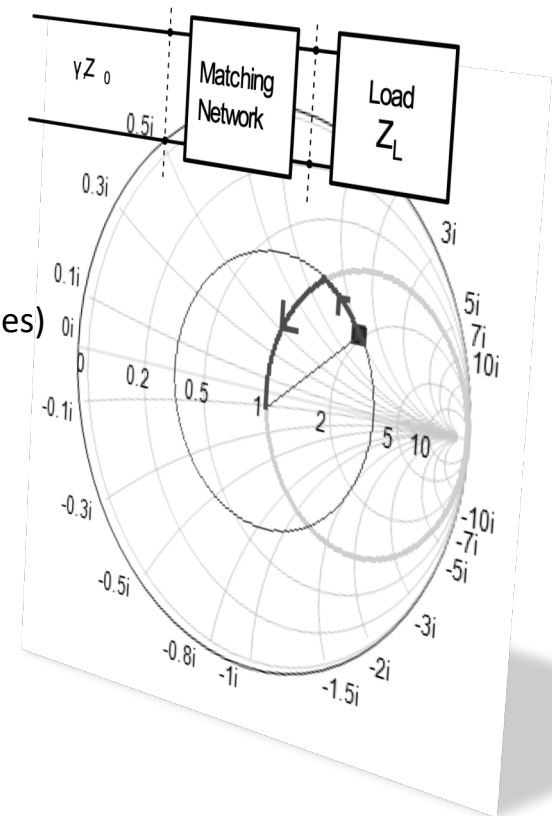
6.3.2 – Soluciones sobre la carta de Smith.

6.4 – Adaptación con doble stub.

6.4.1 – Solución doble stub sobre la carta de Smith.

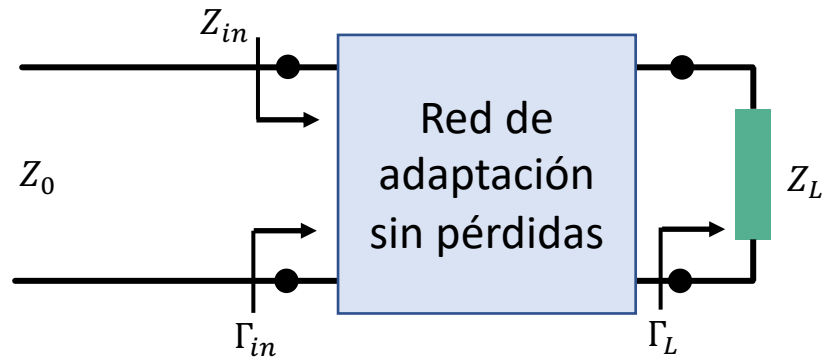
6.4.2 – Solución doble stub analítica.

6.5 – Transformador cuarto de longitud de onda.



6.1. Introducción

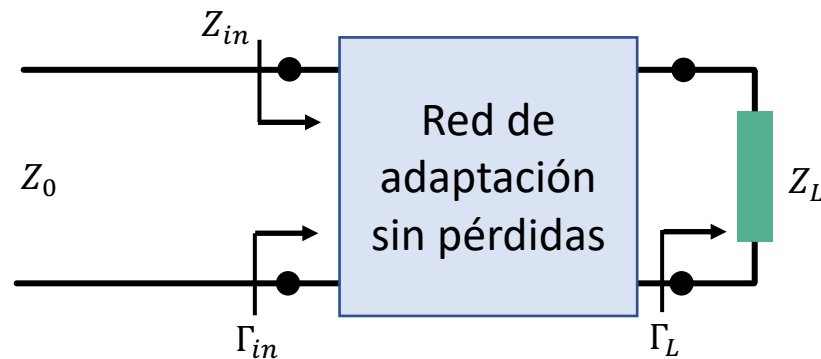
- La adaptación de impedancias consiste en diseñar una red que adapte una impedancia de carga (Z_L) a la impedancia de la línea de transmisión (Z_0).
- La red de adaptación se sitúa entre la carga y la línea de transmisión.



- El **objetivo** de la red de adaptación es conseguir que $\Gamma_{in} = 0$, es decir, $Z_{in} = Z_0$, independientemente del valor de Z_L (Γ_L).
- Es importante adaptar porque, en su caso, permite la **máxima transferencia de potencia** (línea sin pérdidas)

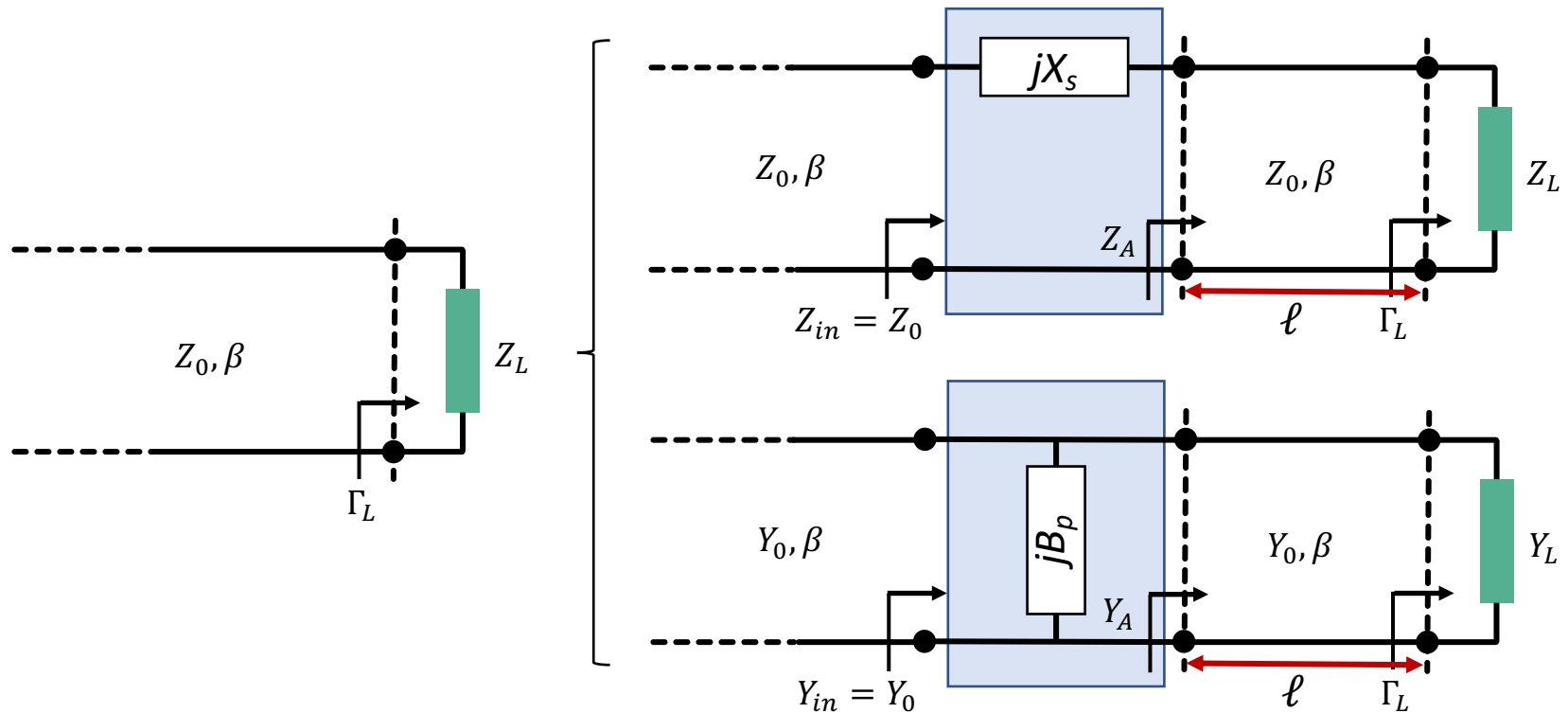
6.1. Introducción

- Si $\text{Re}(Z_L) \neq 0 \rightarrow$ Siempre existe una red de adaptación
- Consideraciones sobre las redes de adaptación:
 - **Complejidad:** Habitualmente existe más de una solución. Es preferible la más simple (más barata, fácil de diseñar, menos pérdidas)
 - **Ancho de banda:** La adaptación perfecta sólo se consigue a una frecuencia. Conseguirlo en un ancho de banda determinado implica un aumento en la complejidad
 - **Implementación:** Depende del tipo de línea o medio de transmisión
 - **Ajuste o sintonía:** Imprescindible en redes de adaptación donde la impedancia de carga es variable



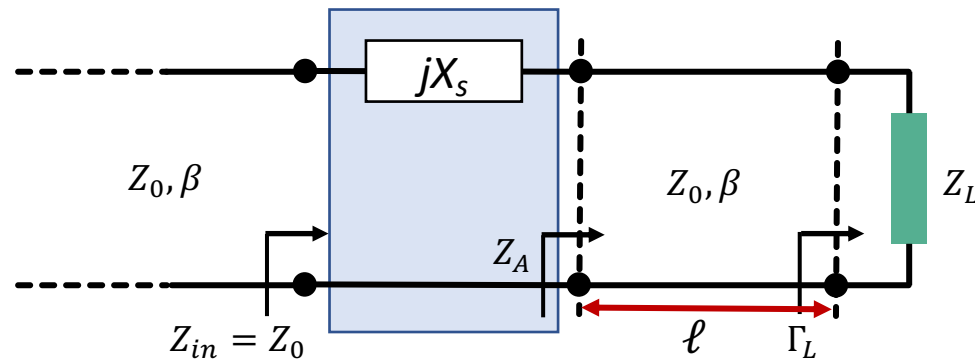
6.2. Adaptaciones serie y paralelo

- La forma más sencilla de adaptar: Introducir un elemento **reactivo** en serie o paralelo
- Necesitamos calcular:
 1. Distancia a la carga, ℓ , donde insertar el elemento reactivo
 2. Valor del elemento X_s o B_p



6.2. Adaptaciones serie y paralelo

6.2.1 – Adaptación **serie** con elementos concentrados



- Para conseguir la adaptación: $Z_{in} = Z_0$, o normalizando $\bar{Z}_{in} = Z_{in}/Z_0 = 1$
- Esto se puede conseguir si el desplazamiento, ℓ , es tal que hace que la impedancia Z_A tenga la parte real Z_0 o, en términos normalizados:

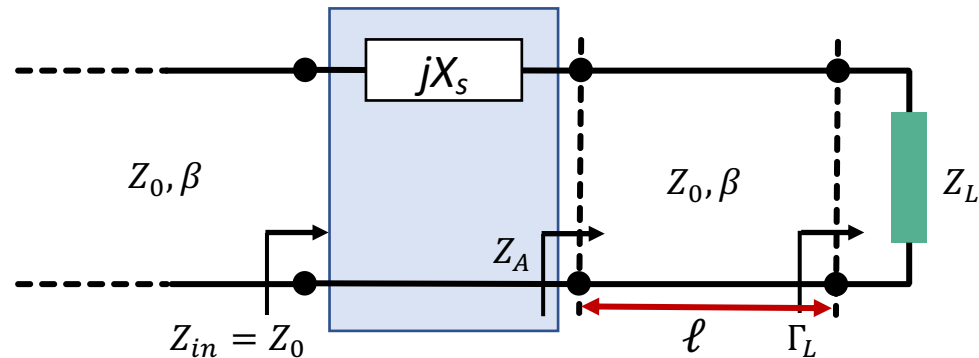
$$\bar{Z}_A = Z_A/Z_0 = 1 \pm j\bar{x}_A$$

- Sobre la Carta de Smith, el círculo de $|\Gamma_L|$ corta al círculo de $r = 1$ en dos puntos:
 - Dos soluciones: ℓ_1 y $\ell_2 \rightarrow \bar{Z}_{A1}$ y \bar{Z}_{A2}
 - Cada solución implicará un elemento reactivo serie diferente: $\bar{x}_s = -\bar{x}_A$ ó $\bar{x}_s = \bar{x}_A$

6.2. Adaptaciones serie y paralelo

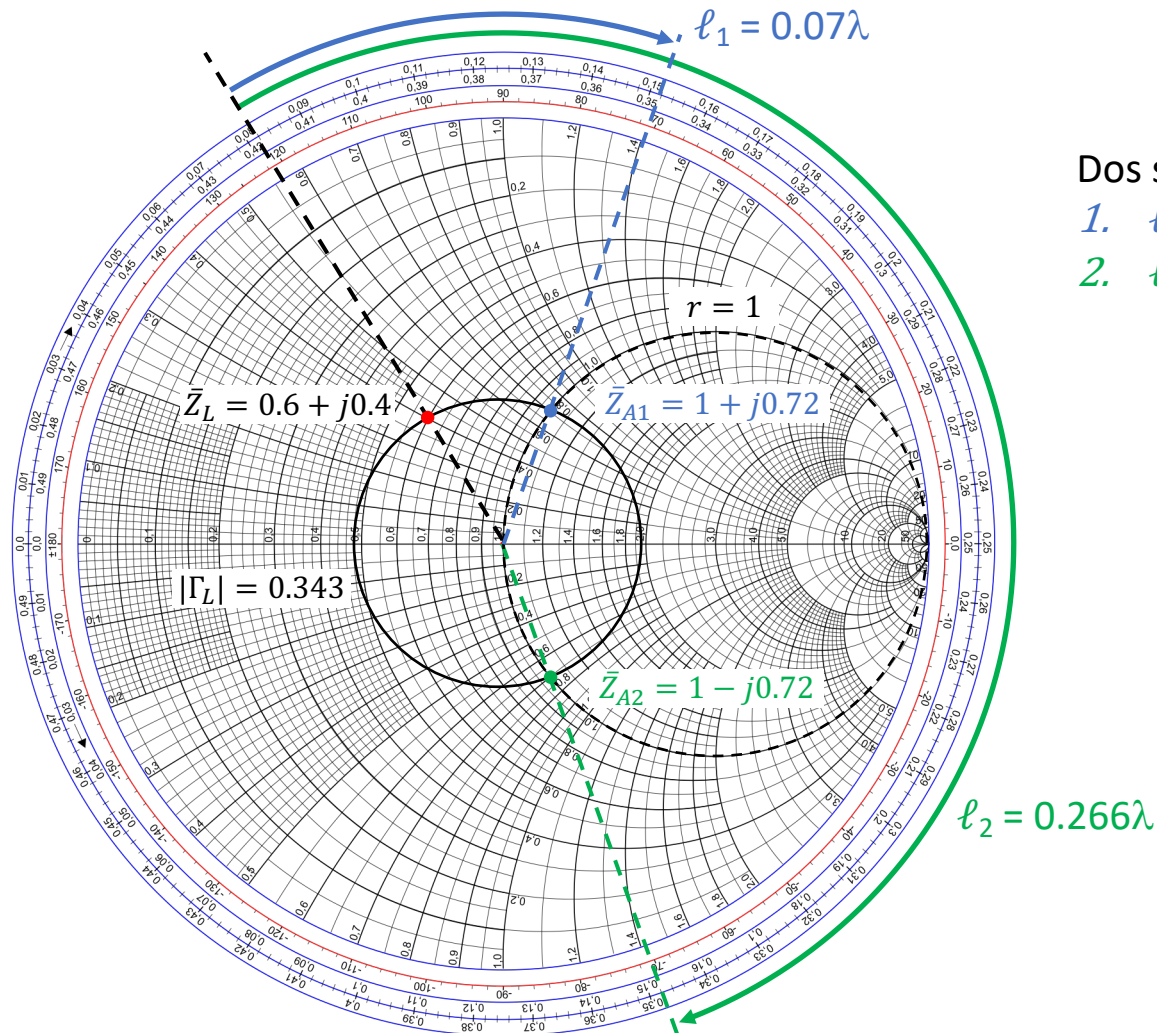
6.2.1 – Adaptación **serie** con elementos concentrados

- Ejemplo: Adaptar la carga $Z_L = 30 + j20 \Omega$ mediante una línea de $Z_0 = 50 \Omega$ y un elemento reactivo serie a $f = 1 \text{ GHz}$



6.2. Adaptaciones serie y paralelo

6.2.1 – Adaptación **serie** con elementos concentrados



Dos soluciones:

1. $\ell_1 = 0.07\lambda \rightarrow \bar{Z}_{A1} = 1 + j0.72$
2. $\ell_2 = 0.266\lambda \rightarrow \bar{Z}_{A2} = 1 - j0.72$

6.2. Adaptaciones serie y paralelo

6.2.1 – Adaptación **serie** con elementos concentrados

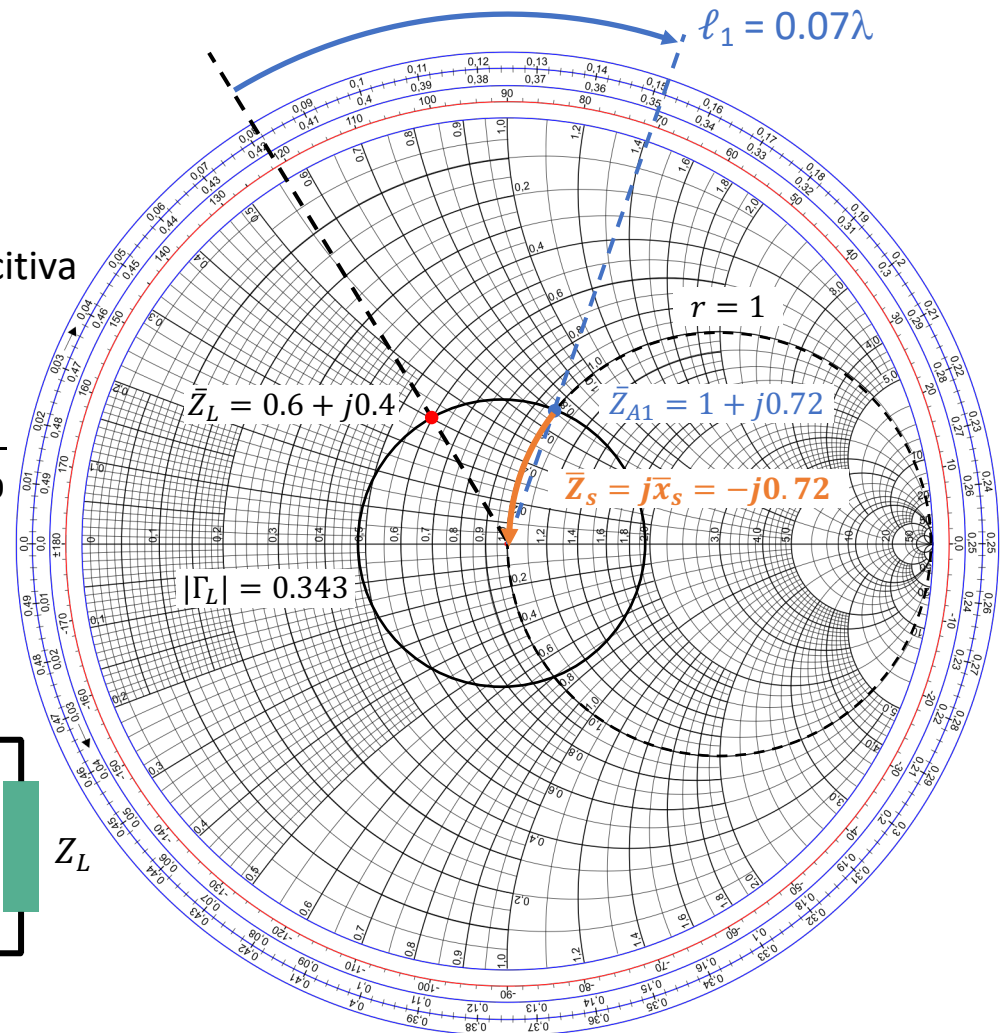
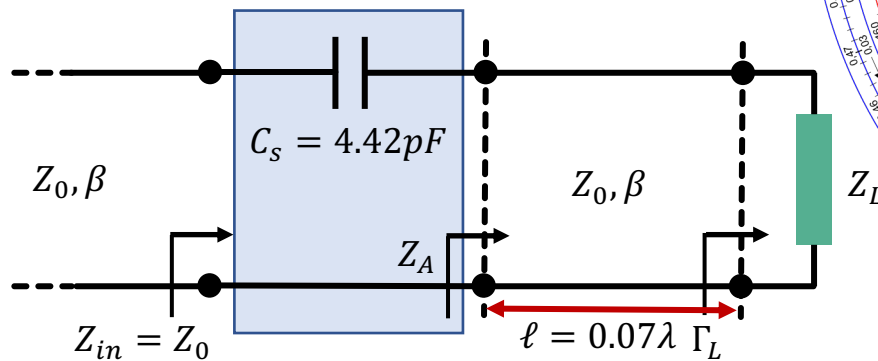
Solución 1:

$$X_s = -\bar{x}_A \cdot Z_0$$

Reactancia serie negativa → solución capacitiva
Implementación con **condensador**

$$X_s = -\frac{1}{\omega C_s} = -\bar{x}_A \cdot Z_0 \rightarrow C_s = \frac{1}{\omega \cdot \bar{x}_A \cdot Z_0}$$

$$C_s = 4.42 \text{ pF}$$



6.2. Adaptaciones serie y paralelo

6.2.1 – Adaptación **serie** con elementos concentrados

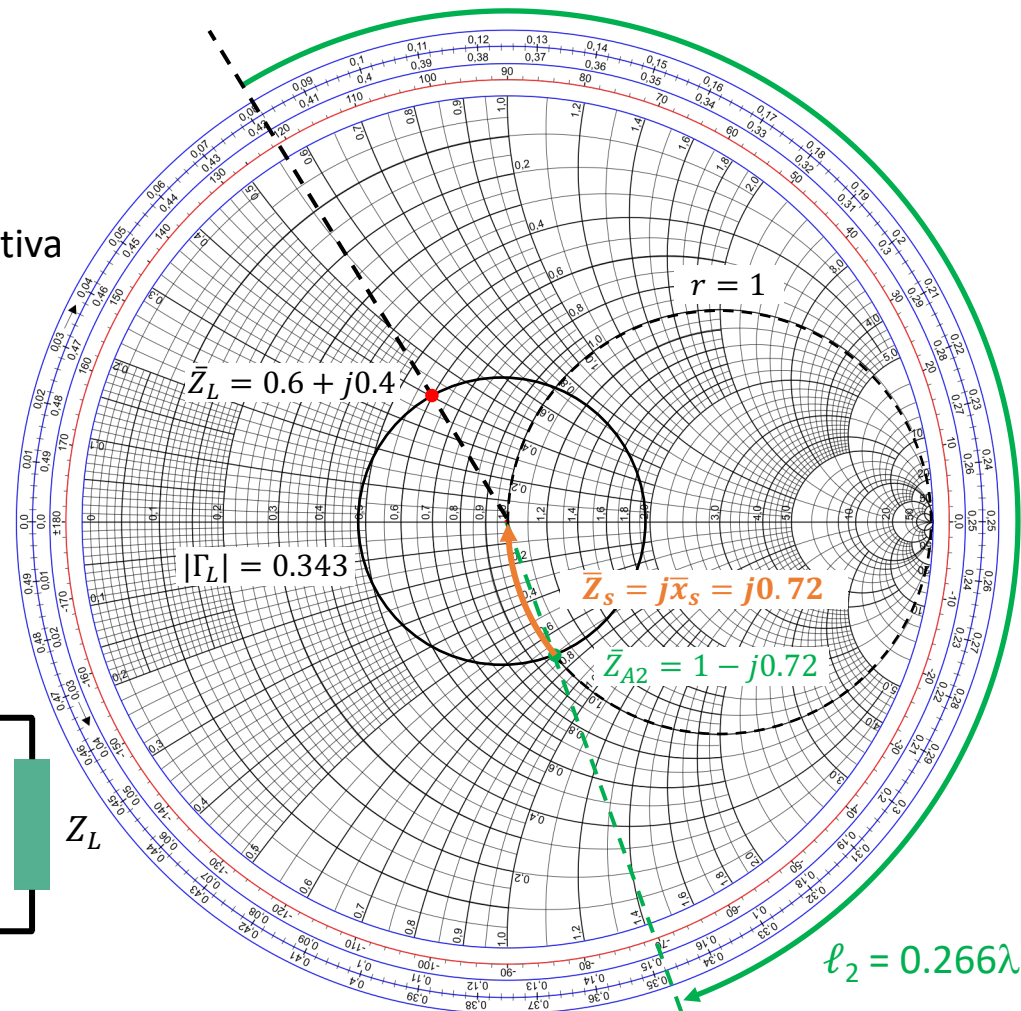
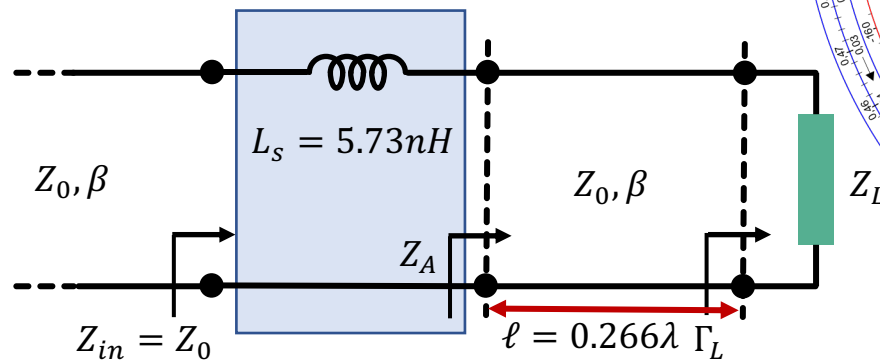
Solución 2:

$$\text{Reactancia serie } X_S = \bar{x}_A \cdot Z_0$$

Reactancia serie positiva → solución inductiva
Implementación con **bobina**

$$X_S = \omega L_S = \bar{x}_A \cdot Z_0 \rightarrow L_S = \frac{\bar{x}_A \cdot Z_0}{\omega}$$

