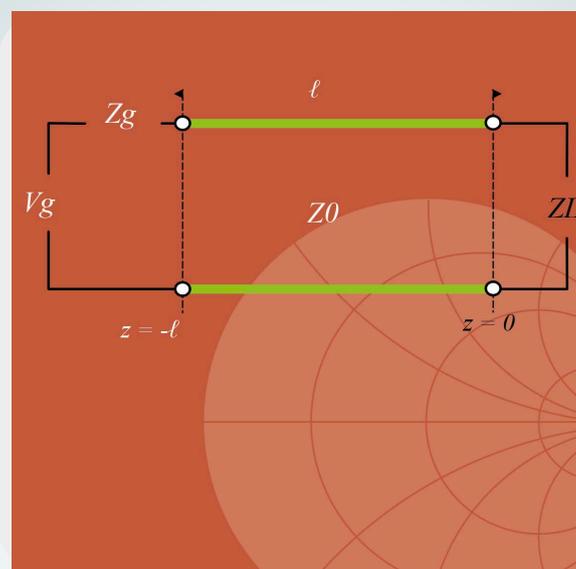


Medios de Transmisión Guiados

Ejercicios Tema 5.

La Carta de Smith



Juan Luis Cano de Diego
Óscar Fernández Fernández
José Antonio Pereda Fernández

Departamento de Ingeniería de Comunicaciones

Este tema se publica bajo Licencia:

[Creative Commons BY-NC-SA 4.0](https://creativecommons.org/licenses/by-nc-sa/4.0/)

TEMA 5: Carta de Smith
Hoja de ejercicios adicionales
Curso: 2023/2024

Ejercicio 1

Una línea de transmisión de impedancia característica $Z_0 = 100\Omega$ y longitud 0.3λ se termina con una carga $Z_L = 40 + j70\Omega$.

Calcular:

- El coeficiente de reflexión en la carga
- El coeficiente de reflexión a la entrada de la línea
- La impedancia de entrada
- La razón de onda estacionaria en la línea

Ejercicio 2

Una línea de impedancia característica $Z_0 = 50\Omega$ es terminada en una carga $Z_L = 100 + j50\Omega$. Calcular la admitancia de carga y la admitancia de entrada de la línea de longitud 0.15λ .

Ejercicio 3

En un punto de una línea de transmisión ideal de impedancia característica $Z_0 = 50\Omega$ se mide un coeficiente de reflexión de módulo 0.6