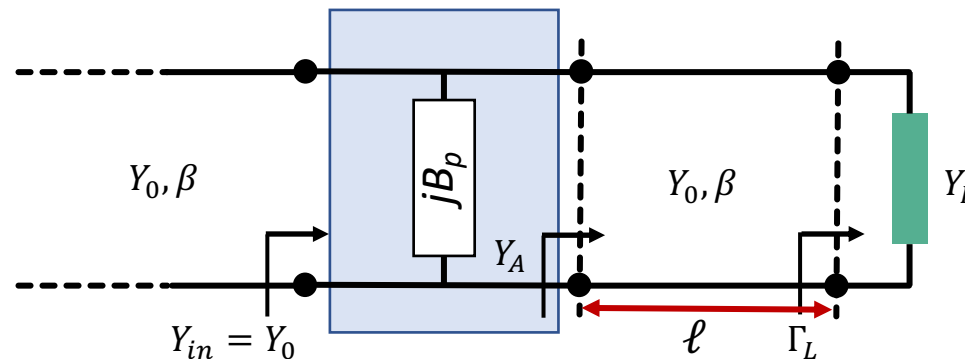
$$L_S = 5.73 \text{ nH}$$



6.2. Adaptaciones serie y paralelo

6.2.2 – Adaptación **paralelo** con elementos concentrados

- Desde un punto de vista práctico, las **soluciones serie son difíciles y caras de implementar** ya que requieren, en muchos casos, cortar la línea
- Alternativa: soluciones paralelo



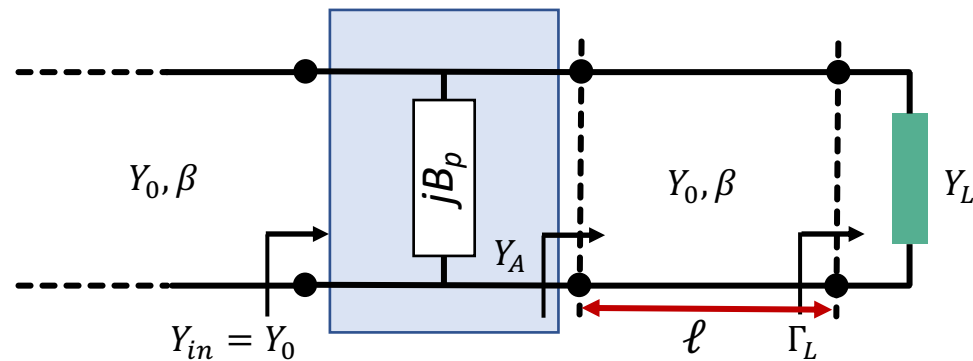
- Procedimiento idéntico al serie pero trabajando con la carta de Smith de admitancias
- Para conseguir la adaptación: $Y_{in} = Y_0$, o normalizando $\bar{Y}_{in} = Y_{in}/Y_0 = 1$
- Esto se puede conseguir si el desplazamiento, ℓ , es tal que hace que la admitancia Y_A tenga la parte real Y_0 o, en términos normalizados:

$$\bar{Y}_A = Y_A/Y_0 = 1 \pm j\bar{b}_A$$

6.2. Adaptaciones serie y paralelo

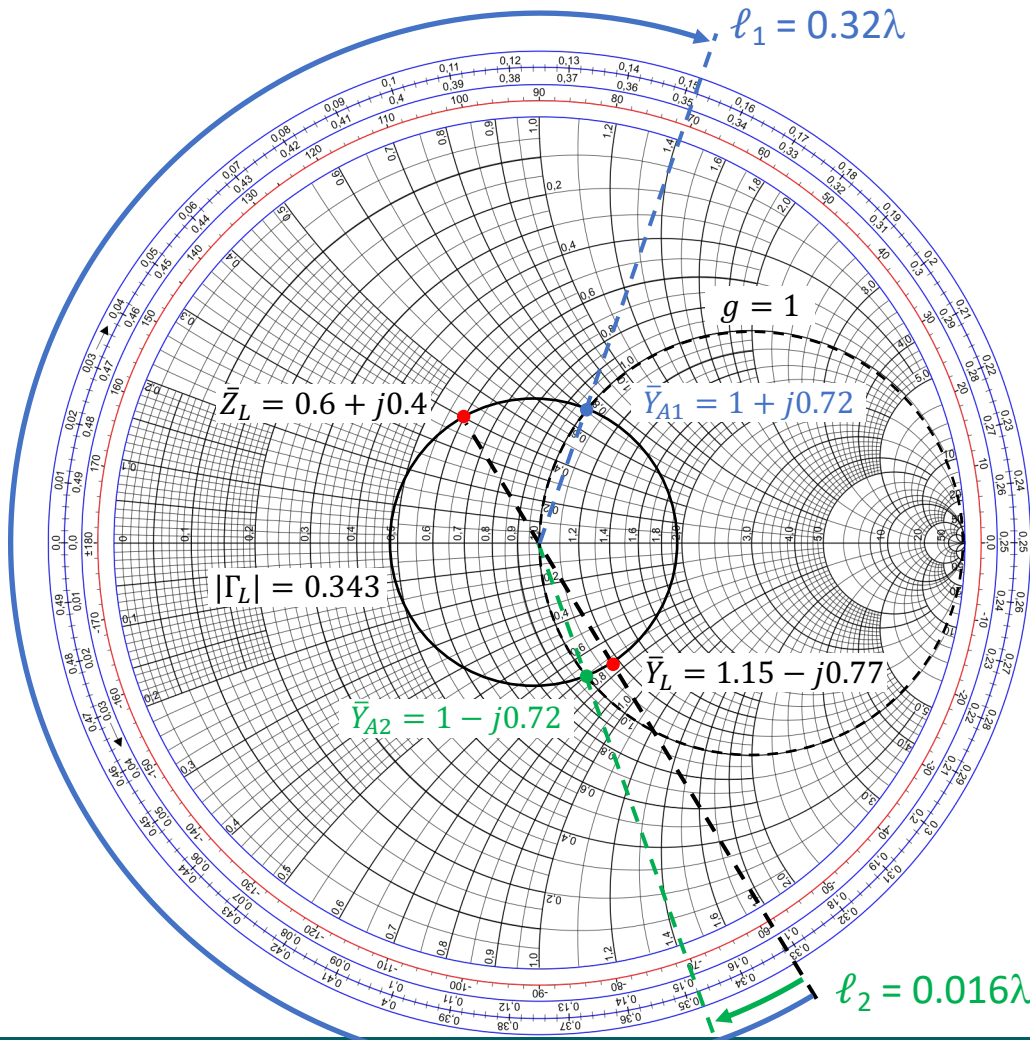
6.2.2 – Adaptación **paralelo** con elementos concentrados

- Ejemplo: Adaptar la carga $Z_L = 30 + j20 \Omega$ mediante una línea de $Z_0 = 50 \Omega$ y un elemento reactivo paralelo a $f = 1 \text{ GHz}$



6.2. Adaptaciones serie y paralelo

6.2.2 – Adaptación **paralelo** con elementos concentrados



Sobre la Carta de Smith, el círculo de $|\Gamma_L|$ corta al círculo de $g = 1$ en dos puntos:

- Dos soluciones: l_1 y $l_2 \rightarrow \bar{Y}_{A1}$ y \bar{Y}_{A2}
- Cada solución implicará un elemento reactivo paralelo diferente: $\bar{b}_p = -\bar{b}_A$ ó $\bar{b}_p = \bar{b}_A$

Dos soluciones:

1. $l_1 = 0.32\lambda \rightarrow \bar{Y}_{A1} = 1 + j0.72$
2. $l_2 = 0.016\lambda \rightarrow \bar{Y}_{A2} = 1 - j0.72$

6.2. Adaptaciones serie y paralelo

6.2.2 – Adaptación **paralelo** con elementos concentrados

Solución 1:

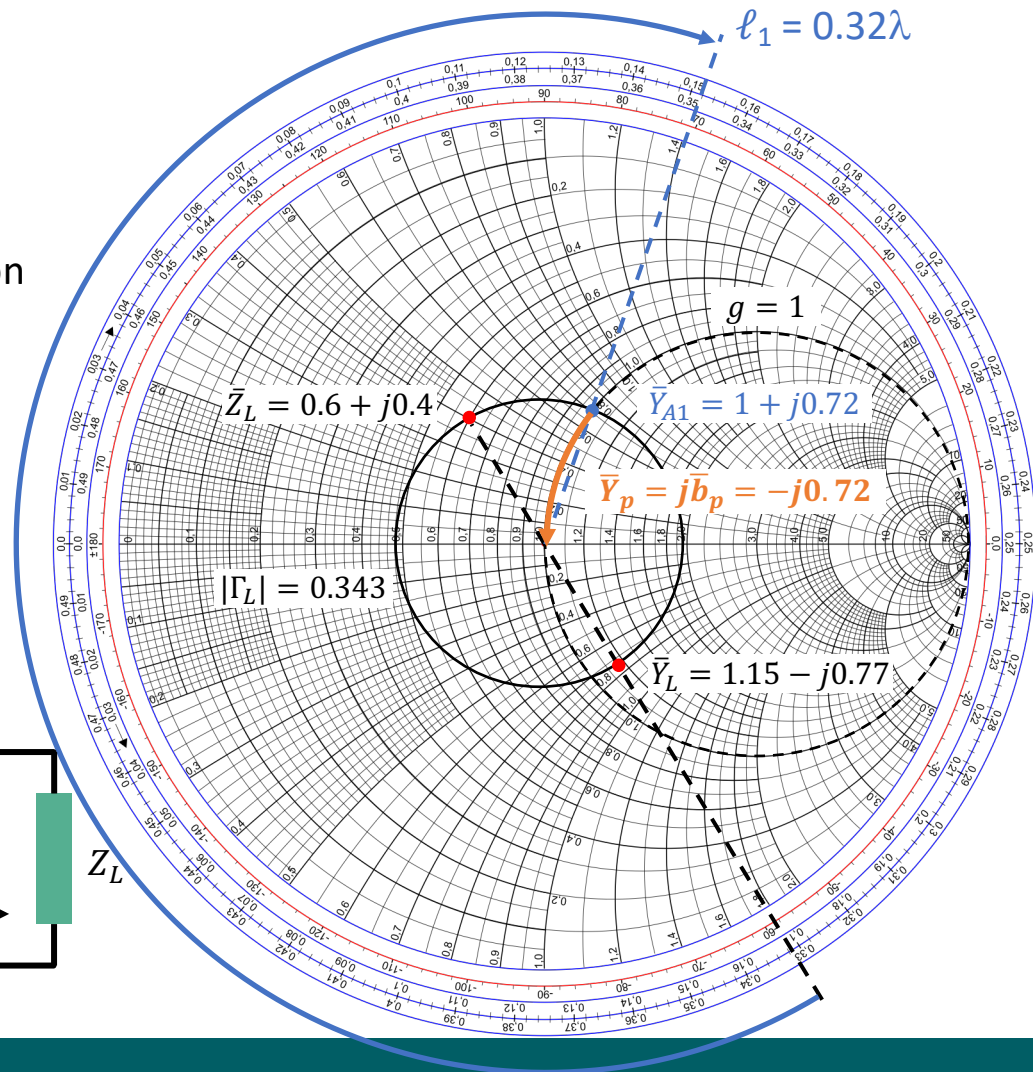
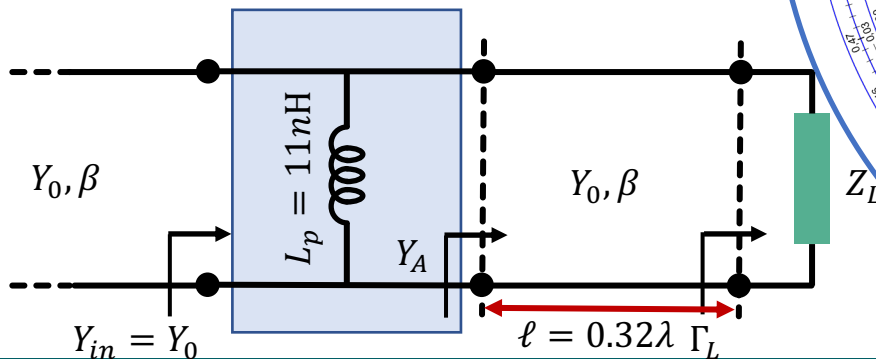
$$\text{Susceptancia paralelo } B_p = -\bar{b}_A \cdot Y_0$$

Susceptancia paralelo negativa → solución inductiva

Implementación con **bobina**

$$B_p = -\frac{1}{\omega L_p} = -\bar{b}_A \cdot Y_0 \rightarrow L_p = \frac{Z_0}{\omega \cdot \bar{b}_A}$$

$$L_p = 11 \text{ nH}$$



6.2. Adaptaciones serie y paralelo

6.2.2 – Adaptación **paralelo** con elementos concentrados

Solución 2:

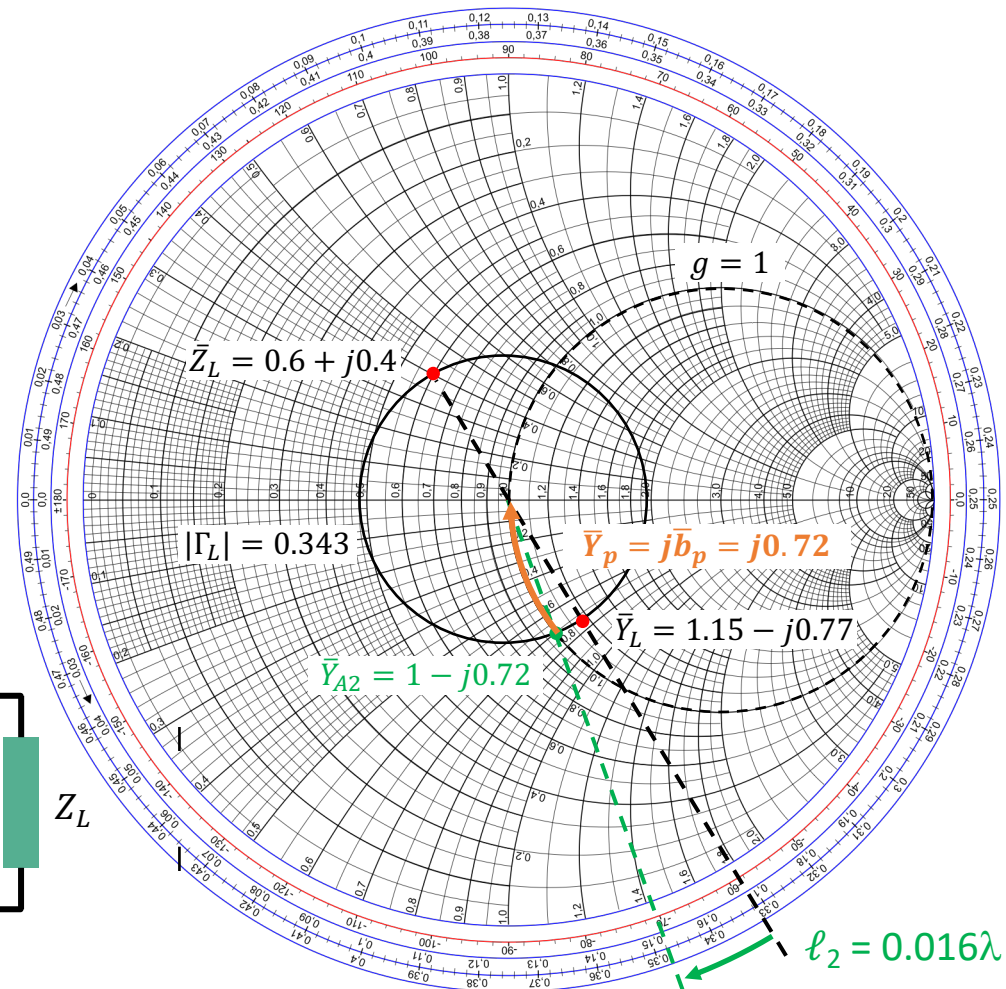
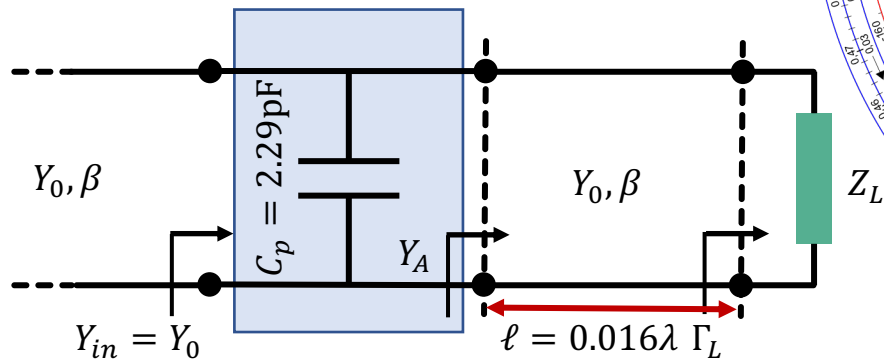
$$\text{Susceptancia paralelo } B_p = \bar{b}_A \cdot Y_0$$

Susceptancia paralelo positiva → solución capacitiva

Implementación con **condensador**

$$B_p = \omega C_p = \bar{b}_A \cdot Y_0 \rightarrow C_p = \frac{\bar{b}_A \cdot Y_0}{\omega}$$

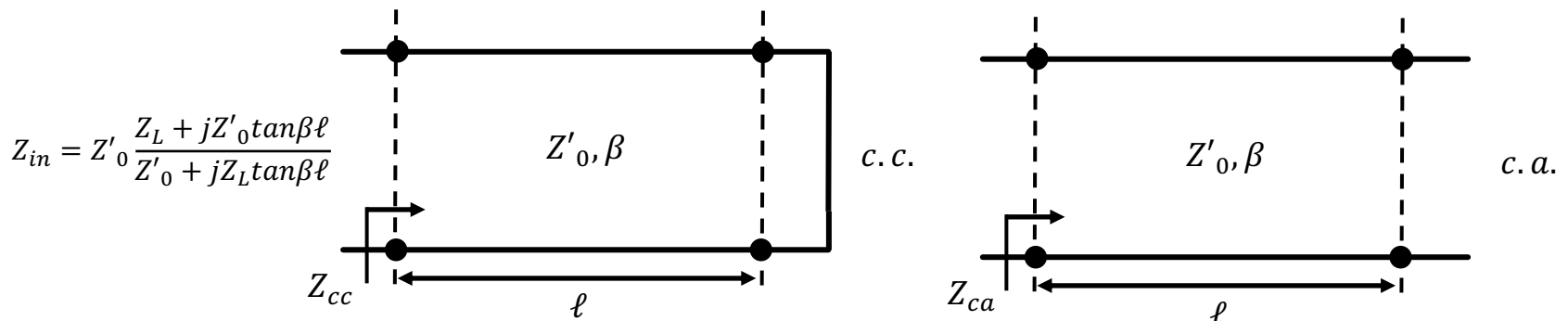
$$C_p = 2.29 \text{ pF}$$



6.2. Adaptaciones serie y paralelo

6.2.3 – Reactancias mediante elementos distribuidos (stubs simples)

- En **alta frecuencia** los elementos concentrados (bobinas y condensadores) presentan notables efectos secundarios (parásitos) que desvirtúan su funcionamiento
- Los elementos reactivos se pueden implementar mediante **componentes distribuidos**
 - **Tramos de línea terminados en c.c. o c.a. → stubs**
- Pueden proporcionar cualquier valor de impedancia reactiva pura en función de su longitud



- **Stub en c.c.**

$$Z_{cc} = jX_{cc} = jZ'_0 \tan(\beta \ell)$$

$$Y_{cc} = jB_{cc} = -jY'_0 \cot(\beta \ell)$$

- **Stub en c.a.**

$$Z_{ca} = jX_{ca} = -jZ'_0 \cot(\beta \ell)$$

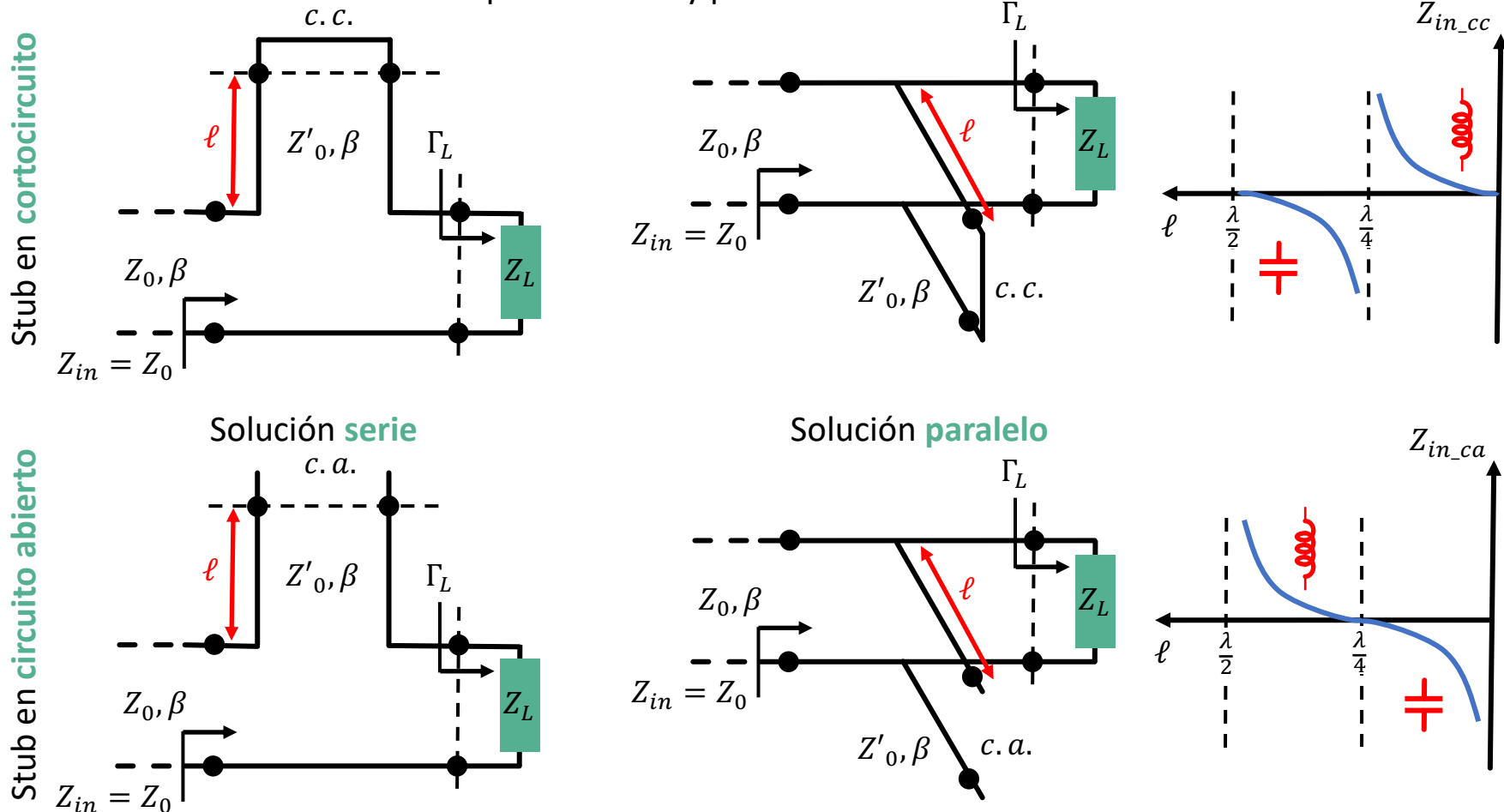
$$Y_{ca} = jB_{ca} = jY'_0 \tan(\beta \ell)$$

- Estas reactancias se pueden obtener con estructuras serie o paralelo

6.2. Adaptaciones serie y paralelo

6.2.3 – Reactancias mediante elementos distribuidos (stubs simples)

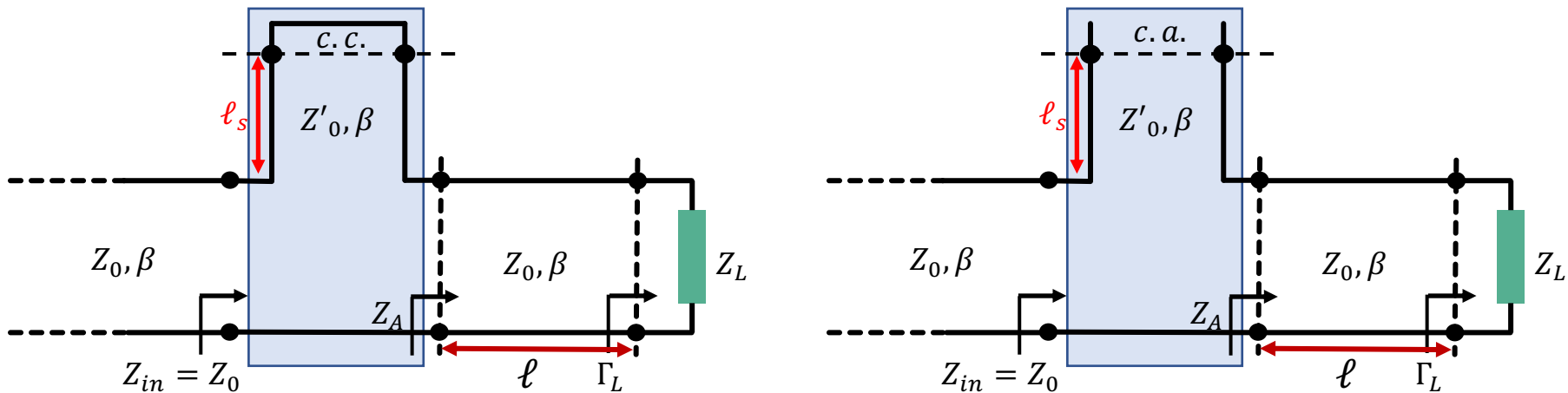
- Soluciones distribuidas de adaptación serie y paralelo



6.2. Adaptaciones serie y paralelo

6.2.3 – Reactancias mediante elementos distribuidos (stubs simples)

- Adaptación **serie** con elementos distribuidos (**impedancias**)
 - De la adaptación con elementos concentrados sabemos que vamos a tener dos posibles soluciones: ℓ_1 y ℓ_2
 - Además, como los stubs se comportan como bobinas/condensadores dependiendo de su longitud ℓ_s , cada una de las soluciones anteriores a su vez tiene dos posibles implementaciones, una con stub en c.c. y otra con stub en c.a.



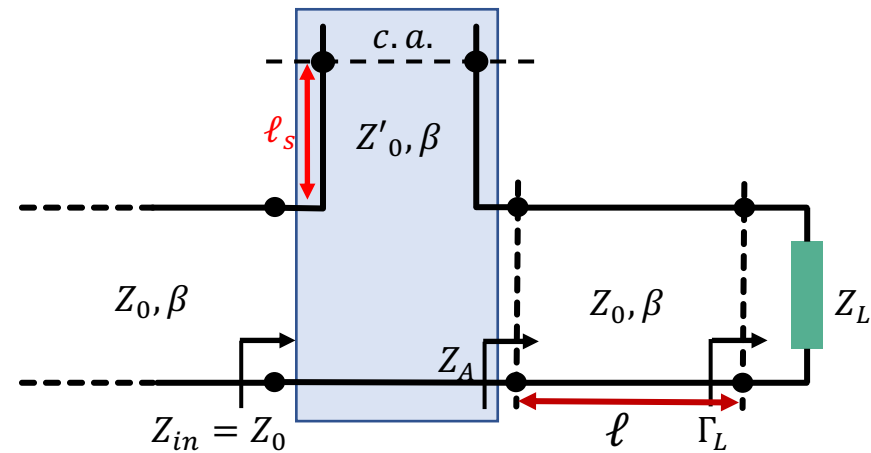
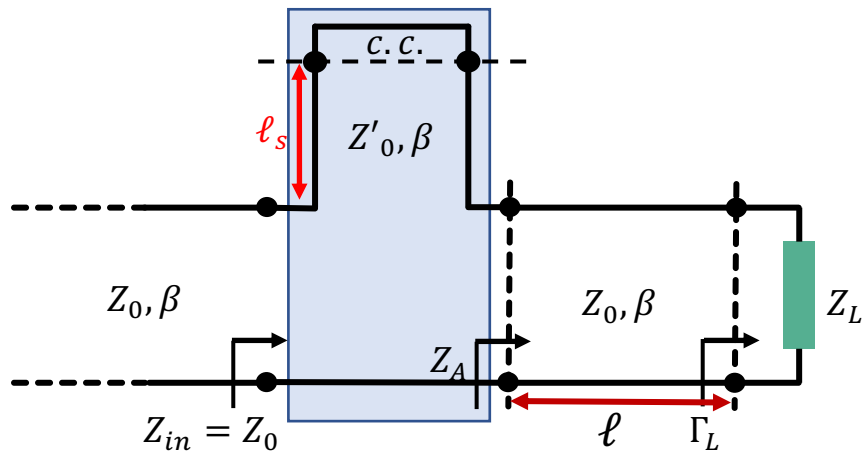
- Diseño stubs: Objetivo $Z_{stub} = \pm j \cdot X_A$ o $\bar{Z}_{stub} = \pm \frac{jX_A}{Z'_0}$ (+/- depende de ℓ_1 o ℓ_2)

- Si stub c.c. $\rightarrow \ell_s$ es la longitud entre $Z = 0$ y \bar{Z}_{stub}
- Si stub c.a. $\rightarrow \ell_s$ es la longitud entre $Z = \infty$ y \bar{Z}_{stub}

6.2. Adaptaciones serie y paralelo

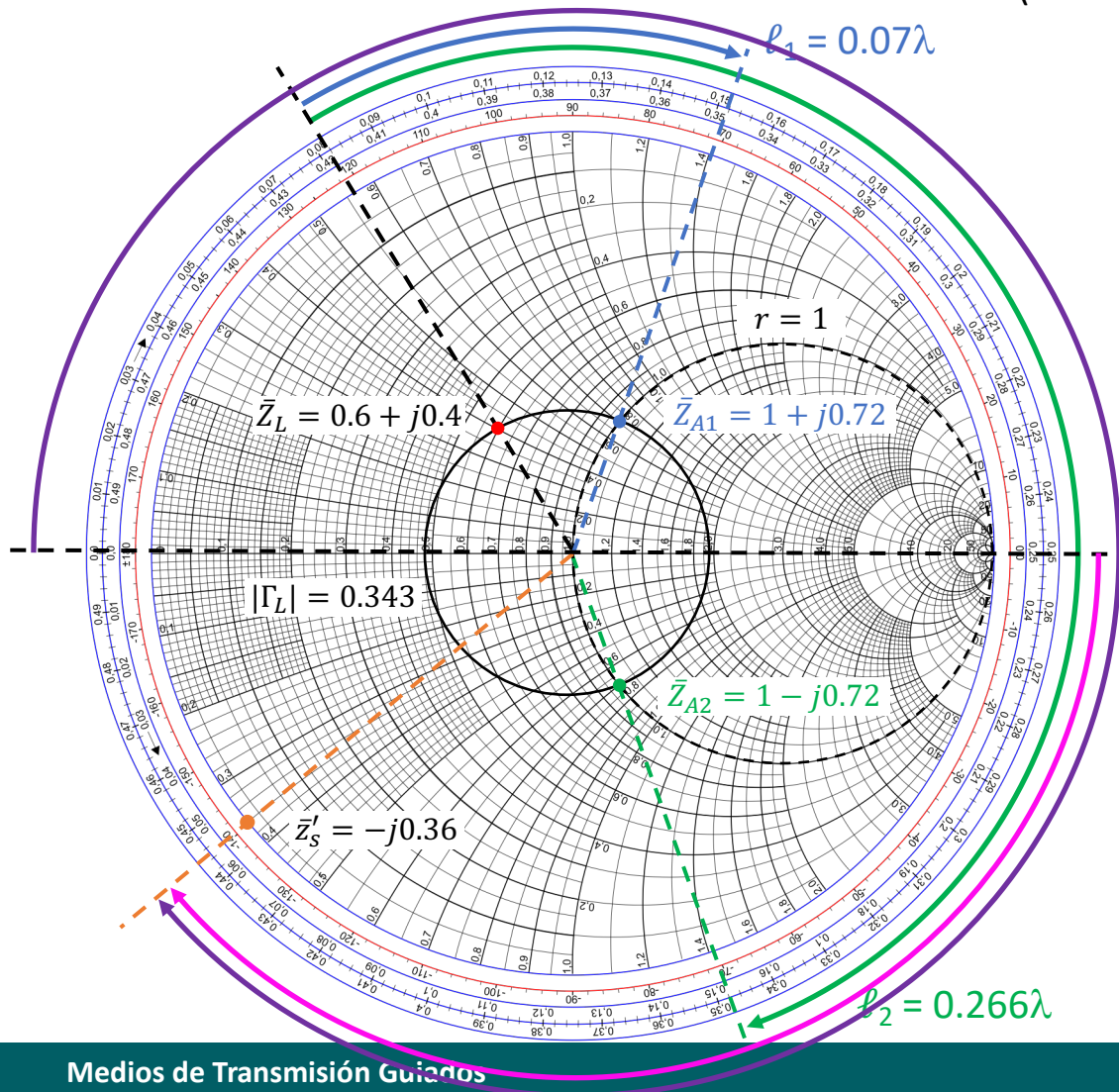
6.2.3 – Reactancias mediante elementos distribuidos (stubs simples)

- Ejemplo: Adaptar la carga $Z_L = 30 + j20 \Omega$ mediante una línea de $Z_0 = 50 \Omega$ y un **stub serie de impedancia $Z'_0 = 100 \Omega$**



6.2. Adaptaciones serie y paralelo

6.2.3 – Reactancias mediante elementos distribuidos (stubs simples)



Dos soluciones:

1. $\ell_1 = 0.07\lambda \rightarrow \bar{Z}_{A1} = 1 + j0.72$
2. $\ell_2 = 0.266\lambda \rightarrow \bar{Z}_{A2} = 1 - j0.72$

Diseño **solución 1**

Necesitamos implementar $\bar{x}_s = -\bar{x}_A$
¡OJO! Hay que desnormalizar esta reactancia con Z_0 y volver a normalizar a Z'_0 :

1. Desnormalizar: $Z_A = \bar{Z}_{A1} \cdot Z_0$
 $Z_A = 50 + j36$

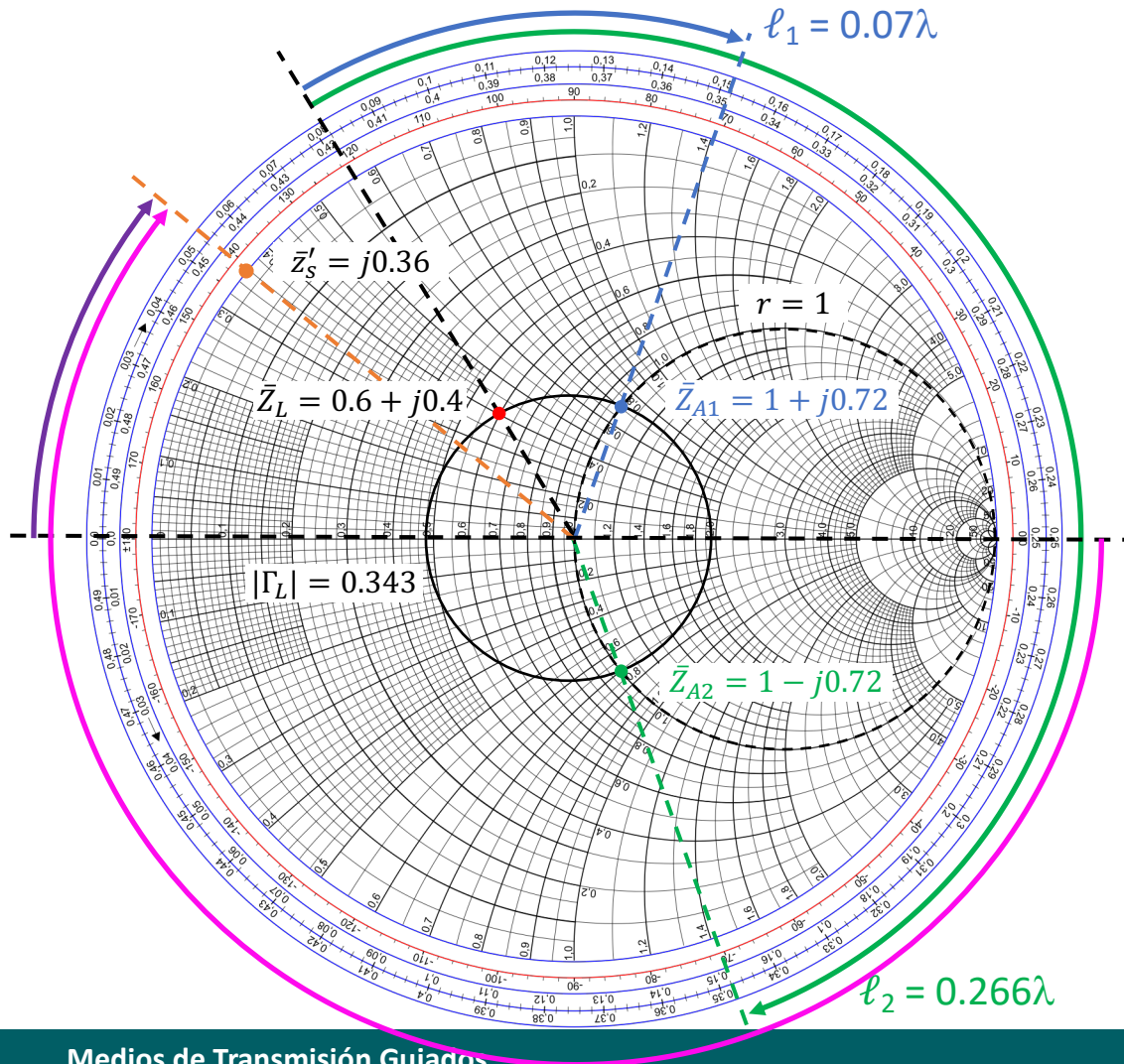
2. Renormalizamos: $\bar{z}'_A = Z_A / Z'_0$
 $\bar{z}'_A = 0.5 + j0.36$

3. Implementamos $\bar{z}'_S = -j0.36$

- Stub c.c.: ℓ desde $Z = 0 \rightarrow \ell_s = 0.445\lambda$
- Stub c.a.: ℓ desde $Z = 0 \rightarrow \ell_s = 0.195\lambda$
 (Desplazamientos desde c.c. o c.a. **hacia el generador**)

6.2. Adaptaciones serie y paralelo

6.2.3 – Reactancias mediante elementos distribuidos (stubs simples)



Dos soluciones:

- $l_1 = 0.07\lambda \rightarrow \bar{Z}_{A1} = 1 + j0.72$
- $l_2 = 0.266\lambda \rightarrow \bar{Z}_{A2} = 1 - j0.72$

Diseño **solución 2**

Necesitamos implementar $\bar{x}_s = +\bar{x}_A$
¡OJO! Hay que desnormalizar esta reactancia con Z_0 y volver a normalizar a Z'_0 :

- Desnormalizar: $Z_A = \bar{Z}_{A1} \cdot Z_0$
 $Z_A = 50 - j36$

- Renormalizamos: $\bar{z}'_A = Z_A / Z'_0$
 $\bar{z}'_A = 0.5 - j0.36$

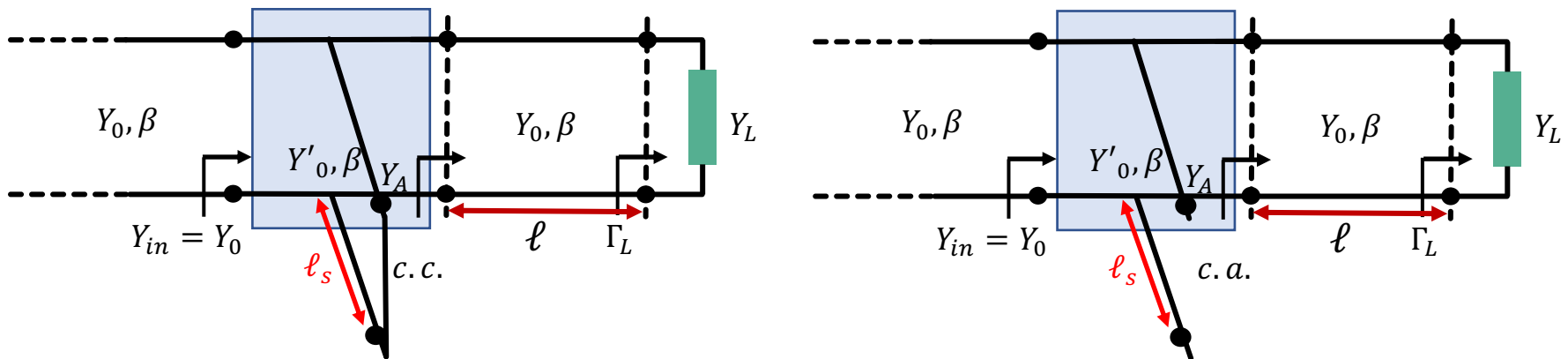
- Implementamos $\bar{z}'_S = +j0.36$

- Stub c.c.: l desde $Z = 0 \rightarrow l_s = 0.055\lambda$
- Stub c.a.: l desde $Z = \infty \rightarrow l_s = 0.305\lambda$
 (Desplazamientos desde c.c. o c.a. **hacia el generador**)

6.2. Adaptaciones serie y paralelo

6.2.3 – Reactancias mediante elementos distribuidos (stubs simples)

- Adaptación **paralelo** con elementos distribuidos (**admitancias**)
 - De la adaptación con elementos concentrados sabemos que vamos a tener dos posibles soluciones: ℓ_1 y ℓ_2
 - Además, como los stubs se comportan como bobinas/condensadores dependiendo de su longitud ℓ_s , cada una de las soluciones anteriores a su vez tiene dos posibles implementaciones, una con stub en c.c. y otra con stub en c.a.

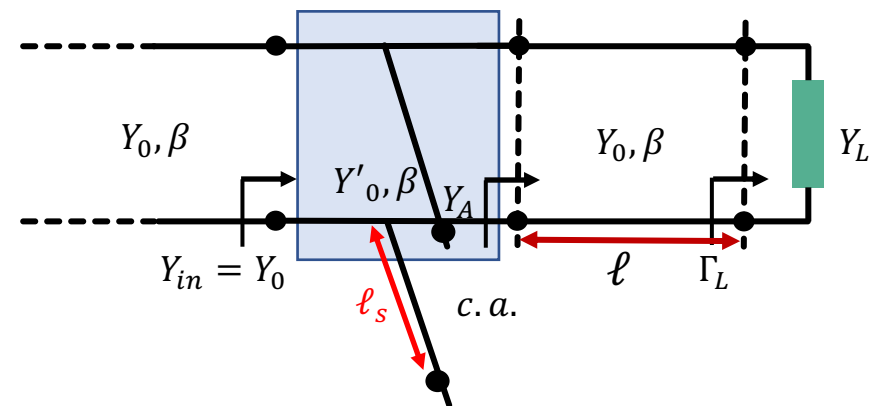
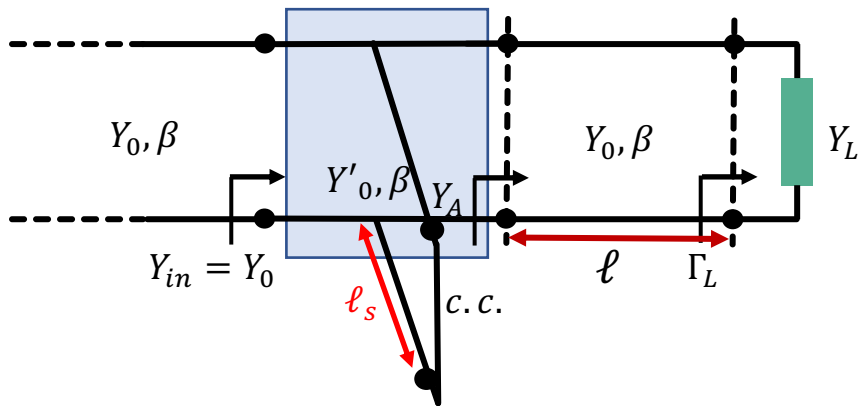


- Diseño stubs: Objetivo $Y_{stub} = \pm j \cdot B_A$ o $\bar{y}_{stub} = \pm \frac{jB_A}{Y'_0}$ (+/- depende de ℓ_1 o ℓ_2)
 - Si stub c.c. $\rightarrow \ell_s$ es la longitud entre $Y = \infty$ y \bar{y}_{stub}
 - Si stub c.a. $\rightarrow \ell_s$ es la longitud entre $Y = 0$ y \bar{y}_{stub}

6.2. Adaptaciones serie y paralelo

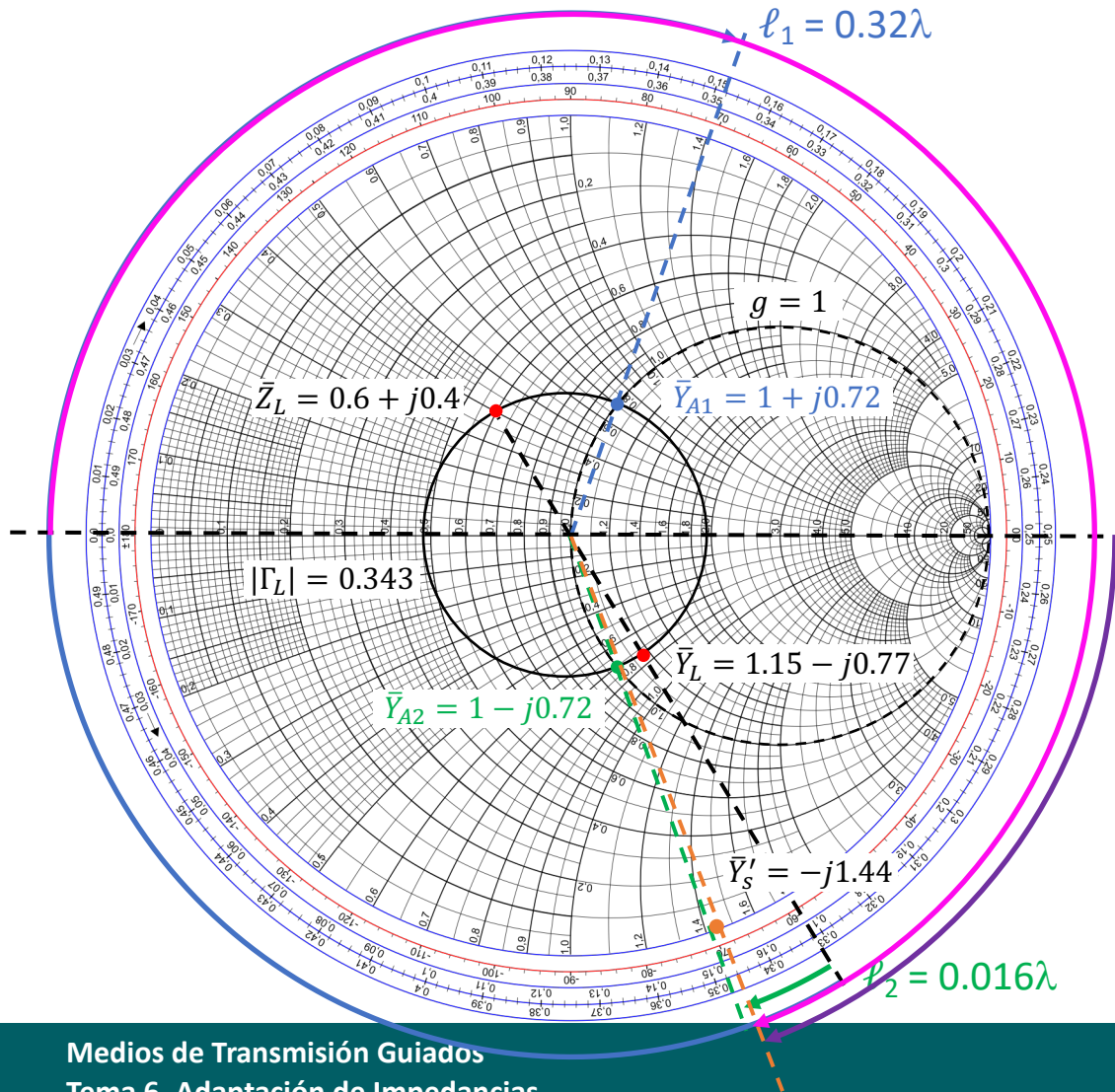
6.2.3 – Reactancias mediante elementos distribuidos (stubs simples)

- Ejemplo: Adaptar la carga $Z_L = 30 + j20 \Omega$ mediante una línea de $Y_0 = 0.02 \text{ S}$ y un **stub paralelo de admitancia $Y'_0 = 0.01 \text{ S}$**



6.2. Adaptaciones serie y paralelo

6.2.3 – Reactancias mediante elementos distribuidos (stubs simples)



Dos soluciones:

1. $l_1 = 0.32\lambda \rightarrow \bar{Y}_{A1} = 1 + j0.72$
2. $l_2 = 0.016\lambda \rightarrow \bar{Y}_{A2} = 1 - j0.72$

Diseño solución 1

Necesitamos implementar $\bar{b}_s = -\bar{b}_A$
¡OJO! Hay que desnormalizar esta reactancia con Y_0 y volver a normalizar a Y'_0 :

1. Desnormalizar: $Y_A = \bar{Y}_{A1} \cdot Y_0$
 $Y_A = 0.02 + j0.0144 S$

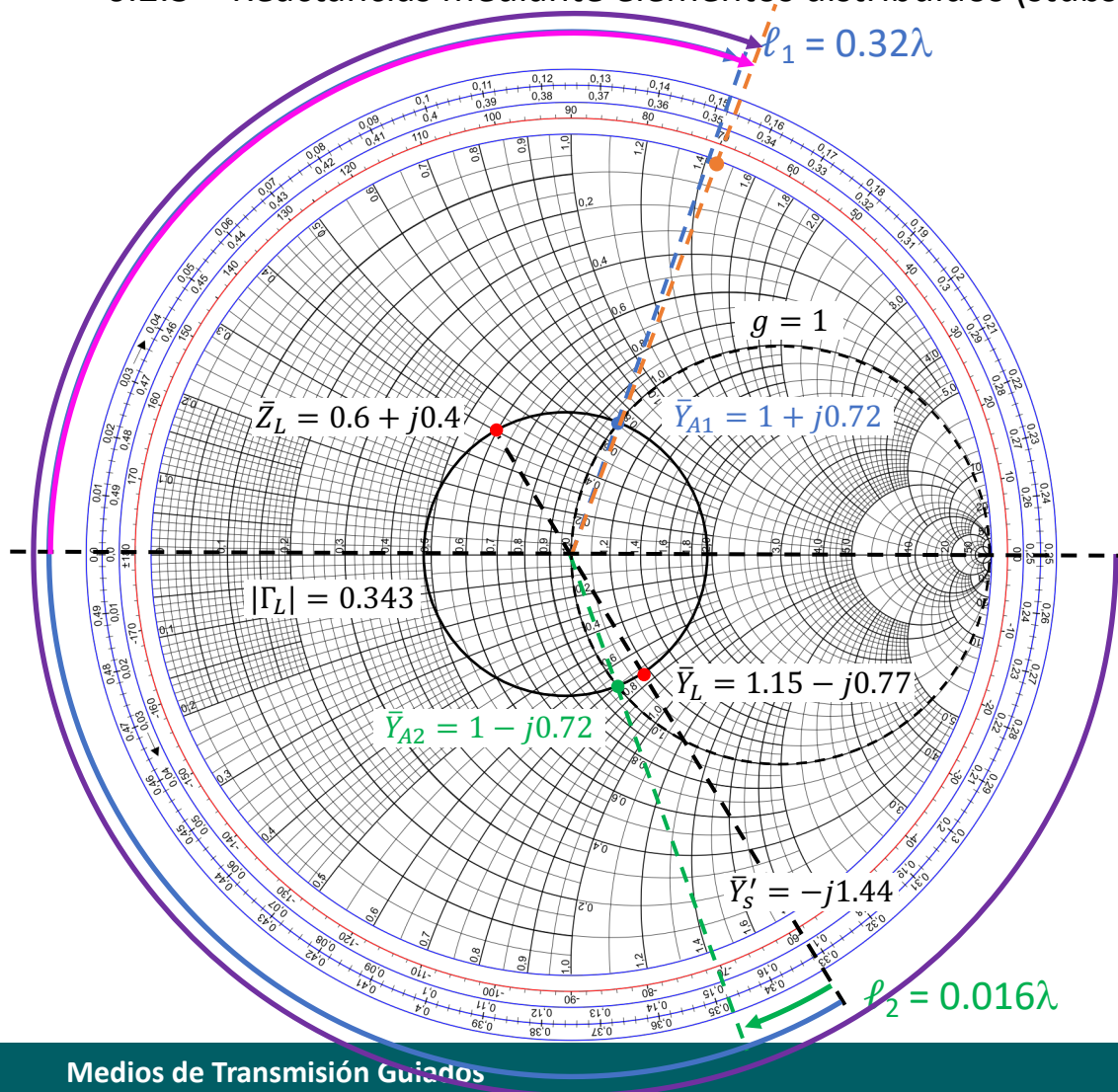
2. Renormalizamos: $\bar{Y}'_A = Y_A / Y'_0$
 $\bar{Y}'_A = 2 + j1.44$

3. Implementamos $\bar{Y}'_s = -j1.44$
 - Stub c.c.: l desde $Y = \infty \rightarrow l_s = 0.096\lambda$
 - Stub c.a.: l desde $Y = 0 \rightarrow l_s = 0.346\lambda$

(Desplazamientos desde c.c. o c.a. **hacia el generador**)

6.2. Adaptaciones serie y paralelo

6.2.3 – Reactancias mediante elementos distribuidos (stubs simples)



Dos soluciones:

- $l_1 = 0.32\lambda \rightarrow \bar{Y}_{A1} = 1 + j0.72$
- $l_2 = 0.016\lambda \rightarrow \bar{Y}_{A2} = 1 - j0.72$

Diseño solución 2

Necesitamos implementar $\bar{b}_s = +\bar{b}_A$
¡OJO! Hay que desnormalizar esta reactancia con Y_0 y volver a normalizar a Y'_0 :

- Desnormalizar: $Y_A = \bar{Y}_{A1} \cdot Y_0$
 $Y_A = 0.02 - j0.0144 \text{ S}$

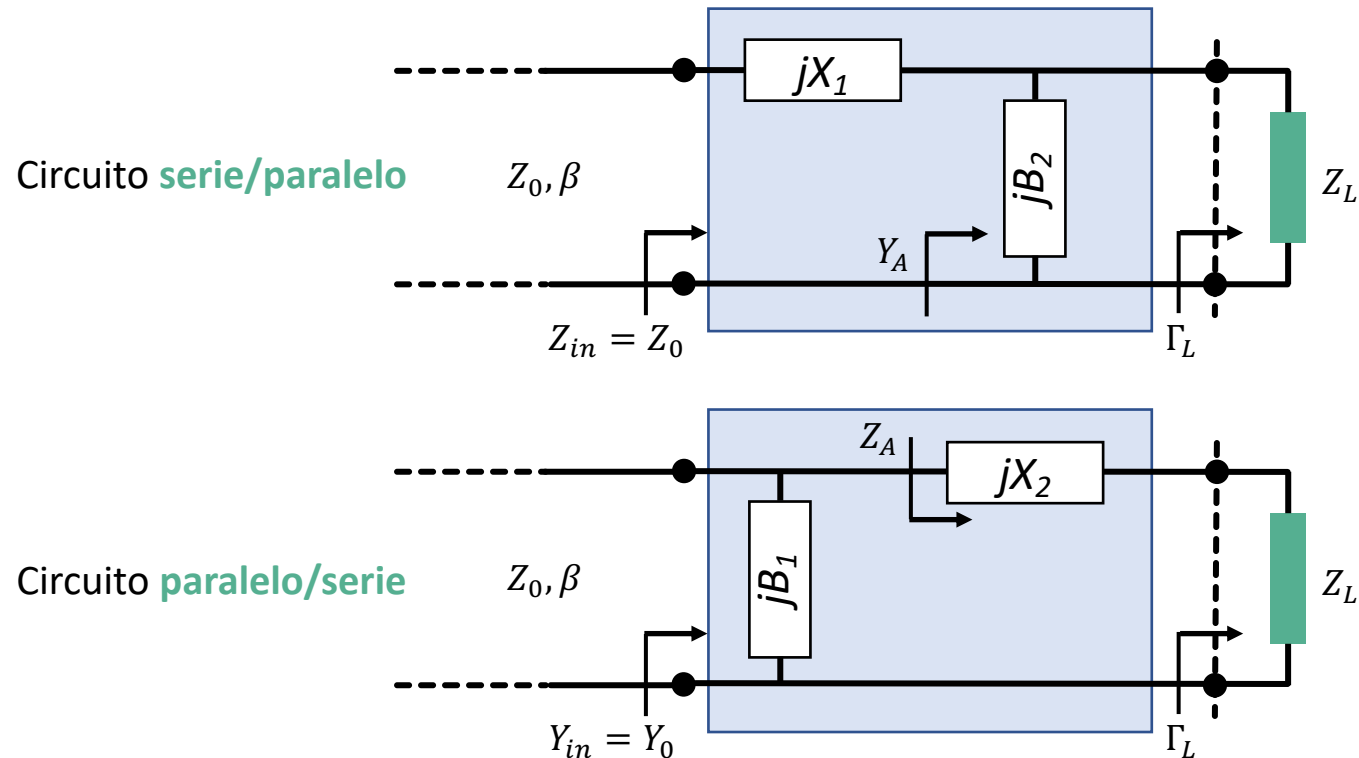
- Renormalizamos: $\bar{Y}'_A = Y_A / Y'_0$
 $\bar{Y}'_A = 2 - j1.44$

- Implementamos $\bar{Y}'_S = +j1.44$
 - Stub c.c.: l desde $Y = \infty \rightarrow l_s = 0.404\lambda$
 - Stub c.a.: l desde $Y = 0 \rightarrow l_s = 0.154\lambda$

(Desplazamientos desde c.c. o c.a. **hacia el generador**)

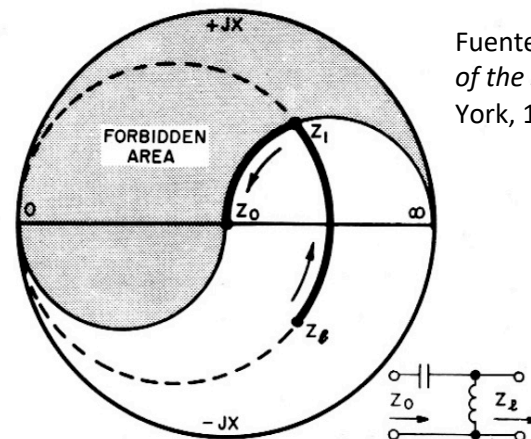
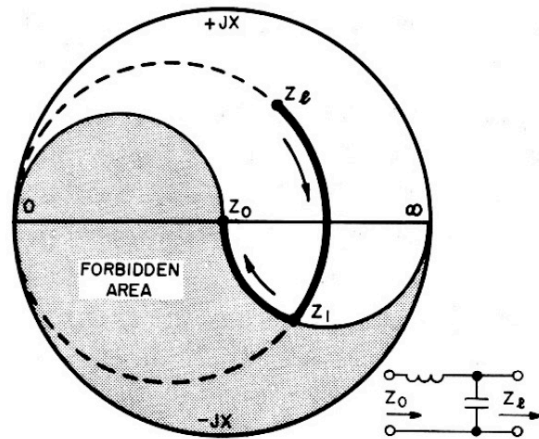
6.3. Adaptación con redes en L y elementos concentrados

- Las redes vistas en el apartado 6.2 permiten adaptar cualquier carga pasiva **pero** no proporcionan control sobre la distancia a la carga
- Como **alternativa** surgen las redes con elementos reactivos en forma de L
- Dos configuraciones:

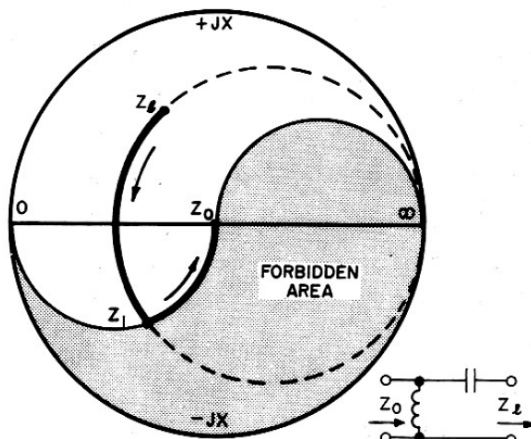
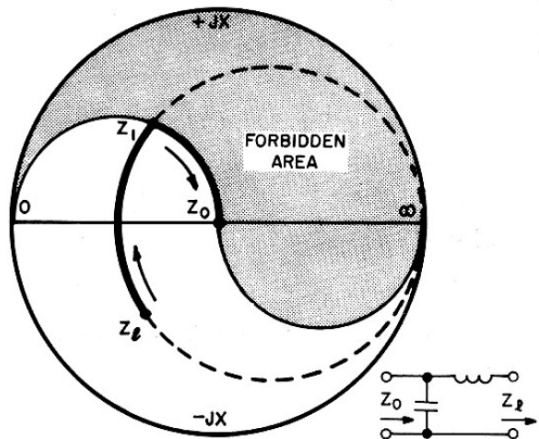


6.3. Adaptación con redes en L y elementos concentrados

- El inconveniente de estas redes es que, dado los desplazamientos que realizan las capacidades/inductancias en serie/paralelo hay cargas que no se pueden adaptar
- Áreas de la carta de Smith con impedancias no adaptables → **zonas prohibidas**

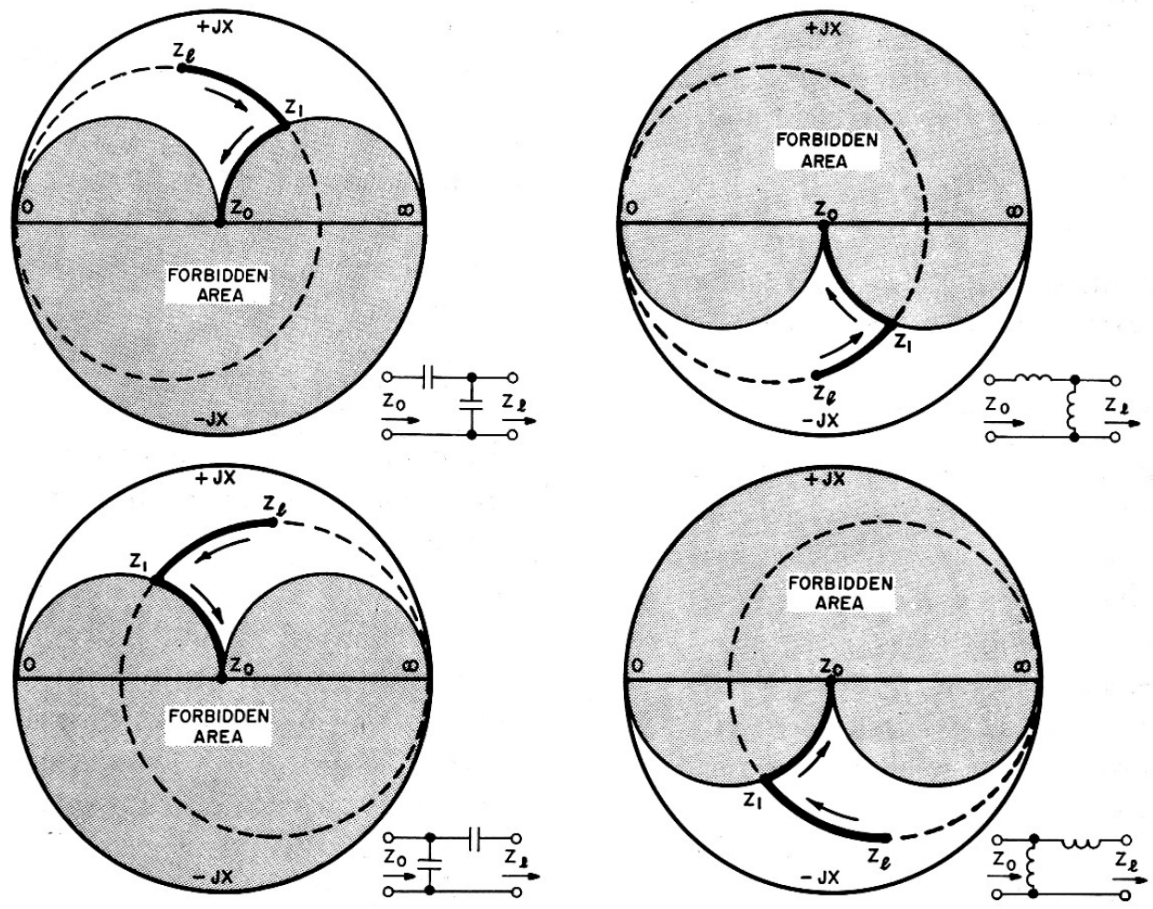


Fuente: Phillip H. Smith, *Electronic Applications of the Smith Chart*, McGraw-Hill Book Co., New York, 1969



6.3. Adaptación con redes en L y elementos concentrados

- Áreas de la carta de Smith con impedancias no adaptables → **zonas prohibidas**



Fuente: Phillip H. Smith, *Electronic Applications of the Smith Chart*, McGraw-Hill Book Co., New York, 1969

6.3. Adaptación con redes en L y elementos concentrados

6.3.1. Soluciones analíticas

A. Circuito serie (jX_1) – paralelo (jB_2)

Adaptación si:

$$Z_{in} = Z_0 = jX_1 + \frac{1}{jB_2 + \frac{1}{Z_L}} = jX_1 + \frac{1}{jB_2 + \frac{1}{R_L + jX_L}} \quad Z_0, \beta$$

Separando parte real e imaginaria:

$$B_2(X_1 R_L - X_L Z_0) = R_L - Z_0$$

$$X_1(1 - B_2 X_L) = B_2 Z_0 R_L - X_L$$

Resolviendo para B_2 :

$$B_2 = \frac{X_L \pm \sqrt{R_L/Z_0} \cdot \sqrt{R_L^2 + X_L^2 - Z_0 R_L}}{R_L^2 + X_L^2} \quad (\text{dos posibles soluciones})$$

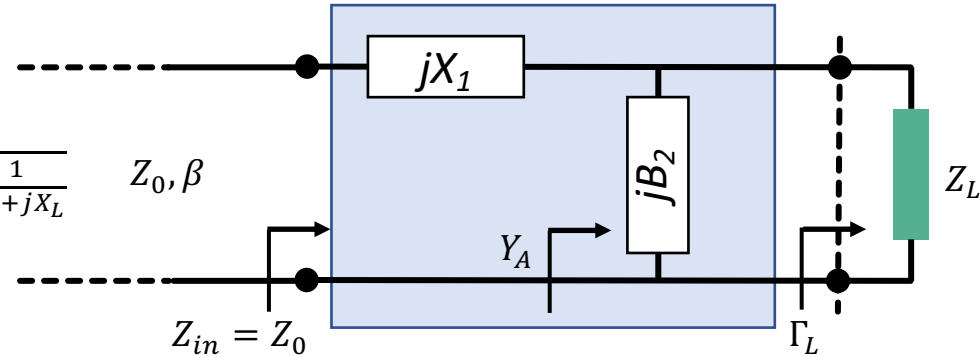
Hay solución físicamente realizable si $R_L^2 + X_L^2 - Z_0 R_L > 0 \rightarrow R_L > Z_0$

Por tanto, \bar{z}_L debe estar dentro del círculo $1+jx$ de la Carta de Smith

El valor de la reactancia serie será: $X_1 = \frac{1}{B_2} + \frac{X_L \cdot Z_0}{R_L} - \frac{Z_0}{B_2 \cdot R_L}$

Si $B_2 > 0 \rightarrow$ capacidad; $B_2 < 0 \rightarrow$ inductancia

Si $X_1 > 0 \rightarrow$ inductancia; $X_1 < 0 \rightarrow$ capacidad

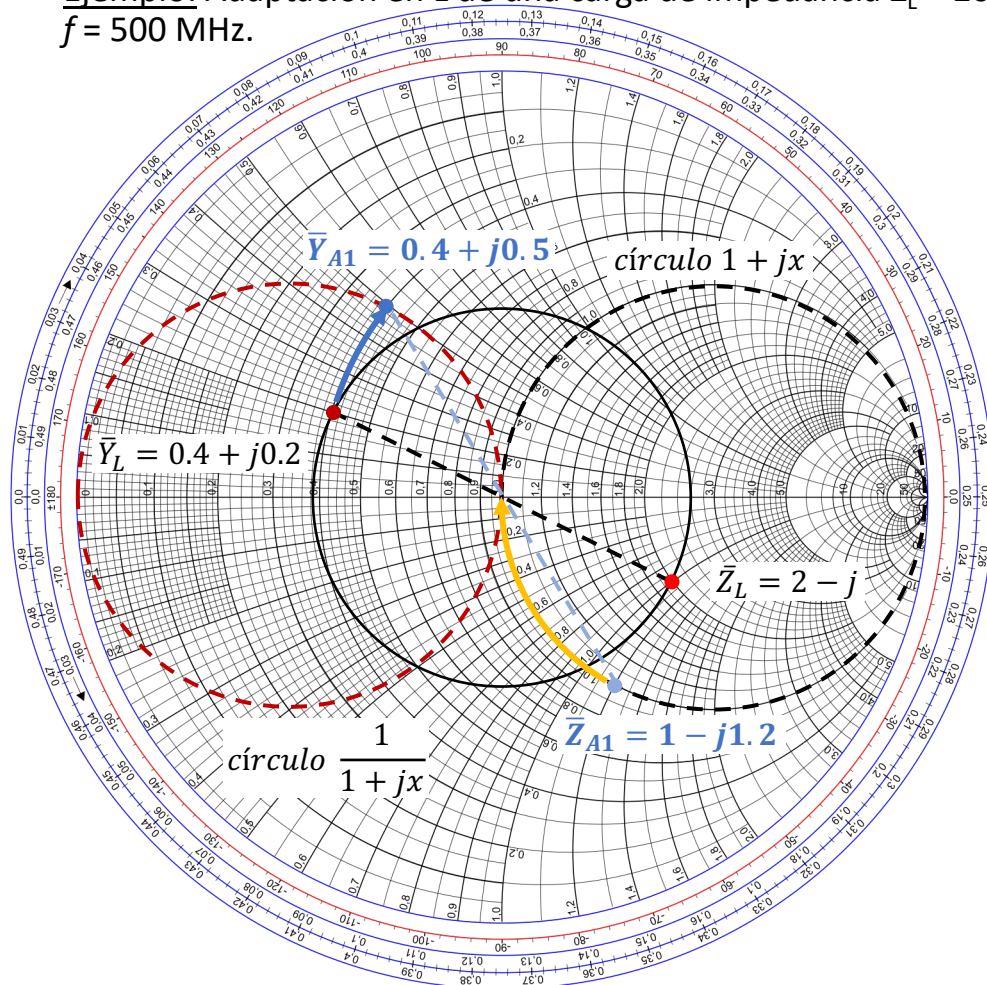


6.3. Adaptación con redes en L y elementos concentrados

6.3.2. Soluciones sobre la carta de Smith

A. Circuito serie (jX_1) – paralelo (jB_2)

Ejemplo: Adaptación en L de una carga de impedancia $Z_L = 200 - j100 \Omega$ a una línea de $Z_0 = 100 \Omega$ a la frecuencia $f = 500 \text{ MHz}$.



Solución 1:

1. Dibujamos $\bar{Z}_L = 2 - j$
2. Dentro círculo $1+jx \rightarrow$ circuito serie/paralelo
3. Calculamos $\bar{Y}_L = 0.4 + j0.2$
4. Con \bar{B}_2 desplazo \bar{Y}_L a la circunferencia $\bar{y} = \frac{1}{1+jx}$
Dibujamos circunf. $\bar{y} = \frac{1}{1+jx}$ con centro en $g=1/3$ que pasa por el origen.
Nos movemos por circunf. $g_A = 0.4$ hasta corte con $\bar{y} = \frac{1}{1+jx} \rightarrow \bar{Y}_{A1} = 0.4 + j0.5 \rightarrow \bar{B}_2 = 0.3$
5. Siguiete elemento X_1 en serie: pasamos a impedancias:
$$\bar{Z}_{A1} = 1 - j1.2$$
6. Con reactancia serie llego al centro, $\bar{X}_1 = 1.2$
7. Susceptancia positiva \rightarrow Condensador
8. Reactancia positiva \rightarrow Bobina

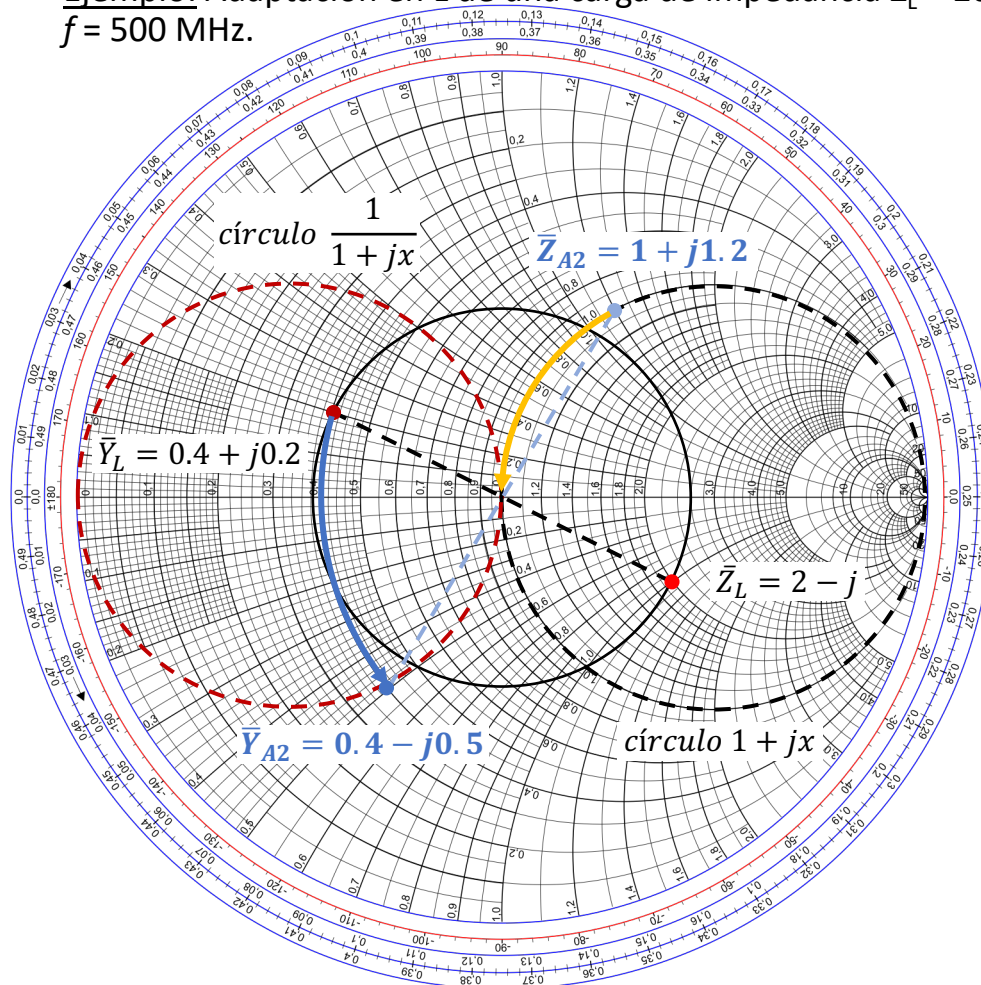
$$C = \frac{\bar{B}_2}{2\pi f Z_0} = 0.95 \text{ pF} \quad L = \frac{\bar{X}_1 Z_0}{2\pi f} = 38.2 \text{ nH}$$

6.3. Adaptación con redes en L y elementos concentrados

6.3.2. Soluciones sobre la carta de Smith

A. Circuito serie (jX_1) – paralelo (jB_2)

Ejemplo: Adaptación en L de una carga de impedancia $Z_L = 200 - j100 \Omega$ a una línea de $Z_0 = 100 \Omega$ a la frecuencia $f = 500 \text{ MHz}$.



Solución 2:

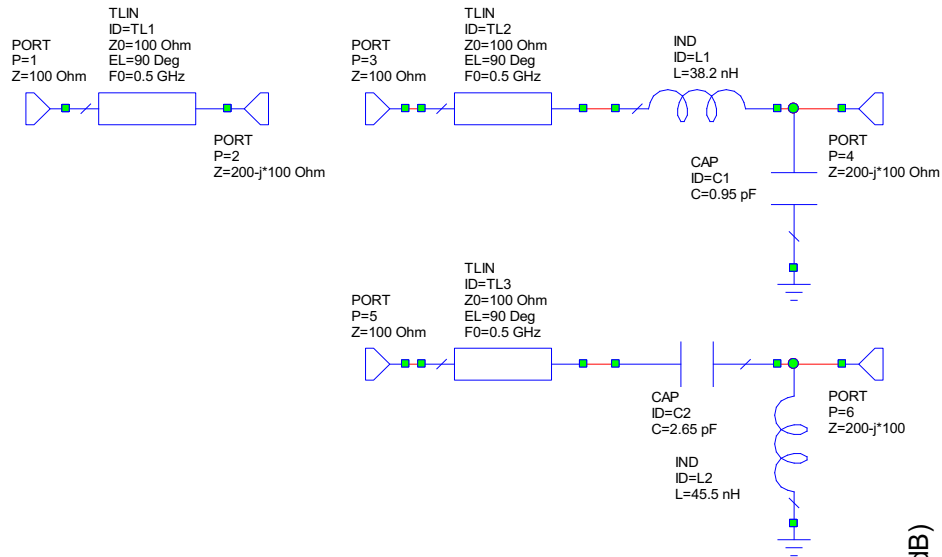
1. Dibujamos $\bar{Z}_L = 2 - j$
2. Dentro círculo $1 + jx \rightarrow$ circuito serie/paralelo
3. Calculamos $\bar{Y}_L = 0.4 + j0.2$
4. Con \bar{B}_2 desplazo \bar{Y}_L a la circunferencia $\bar{y} = \frac{1}{1 + jx}$
Dibujamos circunf. $\bar{y} = \frac{1}{1 + jx}$ con centro en $g=1/3$ que pasa por el origen.
Nos movemos por circunf. $g_A = 0.4$ hasta corte con $\bar{y} = \frac{1}{1 + jx} \rightarrow \bar{Y}_{A2} = 0.4 - j0.5 \rightarrow \bar{B}_2 = -0.7$
5. Siguiete elemento X_1 en serie: pasamos a impedancias:
$$\bar{Z}_{A2} = 1 + j1.2$$
6. Con reactancia serie llego al centro, $\bar{X}_1 = -1.2$
7. Susceptancia negativa \rightarrow Bobina
8. Reactancia negativa \rightarrow Condensador

$$L = \frac{-Z_0}{2\pi f \bar{B}_2} = 45.5 \text{ nH} \quad C = \frac{-1}{2\pi f \bar{X}_1 Z_0} = 2.65 \text{ pF}$$

6.3. Adaptación con redes en L y elementos concentrados

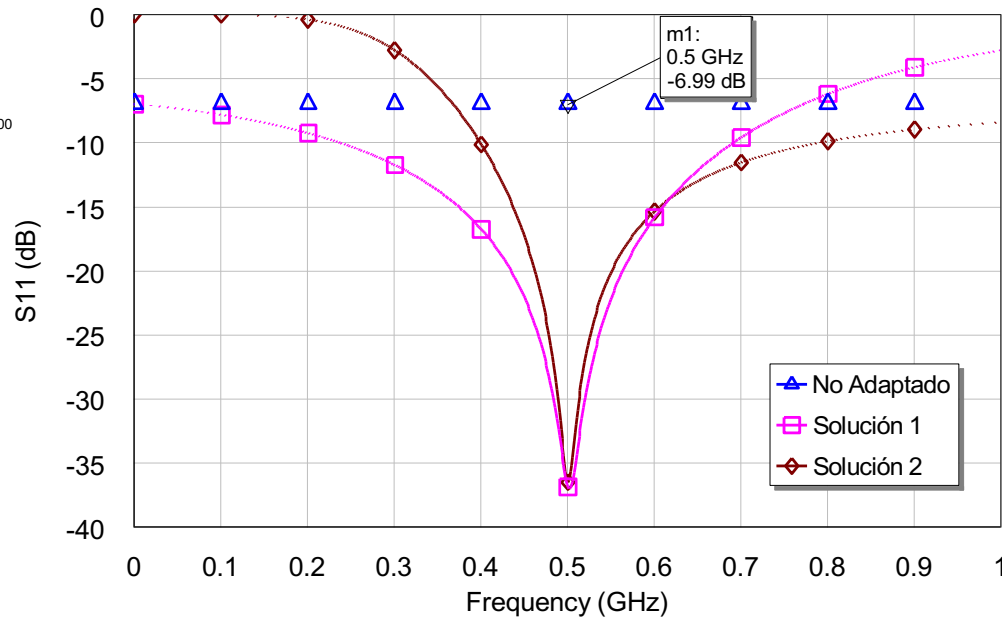
A. Circuito serie (jX₁) – paralelo (jB₂)

Ejemplo: Adaptación en L de una carga de impedancia $Z_L = 200 - j100 \Omega$ a una línea de $Z_0 = 100 \Omega$ a la frecuencia $f = 500 \text{ MHz}$.



$$\Gamma = S_{11} = \frac{Z_L - Z_0}{Z_L + Z_0} = 0.447e^{-j26.6^\circ}$$

$$S_{11}(\text{dB}) = 20 \log |\Gamma| = -6.99 \text{ dB}$$



6.3. Adaptación con redes en L y elementos concentrados

6.3.1. Soluciones analíticas

B. Circuito paralelo (jB_1) – serie (jX_2)

Adaptación si:

$$Y_{in} = Y_0 = \frac{1}{Z_0} = jB_1 + \frac{1}{j(X_2 + X_L) + R_L}$$

Separando parte real e imaginaria:

$$B_1 Z_0 (X_2 + X_L) = Z_0 - R_L$$

$$(X_2 + X_L) = B_1 Z_0 R_L$$

Resolviendo para B_1, X_2 :

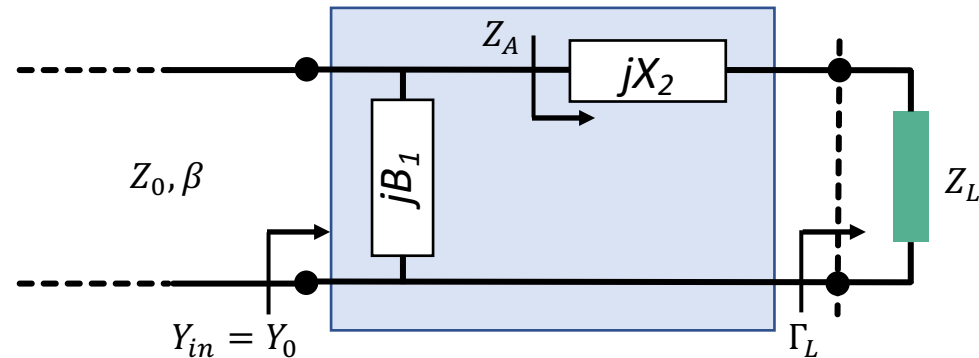
$$B_1 = \frac{\pm \sqrt{\frac{Z_0 - R_L}{R_L}}}{Z_0} \quad X_2 = \pm \sqrt{R_L (Z_0 - R_L)} - X_L \quad (\text{dos posibles soluciones})$$

Hay solución físicamente realizable si $Z_0 - R_L > 0 \rightarrow R_L < Z_0$

Por tanto, \bar{z}_L debe estar fuera del círculo $1+jx$ de la Carta de Smith

Si $B_1 > 0 \rightarrow$ capacidad; $B_1 < 0 \rightarrow$ inductancia

Si $X_2 > 0 \rightarrow$ inductancia; $X_2 < 0 \rightarrow$ capacidad

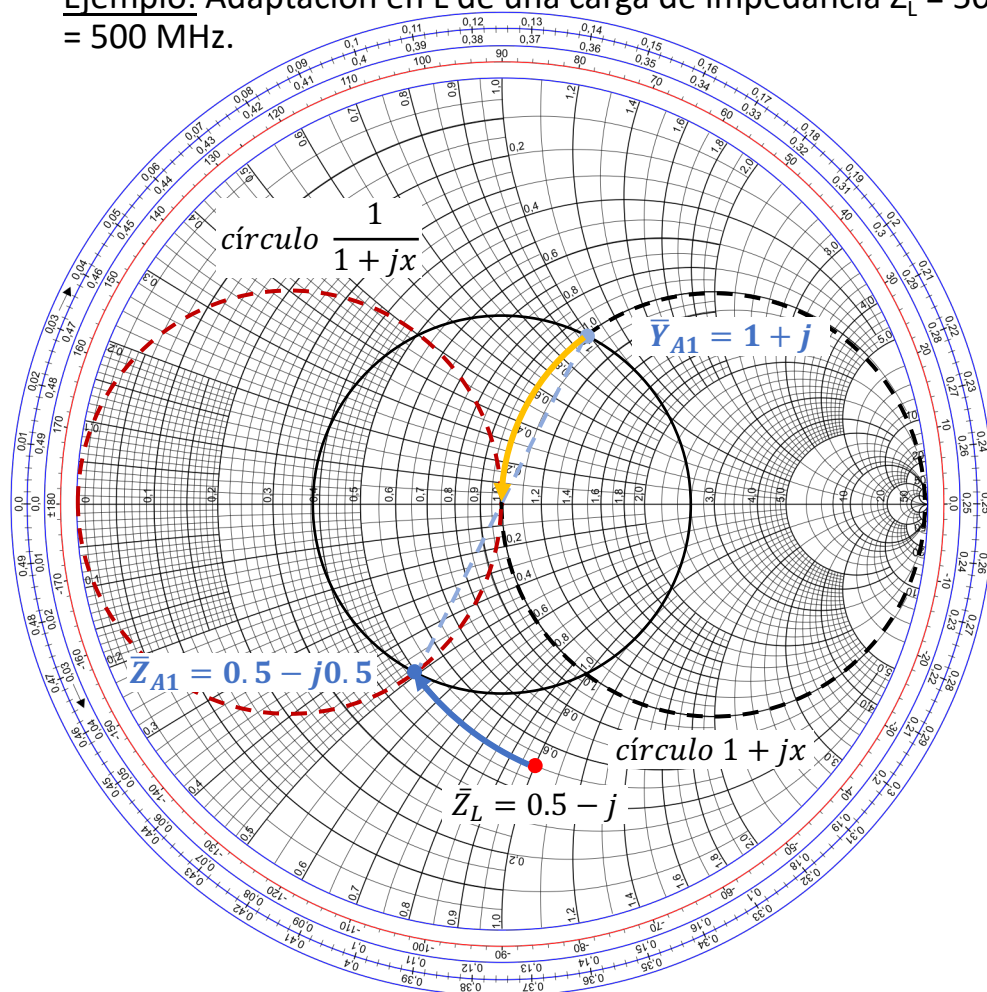


6.3. Adaptación con redes en L y elementos concentrados

6.3.2. Soluciones sobre la carta de Smith

B. Circuito paralelo (jB_1) – serie (jX_2)

Ejemplo: Adaptación en L de una carga de impedancia $Z_L = 50 - j100 \Omega$ a una línea de $Z_0 = 100 \Omega$ a la frecuencia $f = 500 \text{ MHz}$.



Solución 1:

1. Dibujamos $\bar{Z}_L = 0.5 - j$
 2. Fuera círculo $1+jx \rightarrow$ circuito paralelo/serie
 3. Con \bar{X}_2 desplazo \bar{Z}_L a la circunferencia $\bar{y} = \frac{1}{1+jx}$
- Dibujamos circunf. $\bar{y} = \frac{1}{1+jx}$ con centro en $g=1/3$ que pasa por el origen.
- Nos movemos por circunf. $g_A = 0.5$ hasta corte con $\bar{y} = \frac{1}{1+jx} \rightarrow \bar{Z}_{A1} = 0.5 - j0.5 \rightarrow \bar{X}_2 = 0.5$
4. Siguiendo elemento B_1 en paralelo: pasamos a admitancias:
- $$\bar{Y}_{A1} = 1 + j$$
5. Con susceptancia llego al centro, $\bar{B}_1 = -1$
 6. Reactancia positiva \rightarrow Bobina
 7. Susceptancia negativa \rightarrow Bobina

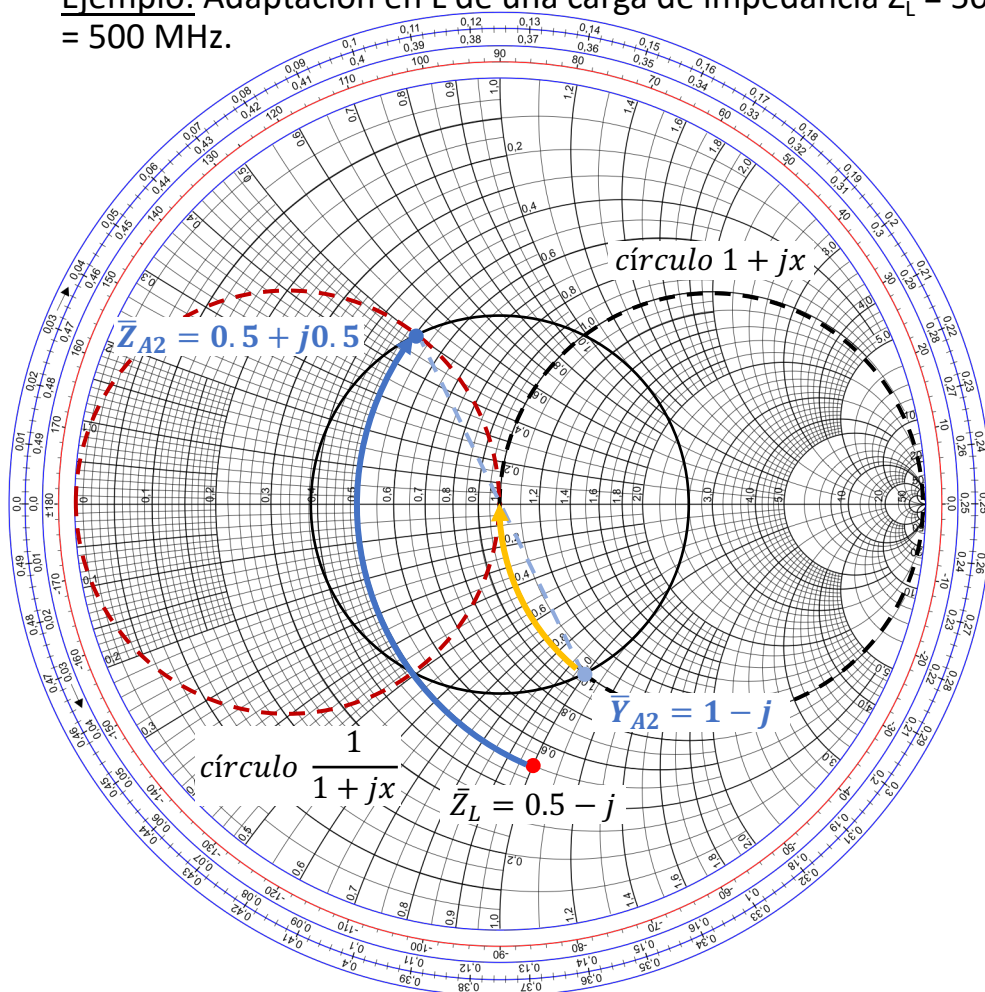
$$L = \frac{\bar{X}_2 Z_0}{2\pi f} = 15.9 \text{ nH} \quad L = \frac{-Z_0}{2\pi f \bar{B}_1} = 31.8 \text{ nH}$$

6.3. Adaptación con redes en L y elementos concentrados

6.3.2. Soluciones sobre la carta de Smith

B. Circuito paralelo (jB_1) – serie (jX_2)

Ejemplo: Adaptación en L de una carga de impedancia $Z_L = 50 - j100 \Omega$ a una línea de $Z_0 = 100 \Omega$ a la frecuencia $f = 500 \text{ MHz}$.



Solución 2:

1. Dibujamos $\bar{Z}_L = 0.5 - j$
 2. Fuera círculo $1+jx \rightarrow$ circuito paralelo/serie
 3. Con \bar{X}_2 desplazo \bar{Z}_L a la circunferencia $\bar{y} = \frac{1}{1+jx}$
- Dibujamos circunf. $\bar{y} = \frac{1}{1+jx}$ con centro en $g=1/3$ que pasa por el origen.
- Nos movemos por circunf. $g_A = 0.5$ hasta corte con $\bar{y} = \frac{1}{1+jx} \rightarrow \bar{Z}_{A2} = 0.5 + j0.5 \rightarrow \bar{X}_2 = 1.5$
4. Siguiete elemento B_1 en paralelo: pasamos a admittancias:

$$\bar{Y}_{A2} = 1 - j$$

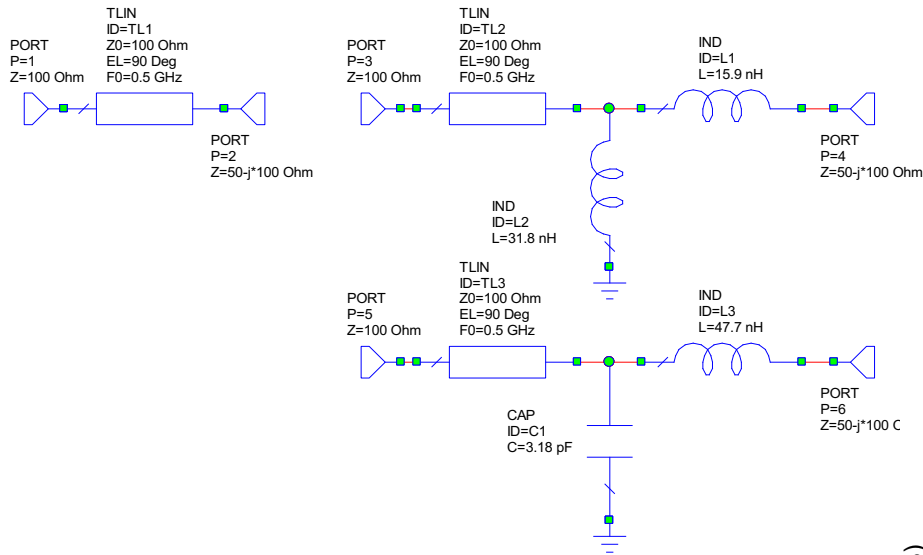
5. Con susceptancia llego al centro, $\bar{B}_1 = +1$
6. Reactancia positiva \rightarrow Bobina
7. Susceptancia positiva \rightarrow Condensador

$$L = \frac{\bar{X}_2 Z_0}{2\pi f} = 47.7 \text{ nH} \quad C = \frac{\bar{B}_1}{2\pi f Z_0} = 3.18 \text{ pF}$$

6.3. Adaptación con redes en L y elementos concentrados

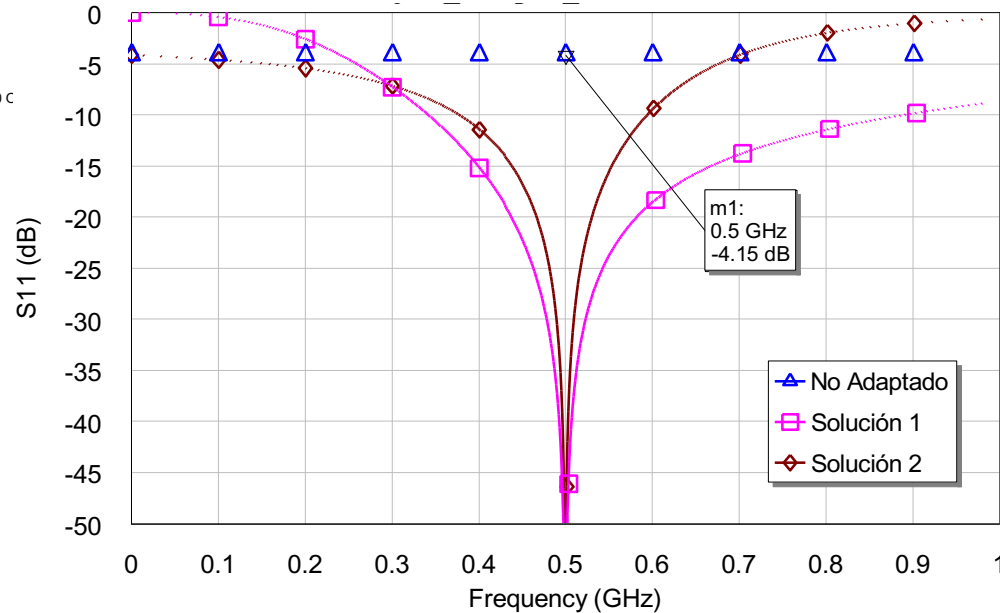
B. Circuito paralelo (jB₁) – serie (jX₂)

Ejemplo: Adaptación en L de una carga de impedancia $Z_L = 50 - j100 \Omega$ a una línea de $Z_0 = 100 \Omega$ a la frecuencia $f = 500 \text{ MHz}$.



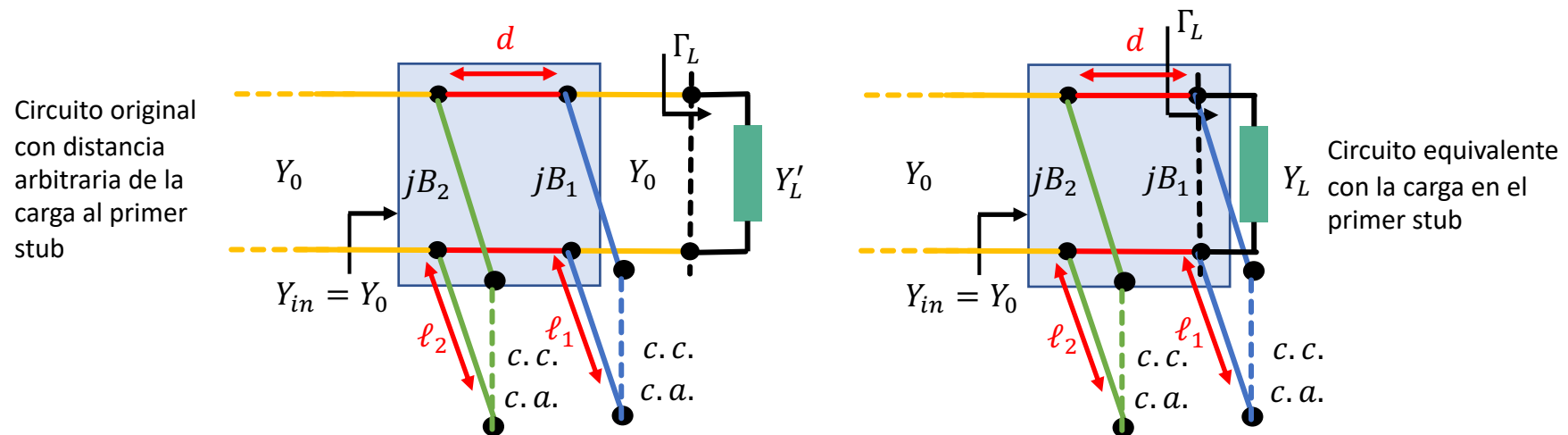
$$\Gamma = S_{11} = \frac{Z_L - Z_0}{Z_L + Z_0} = 0.62e^{-j82.9^\circ}$$

$$S_{11}(\text{dB}) = 20 \log |\Gamma| = -4.15 \text{ dB}$$



6.4. Adaptación con doble stub

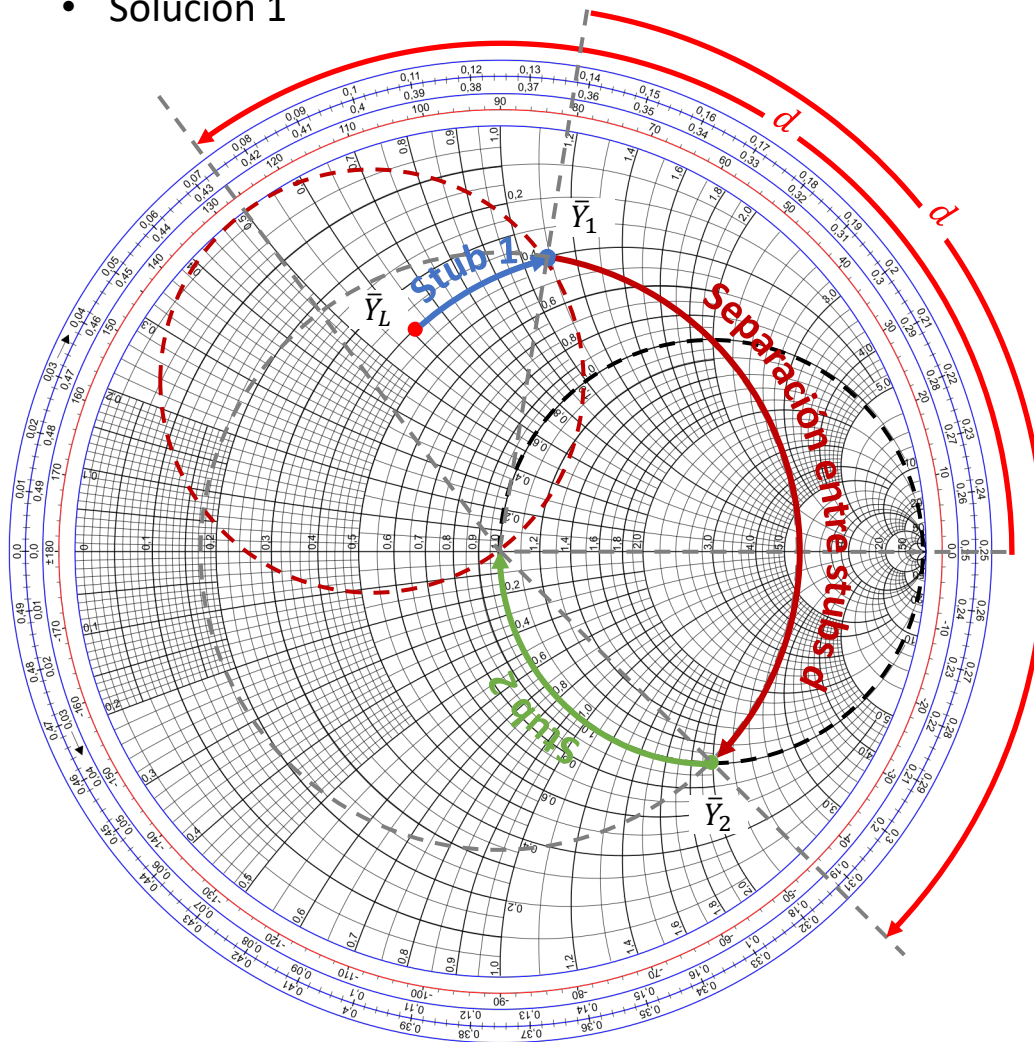
- **Stub simple** (sección 6.2.3)
 - Parte real de $Z_L \neq 0$
 - Sin mecanismo de control de la distancia a la carga \rightarrow redes de adaptación de gran longitud
 - Dificultad para sintonía variable
- **Doble stub**
 - Se pueden utilizar dos stubs ajustables en paralelo. Elemento común en coaxial en el laboratorio
 - No es capaz de adaptar cualquier tipo de carga
 - 3 pasos \rightarrow 3 variables: ℓ_1 , ℓ_2 y d



6.4. Adaptación con doble stub

6.4.1. Solución doble stub sobre la carta de Smith

- Solución 1

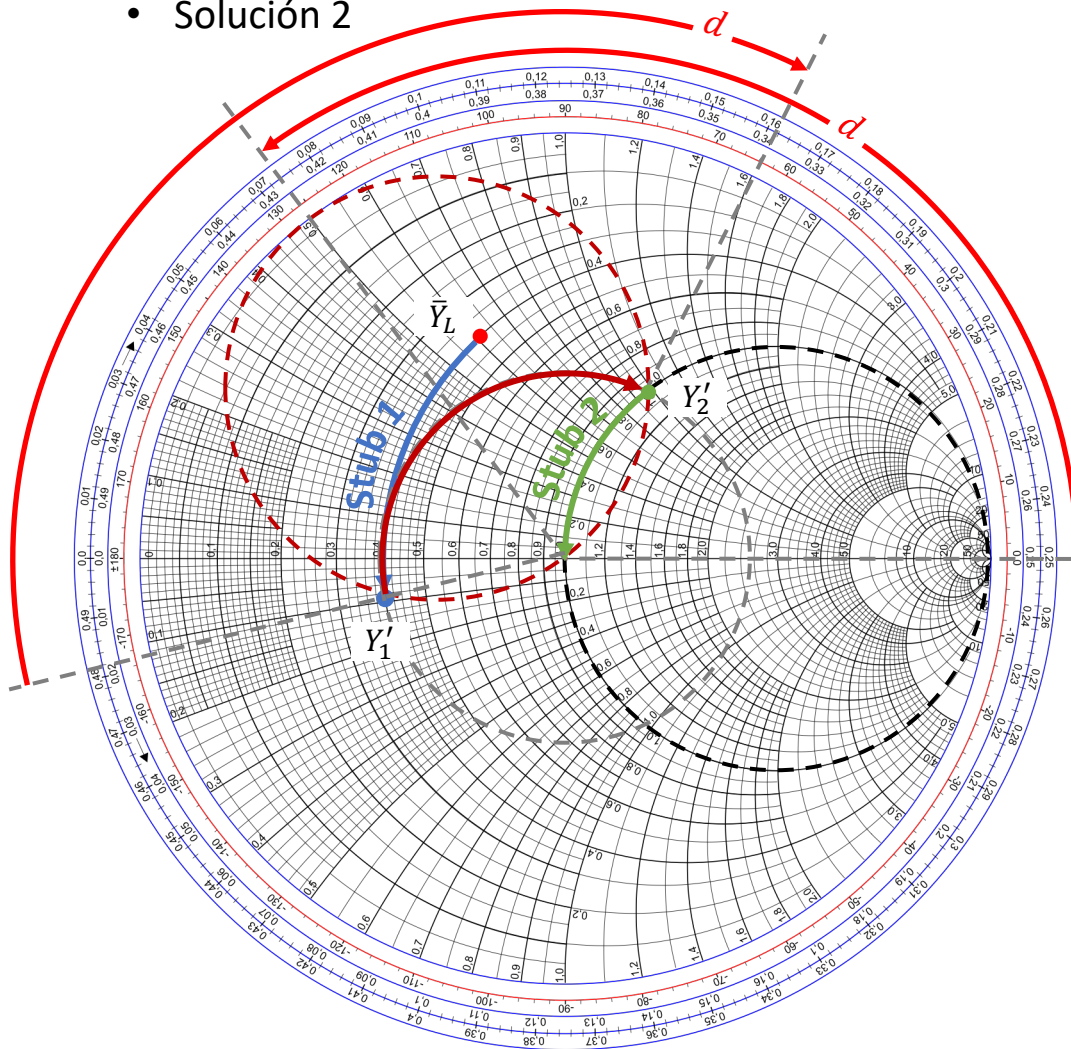


1. Dibujamos \bar{Y}_L
2. Dibujamos circunferencia $1+jb$ rotada la distancia eléctrica correspondiente a d (hacia la carga)
3. Primer stub introduce admitancia $j\bar{B}_1$ que lleva \bar{Y}_L a la circunferencia rotada $\rightarrow \bar{Y}_1$
4. Separación entre stubs desplaza \bar{Y}_1 (por circunf. radio $|\Gamma|$) a circunferencia $g = 1$ en dirección al generador $\rightarrow \bar{Y}_2$
5. Segundo stub introduce admitancia $j\bar{B}_2$ que lleva \bar{Y}_2 al centro

6.4. Adaptación con doble stub

6.4.1. Solución doble stub sobre la carta de Smith

- Solución 2

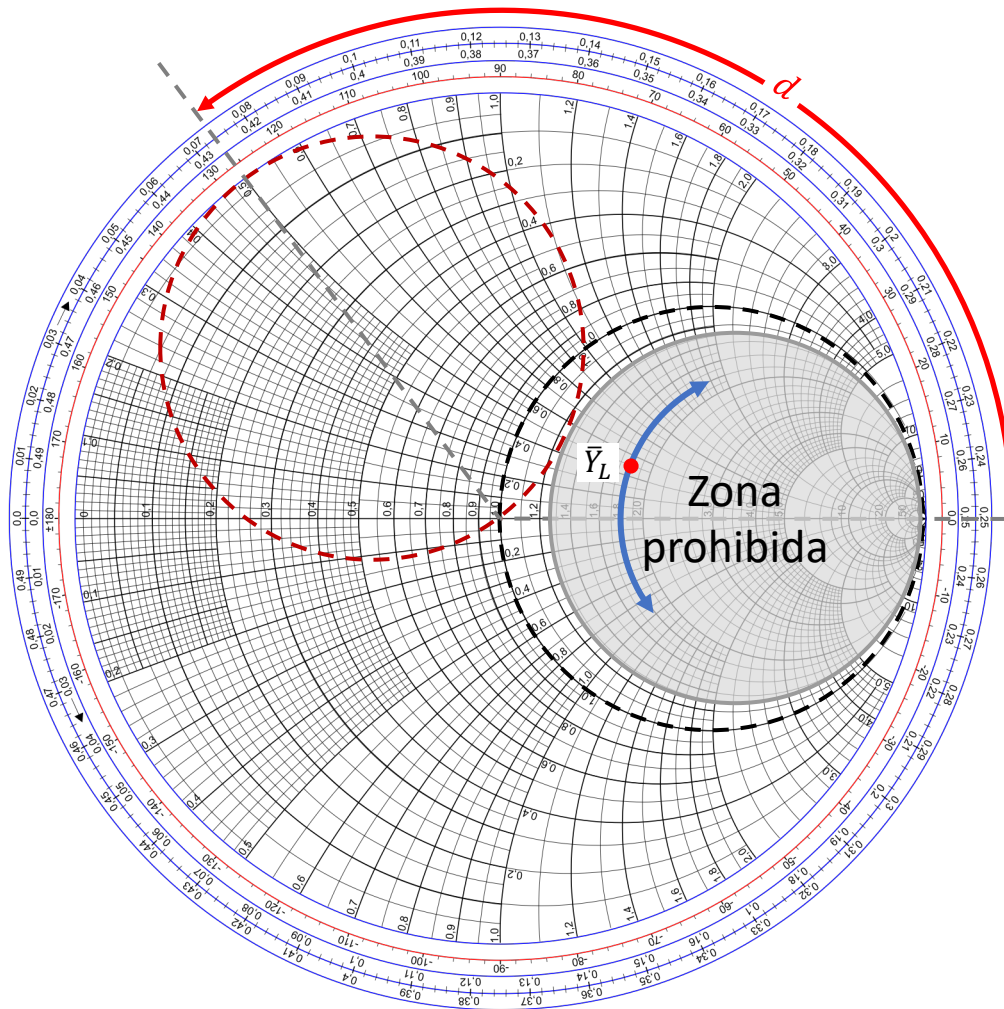


1. Dibujamos \bar{Y}_L
2. Dibujamos circunferencia $1+jb$ rotada la distancia eléctrica correspondiente a d (hacia la carga)
3. Primer stub introduce admitancia $j\bar{B}_1$ que lleva \bar{Y}_L a la circunferencia rotada $\rightarrow Y'_1$
4. Separación entre stubs desplaza \bar{Y}_1 (por circunf. radio $|\Gamma|$) a circunferencia $g = 1$ en dirección al generador $\rightarrow Y'_2$
5. Segundo stub introduce admitancia $j\bar{B}_2$ que lleva Y'_2 al centro

6.4. Adaptación con doble stub

6.4.1. Solución doble stub sobre la carta de Smith

- Zona prohibida



- **Círculo prohibido** → conjunto de admitancias que no pueden ser adaptadas con este tipo de adaptador.
- Si \bar{Y}_L está dentro del círculo $g_0 + jb$ → ningún valor de susceptancia \bar{B}_1 podría llevar el punto de carga hasta el círculo $1 + jb$.
- Forma de reducir el rango prohibido → disminución de la distancia entre stubs, d .
- Sin embargo, d suficientemente grande para poder construir los stubs.
- Stubs con $d = 0$ ó $\lambda/2$ → muy sensibles en frecuencia. Habitual $d = \lambda/8$ ó $3\lambda/8$.

6.4. Adaptación con doble stub

6.4.2. Solución doble stub analítica

- Admitancia en el punto de unión del primer stub

$$Y_1 = G_L + j(B_L + B_1)$$

- Admitancia justo antes del segundo stub

$$Y_2 = Y_0 \cdot \frac{G_L + j(B_L + B_1 + Y_0 \tan(\beta d))}{Y_0 + j \tan(\beta d)(G_L + jB_L + jB_1)}$$

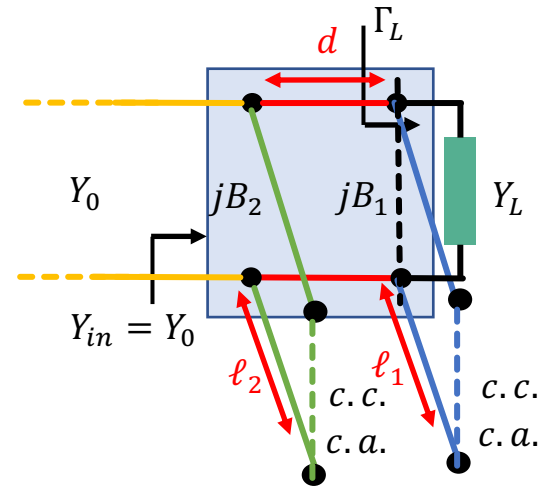
- Teniendo en cuenta que $\text{Re}(Y_2) = Y_0$ y resolviendo para G_L :

$$G_L = Y_0 \cdot \frac{1 + (\tan(\beta d))^2}{(\tan(\beta d))^2} \left[1 \pm \sqrt{1 - \frac{4(\tan(\beta d))^2(Y_0 - B_L(\tan(\beta d)) - B_1(\tan(\beta d)))^2}{Y_0^2(1 + (\tan(\beta d))^2)^2}} \right]$$

- Como G_L es real se llega a que:

$$0 \leq G_L \leq Y_0 \cdot \frac{1 + (\tan(\beta d))^2}{(\tan(\beta d))^2} = \frac{Y_0}{\text{sen}^2(\beta d)}$$

- Rango de G_L que puede ser adaptado para una distancia entre stubs d



6.4. Adaptación con doble stub

6.4.2. Solución doble stub analítica

- Una vez fijada la separación entre stubs, d , se pueden calcular

$$B_1 = -B_L + \frac{Y_0 \pm \sqrt{(1 + (\tan(\beta d))^2)G_L Y_0 - G_L^2 (\tan(\beta d))^2}}{\tan(\beta d)}$$

$$B_2 = \frac{\pm Y_0 \sqrt{(1 + (\tan(\beta d))^2)G_L Y_0 - G_L^2 (\tan(\beta d))^2} + G_L Y_0}{G_L \tan(\beta d)}$$

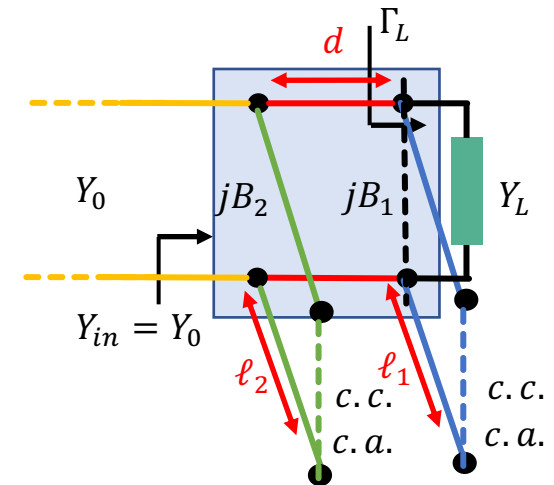
- Los signos +/- corresponden a las mismas soluciones
- La longitud del stub en circuito abierto se obtiene a partir de:

$$\frac{\ell_{ca}}{\lambda} = \frac{1}{2\pi} \tan^{-1} \left(\frac{B}{Y_0} \right)$$

- Y la longitud del stub en cortocircuito se calcula mediante:

$$\frac{\ell_{cc}}{\lambda} = \frac{-1}{2\pi} \tan^{-1} \left(\frac{Y_0}{B} \right)$$

- Donde B son las susceptancias de los stubs (B_1 ó B_2)
- Si ℓ es negativa ($B < 0$) entonces esa longitud se resta a un stub de $\ell = 0.5\lambda$



6.4. Adaptación con doble stub

Ejemplo: Diseñar una red de adaptación don dos stubs en paralelo para adaptar una carga $Z_L = 60 - j80 \Omega$ a una línea con $Z_0 = 50 \Omega$. Los stubs están en circuito abierto y distanciados $\lambda/8$. $f = 0.5 \text{ GHz}$.

Solución:

$$\bar{Z}_L = 1.2 - j1.6 \rightarrow \bar{Y}_L = 0.3 + j0.4$$

Dibujamos círculo $1+jb$ rotado $d = \lambda/8$

Susceptancia primer stub:

$$\text{Solución 1: } \bar{Y}_1 = 0.3 + j1.7 \rightarrow \bar{B}_1 = 1.3$$

$$\text{Solución 2: } \bar{Y}'_1 = 0.3 + j0.28 \rightarrow \bar{B}'_1 = -0.12$$

Desplazo $\bar{Y}_1 \lambda/8$ hacia el generador:

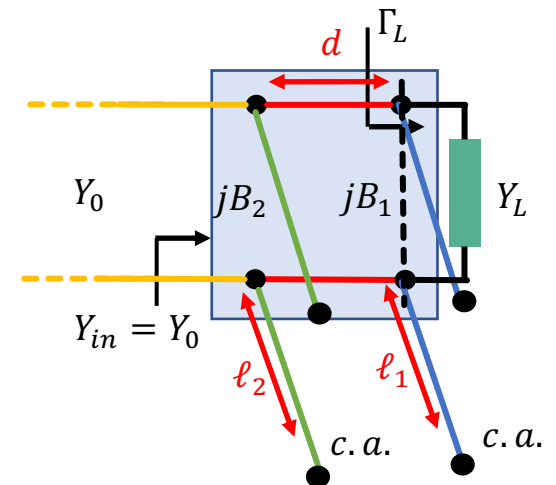
$$\text{Solución 1: } \bar{Y}_2 = 1 - j3.4 \rightarrow \bar{B}_2 = 3.4$$

$$\text{Solución 2: } \bar{Y}'_2 = 1 + j1.38 \rightarrow \bar{B}'_2 = -1.38$$

Longitud de los stubs:

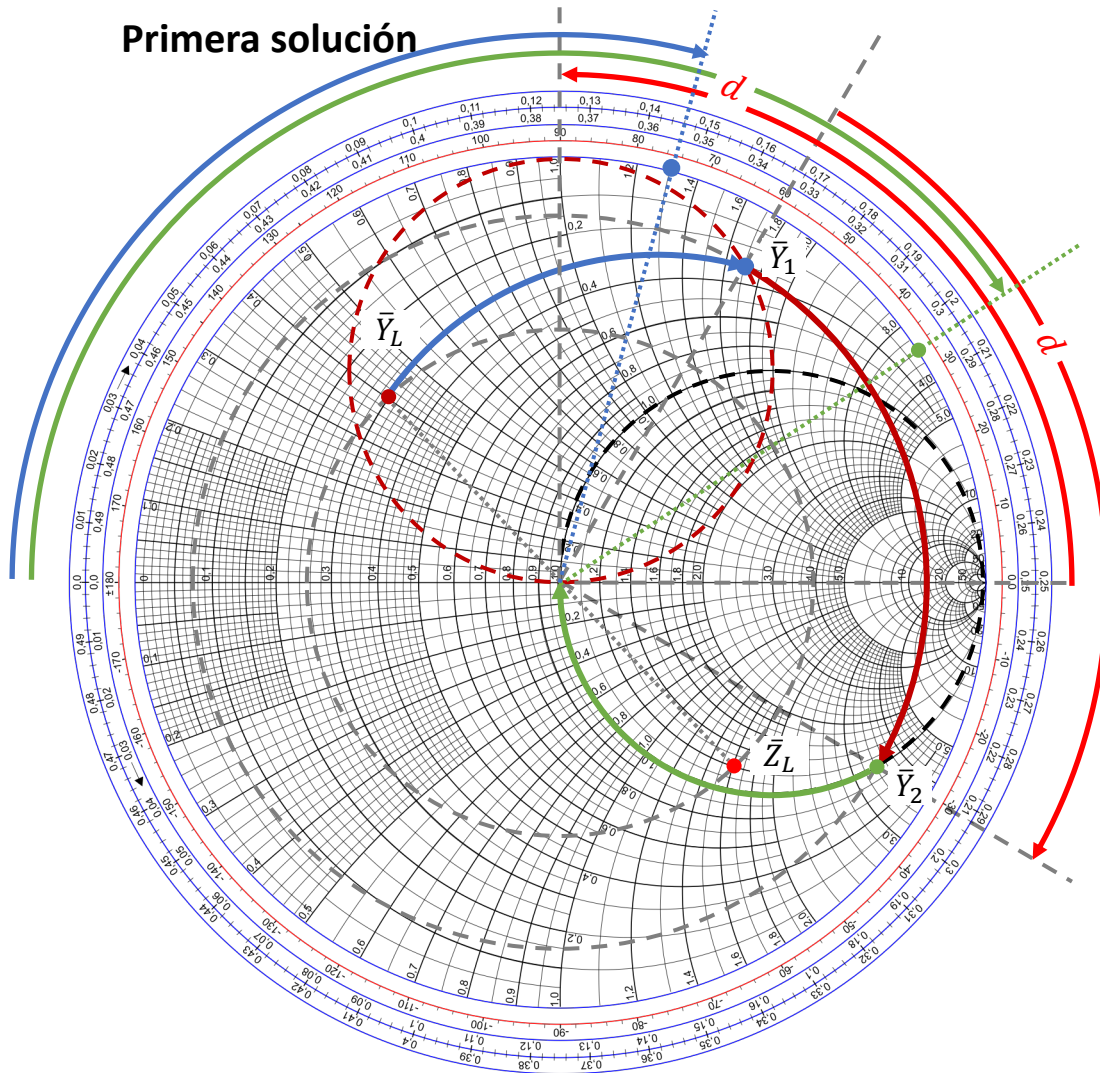
$$\text{Solución 1: } \ell_1 = 0.146\lambda, \ell_2 = 0.204\lambda$$

$$\text{Solución 2: } \ell_1 = 0.481\lambda, \ell_2 = 0.350\lambda$$



6.4. Adaptación con doble stub

Primera solución



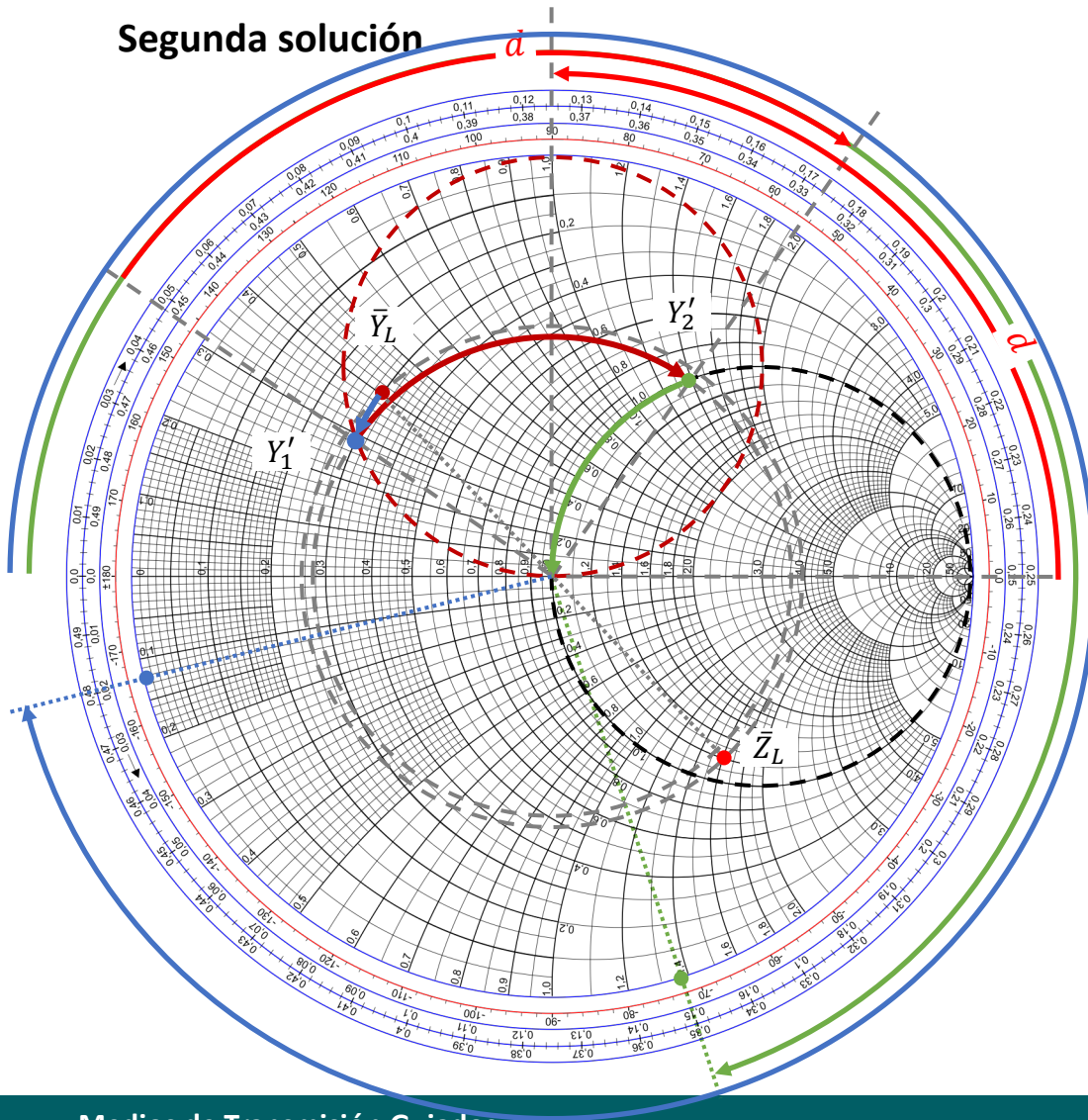
1. Dibujamos $\bar{Z}_L = 1.2 - j1.6$
2. Obtenemos $\bar{Y}_L = 0.3 + j0.4$
3. Dibujamos circunferencia $1+jb$ rotada la distancia eléctrica correspondiente a d (hacia la carga)
4. Llevo \bar{Y}_L a $\bar{Y}_1 = 0.3 + j1.7$
5. Obtengo $j\bar{B}_1 = j1.3$
6. Separación entre stubs desplaza \bar{Y}_1 (por circunf. radio $|\Gamma|$) a circunferencia $g = 1$ en dirección al generador $\rightarrow Y'_2 = 1 - j3.4$
7. Obtengo $j\bar{B}_2 = j3.4$ que lleva Y'_2 al centro
8. Calculo la longitud de los stubs para conseguir esas susceptancias

$$\ell_1 = 0.146\lambda$$

$$\ell_2 = 0.204\lambda$$

6.4. Adaptación con doble stub

Segunda solución



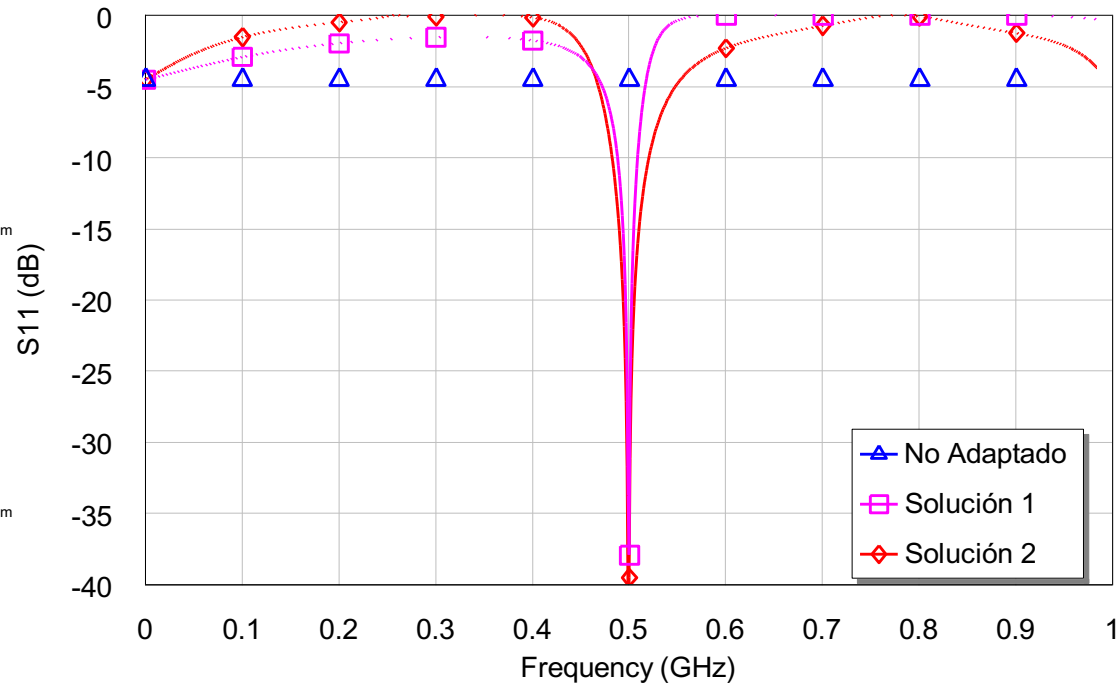
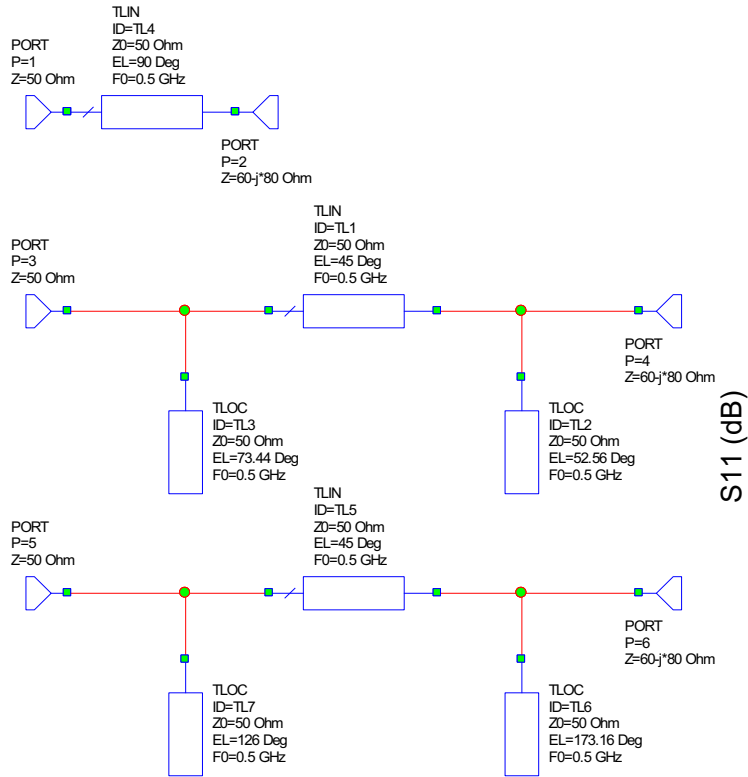
1. Dibujamos $\bar{Z}_L = 1.2 - j1.6$
2. Obtenemos $\bar{Y}_L = 0.3 + j0.4$
3. Dibujamos circunferencia $1+jb$ rotada la distancia eléctrica correspondiente a d (hacia la carga)
4. Llevo \bar{Y}_L a $\bar{Y}_1 = 0.3 + j0.28$
5. Obtengo $j\bar{B}_1 = -j0.12$
6. Separación entre stubs desplaza \bar{Y}_1 (por circunf. radio $|\Gamma|$) a circunferencia $g = 1$ en dirección al generador $\rightarrow Y_2' = 1 + j1.38$
7. Obtengo $j\bar{B}_2 = -j1.38$ que lleva Y_2' al centro
8. Calculo la longitud de los stubs para conseguir esas susceptancias

$$\ell_1 = 0.481\lambda$$

$$\ell_2 = 0.350\lambda$$

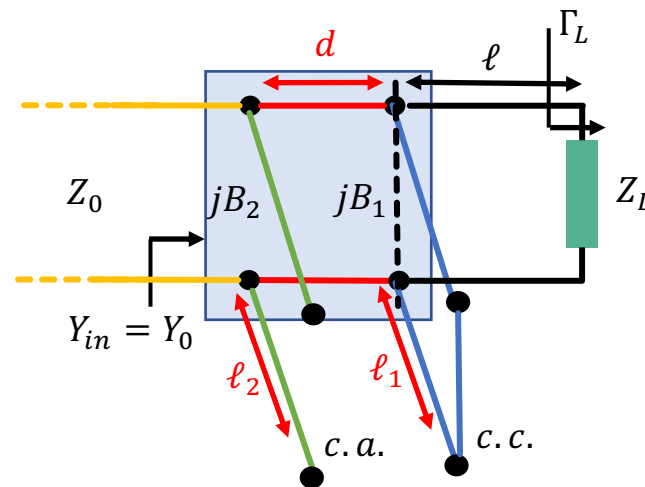
6.4. Adaptación con doble stub

Simulación coeficiente reflexión



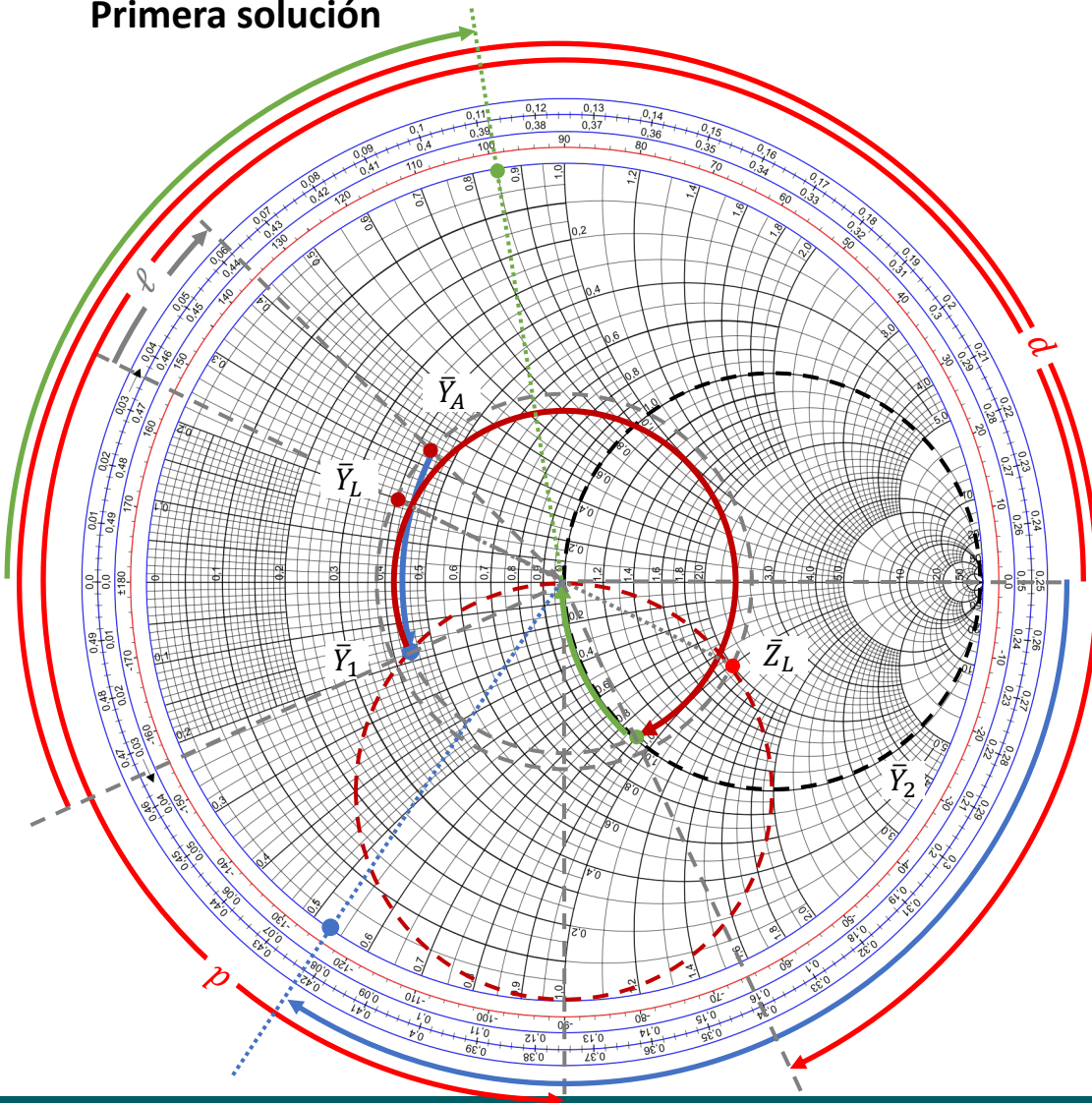
6.4. Adaptación con doble stub

Ejemplo: Diseñar una red de adaptación don dos stubs en paralelo para adaptar una carga $Z_L = 100 - j50 \Omega$ a una línea con $Z_0 = 50 \Omega$. La longitud entre la carga y el primer stub es $\ell = 0.028\lambda$. Los stubs están en cortocircuito el primero y en circuito abierto el segundo y separados una distancia que introduce un desfase de $3\pi/4$.



6.4. Adaptación con doble stub

Primera solución



1. Dibujamos $\bar{Z}_L = 2 - j$
2. Obtenemos $\bar{Y}_L = 0.4 + j0.2$
3. Desplazamos \bar{Y}_L una distancia $\ell = 0.028\lambda$
4. Obtenemos $\bar{Y}_A = 0.44 + j0.36$
5. Dibujamos circunferencia $1 + jb$ rotada la distancia eléctrica correspondiente a d (hacia la carga). La distancia se obtiene a partir del desfase recordando la ecuación: $\theta = \beta\ell$
6. $\ell = 3\lambda/8 = d$
7. Llevo \bar{Y}_A a $\bar{Y}_1 = 0.44 - j0.17$
8. Obtengo $j\bar{B}_1 = -j0.53$
9. Separación entre stubs desplaza \bar{Y}_1 (por circunf. radio $|\Gamma|$) a circunferencia $g = 1$ en dirección al generador $\rightarrow \bar{Y}_2 = 1 - j0.85$
10. Obtengo $j\bar{B}_2 = j0.85$ que lleva \bar{Y}_2 al centro
11. Calculo la longitud de los stubs para conseguir esas susceptancias:

- Gráficamente

$$\ell_1 = 0.172\lambda$$

$$\ell_2 = 0.112\lambda$$

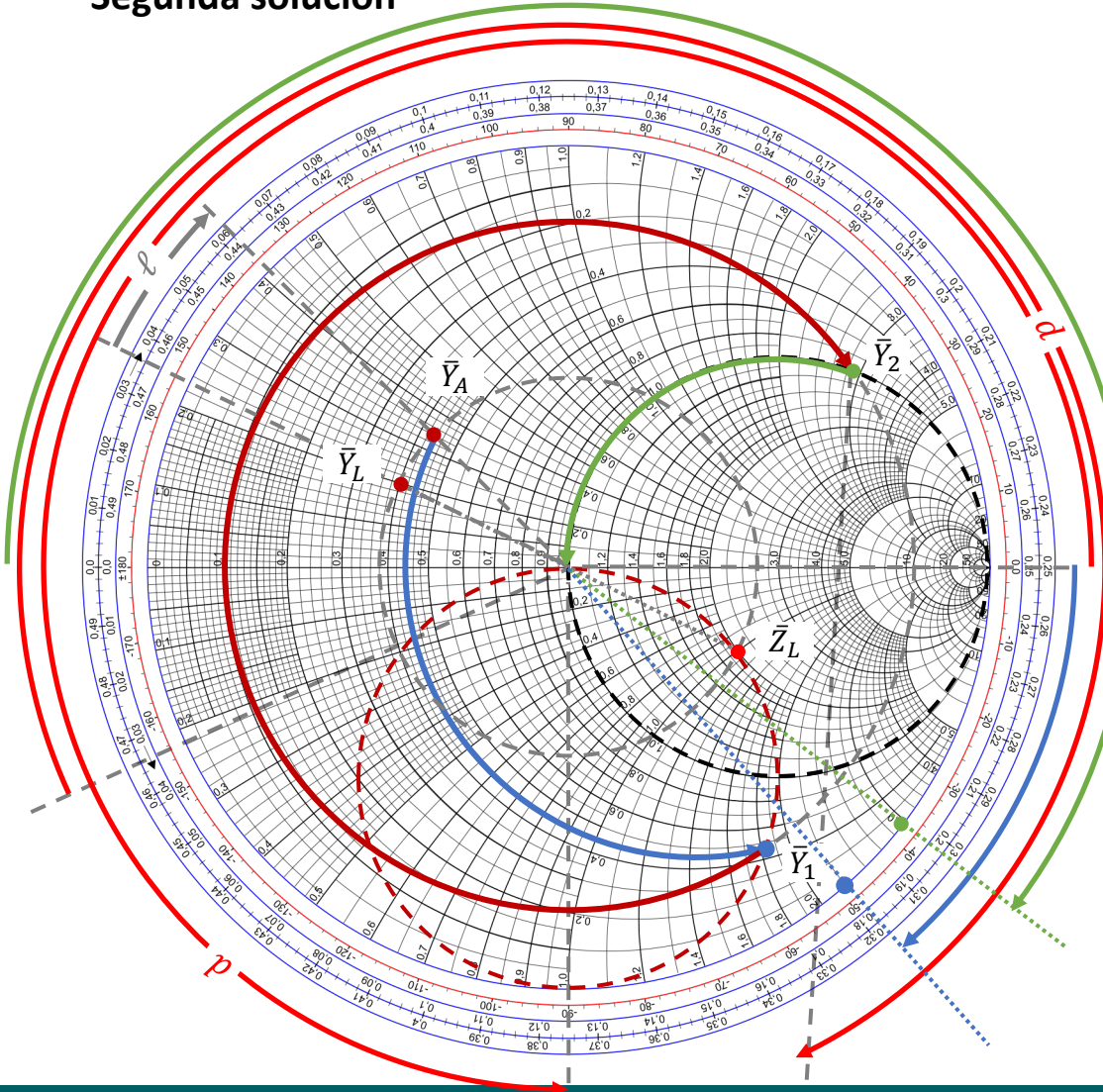
- Analíticamente

$$\frac{\ell_{cc}}{\lambda} = \frac{-1}{2\pi} \tan^{-1}\left(\frac{Y_0}{B}\right) = \frac{-1}{2\pi} \tan^{-1}\left(\frac{1}{-0.53}\right) = 0.172$$

$$\frac{\ell_{ca}}{\lambda} = \frac{1}{2\pi} \tan^{-1}\left(\frac{B}{Y_0}\right) = \frac{1}{2\pi} \tan^{-1}(0.85) = 0.112$$

6.4. Adaptación con doble stub

Segunda solución



1. Dibujamos $\bar{Z}_L = 2 - j$
2. Obtenemos $\bar{Y}_L = 0.4 + j0.2$
3. Desplazamos \bar{Y}_L una distancia $\ell = 0.028\lambda$
4. Obtenemos $\bar{Y}_A = 0.44 + j0.36$
5. Dibujamos circunferencia $1 + jb$ rotada la distancia eléctrica correspondiente a d (hacia la carga). La distancia se obtiene a partir del desfase recordando la ecuación: $\theta = \beta\ell$
6. $\ell = 3\lambda/8 = d$
7. Llevo \bar{Y}_A a $\bar{Y}_1 = 0.44 - j1.85$
8. Obtengo $j\bar{B}_1 = -j2.21$
9. Separación entre stubs desplaza \bar{Y}_1 (por circunf. radio $|\Gamma|$) a circunferencia $g = 1$ en dirección al generador $\rightarrow \bar{Y}_2 = 1 + j2.95$
10. Obtengo $j\bar{B}_2 = -j2.95$ que lleva \bar{Y}_2 al centro
11. Calculo la longitud de los stubs para conseguir esas susceptancias:

- Gráficamente

$$\ell_1 = 0.068\lambda$$

$$\ell_2 = 0.302\lambda$$

- Analíticamente

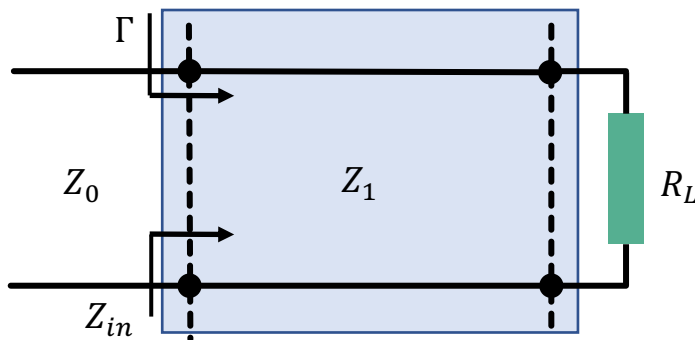
$$\frac{\ell_{cc}}{\lambda} = \frac{-1}{2\pi} \tan^{-1}\left(\frac{Y_0}{B}\right) = \frac{-1}{2\pi} \tan^{-1}\left(\frac{1}{-2.21}\right) = 0.0676$$

$$\frac{\ell_{ca}}{\lambda} = \frac{1}{2\pi} \tan^{-1}\left(\frac{B}{Y_0}\right) = \frac{1}{2\pi} \tan^{-1}(-2.95) = -0.198$$

$$\ell_{ca} = 0.5\lambda - 0.198\lambda = 0.302\lambda$$

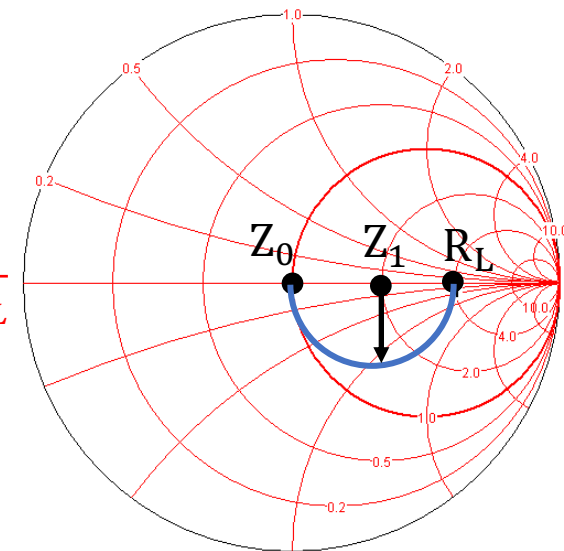
6.5. Transformador cuarto de longitud de onda

- Circuito más útil **para adaptar una impedancia real** a un línea de transmisión (impedancia real)
- Cualquier impedancia compleja se puede transformar en real utilizando, como se ha visto, una línea de transmisión adecuada o un stub reactivo apropiado, serie o paralelo.
- Importante: Z_L y Z_0 tienen que ser reales
- El transformador es un tramo de línea de impedancia Z_1 y longitud eléctrica $\lambda/4$



$$Z_{in} = Z_1 \frac{R_L + jZ_1 \tan \beta l}{Z_1 + jR_L \tan \beta l} \quad \ell = \lambda/4 \rightarrow Z_{in} = \frac{Z_1^2}{R_L}$$

- Para obtener adaptación $\Gamma = 0 \rightarrow Z_{in} = Z_0$, por tanto: $Z_1 = \sqrt{Z_0 \cdot R_L}$



6.5. Transformador cuarto de longitud de onda

- El transformador cuarto de onda tiene un ancho de banda pequeño
- El ancho de banda se puede aumentar añadiendo más secciones de longitud $\lambda/4$
- Las impedancias de las diferentes secciones están tabuladas para diferentes funciones de transferencia

Respuesta Binomial

TABLE 5.1 Binomial Transformer Design

Z_L/Z_0	$N = 2$		$N = 3$			$N = 4$			
	Z_1/Z_0	Z_2/Z_0	Z_1/Z_0	Z_2/Z_0	Z_3/Z_0	Z_1/Z_0	Z_2/Z_0	Z_3/Z_0	Z_4/Z_0
1.0	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000
1.5	1.1067	1.3554	1.0520	1.2247	1.4259	1.0257	1.1351	1.3215	1.4624
2.0	1.1892	1.6818	1.0907	1.4142	1.8337	1.0444	1.2421	1.6102	1.9150
3.0	1.3161	2.2795	1.1479	1.7321	2.6135	1.0718	1.4105	2.1269	2.7990
4.0	1.4142	2.8285	1.1907	2.0000	3.3594	1.0919	1.5442	2.5903	3.6633
6.0	1.5651	3.8336	1.2544	2.4495	4.7832	1.1215	1.7553	3.4182	5.3500
8.0	1.6818	4.7568	1.3022	2.8284	6.1434	1.1436	1.9232	4.1597	6.9955
10.0	1.7783	5.6233	1.3409	3.1623	7.4577	1.1613	2.0651	4.8424	8.6110

Z_L/Z_0	$N = 5$					$N = 6$					
	Z_1/Z_0	Z_2/Z_0	Z_3/Z_0	Z_4/Z_0	Z_5/Z_0	Z_1/Z_0	Z_2/Z_0	Z_3/Z_0	Z_4/Z_0	Z_5/Z_0	Z_6/Z_0
1.0	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000
1.5	1.0128	1.0790	1.2247	1.3902	1.4810	1.0064	1.0454	1.1496	1.3048	1.4349	1.4905
2.0	1.0220	1.1391	1.4142	1.7558	1.9569	1.0110	1.0790	1.2693	1.5757	1.8536	1.9782
3.0	1.0354	1.2300	1.7321	2.4390	2.8974	1.0176	1.1288	1.4599	2.0549	2.6577	2.9481
4.0	1.0452	1.2995	2.0000	3.0781	3.8270	1.0225	1.1661	1.6129	2.4800	3.4302	3.9120
6.0	1.0596	1.4055	2.4495	4.2689	5.6625	1.0296	1.2219	1.8573	3.2305	4.9104	5.8275
8.0	1.0703	1.4870	2.8284	5.3800	7.4745	1.0349	1.2640	2.0539	3.8950	6.3291	7.7302
10.0	1.0789	1.5541	3.1623	6.4346	9.2687	1.0392	1.2982	2.2215	4.5015	7.7030	9.6228

NOTA: La tabla es válida para $Z_L > Z_0$.
Por tanto, para valores $Z_L < Z_0$ las impedancias se deben intercambiar.

Fuente: David M. Pozar, *Microwave Engineering*, 4th Ed., John Wiley&Sons, Inc., 2012

6.5. Transformador cuarto de longitud de onda

Respuesta Chebyshev

TABLE 5.2 Chebyshev Transformer Design

Z_L/Z_0	$N = 2$				$N = 3$					
	$\Gamma_m = 0.05$		$\Gamma_m = 0.20$		$\Gamma_m = 0.05$			$\Gamma_m = 0.20$		
	Z_1/Z_0	Z_2/Z_0	Z_1/Z_0	Z_2/Z_0	Z_1/Z_0	Z_2/Z_0	Z_3/Z_0	Z_1/Z_0	Z_2/Z_0	Z_3/Z_0
1.0	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000
1.5	1.1347	1.3219	1.2247	1.2247	1.1029	1.2247	1.3601	1.2247	1.2247	1.2247
2.0	1.2193	1.6402	1.3161	1.5197	1.1475	1.4142	1.7429	1.2855	1.4142	1.5558
3.0	1.3494	2.2232	1.4565	2.0598	1.2171	1.7321	2.4649	1.3743	1.7321	2.1829
4.0	1.4500	2.7585	1.5651	2.5558	1.2662	2.0000	3.1591	1.4333	2.0000	2.7908
6.0	1.6047	3.7389	1.7321	3.4641	1.3383	2.4495	4.4833	1.5193	2.4495	3.9492
8.0	1.7244	4.6393	1.8612	4.2983	1.3944	2.8284	5.7372	1.5766	2.8284	5.0742
10.0	1.8233	5.4845	1.9680	5.0813	1.4385	3.1623	6.9517	1.6415	3.1623	6.0920

$N = 4$

Z_L/Z_0	$\Gamma_m = 0.05$				$\Gamma_m = 0.20$			
	Z_1/Z_0	Z_2/Z_0	Z_3/Z_0	Z_4/Z_0	Z_1/Z_0	Z_2/Z_0	Z_3/Z_0	Z_4/Z_0
1.0	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000
1.5	1.0892	1.1742	1.2775	1.3772	1.2247	1.2247	1.2247	1.2247
2.0	1.1201	1.2979	1.5409	1.7855	1.2727	1.3634	1.4669	1.5715
3.0	1.1586	1.4876	2.0167	2.5893	1.4879	1.5819	1.8965	2.0163
4.0	1.1906	1.6414	2.4369	3.3597	1.3692	1.7490	2.2870	2.9214
6.0	1.2290	1.8773	3.1961	4.8820	1.4415	2.0231	2.9657	4.1623
8.0	1.2583	2.0657	3.8728	6.3578	1.4914	2.2428	3.5670	5.3641
10.0	1.2832	2.2268	4.4907	7.7930	1.5163	2.4210	4.1305	6.5950

NOTA: La tabla es válida para $Z_L > Z_0$. Por tanto, para valores $Z_L < Z_0$ las impedancias se deben intercambiar.

NOTA 2: El valor Γ_m es el valor máximo permitido de coeficiente de reflexión en la banda de diseño.

Fuente: David M. Pozar, *Microwave Engineering*, 4th Ed., John Wiley&Sons, Inc., 2012

6.5. Transformador cuarto de longitud de onda

Ejemplo: Realizar la adaptación de impedancias entre $Z_0 = 50 \Omega$ y $Z_L = 100 \Omega$ con transformadores $\lambda/4$ de $N = 1, 2, 3$ y 4 secciones, respuesta de tipo Chebyshev y coeficiente de reflexión $\Gamma_m = 0.05$ ($S_{11} = -26\text{dB}$) (frecuencia central de diseño $f_0 = 0.5 \text{ GHz}$)

$$\frac{Z_L}{Z_0} = 2$$

TABLE 5.2 Chebyshev Transformer Design

Z_L/Z_0	$N = 2$				$N = 3$					
	$\Gamma_m = 0.05$		$\Gamma_m = 0.20$		$\Gamma_m = 0.05$			$\Gamma_m = 0.20$		
	Z_1/Z_0	Z_2/Z_0	Z_1/Z_0	Z_2/Z_0	Z_1/Z_0	Z_2/Z_0	Z_3/Z_0	Z_1/Z_0	Z_2/Z_0	Z_3/Z_0
1.0	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000
1.5	1.1347	1.3219	1.2247	1.2247	1.1029	1.2247	1.3601	1.2247	1.2247	1.2247
2.0	1.2193	1.6402	1.3161	1.5197	1.1475	1.4142	1.7429	1.2855	1.4142	1.5558
3.0	1.3494	2.232	1.4565	2.0598	1.2171	1.7321	2.4649	1.3743	1.7321	2.1829
4.0	1.4500	2.7585	1.5651	2.5558	1.2662	2.0000	3.1591	1.4333	2.0000	2.7908
6.0	1.6047	3.7389	1.7321	3.4641	1.3383	2.4495	4.4833	1.5193	2.4495	3.9492
8.0	1.7244	4.6393	1.8612	4.2983	1.3944	2.8284	5.7372	1.5766	2.8284	5.0742
10.0	1.8233	5.4845	1.9680	5.0813	1.4385	3.1623	6.9517	1.6415	3.1623	6.0920

$N = 4$

Z_L/Z_0	$\Gamma_m = 0.05$				$\Gamma_m = 0.20$			
	Z_1/Z_0	Z_2/Z_0	Z_3/Z_0	Z_4/Z_0	Z_1/Z_0	Z_2/Z_0	Z_3/Z_0	Z_4/Z_0
1.0	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000
1.5	1.0892	1.1742	1.2775	1.3772	1.2247	1.2247	1.2247	1.2247
2.0	1.1201	1.2979	1.5409	1.7855	1.2727	1.3634	1.4669	1.5715
3.0	1.1586	1.4876	2.0167	2.5893	1.4879	1.5819	1.8965	2.0163
4.0	1.1906	1.6414	2.4369	3.3597	1.3692	1.7490	2.2870	2.9214
6.0	1.2290	1.8773	3.1961	4.8820	1.4415	2.0231	2.9657	4.1623
8.0	1.2583	2.0657	3.8728	6.3578	1.4914	2.2428	3.5670	5.3641
10.0	1.2832	2.2268	4.4907	7.7930	1.5163	2.4210	4.1305	6.5950

Para $N = 1$

$$Z_1 = \sqrt{Z_0 \cdot R_L} = 70.7 \Omega$$

Para $N = 2$

$$\frac{Z_1}{Z_0} = 1.2193 \rightarrow Z_1 = 60.96 \Omega$$

$$\frac{Z_2}{Z_0} = 1.6402 \rightarrow Z_2 = 82.01 \Omega$$

Para $N = 3$

$$\frac{Z_1}{Z_0} = 1.1475 \rightarrow Z_1 = 57.35 \Omega$$

$$\frac{Z_2}{Z_0} = 1.4142 \rightarrow Z_2 = 70.71 \Omega$$

$$\frac{Z_3}{Z_0} = 1.7429 \rightarrow Z_3 = 87.14 \Omega$$

Para $N = 4$

$$\frac{Z_1}{Z_0} = 1.1201 \rightarrow Z_1 = 56 \Omega$$

$$\frac{Z_2}{Z_0} = 1.2979 \rightarrow Z_2 = 64.9 \Omega$$

$$\frac{Z_3}{Z_0} = 1.5409 \rightarrow Z_3 = 77.04 \Omega$$

$$\frac{Z_4}{Z_0} = 1.7855 \rightarrow Z_4 = 89.27 \Omega$$

6.5. Transformador cuarto de longitud de onda

Ejemplo:

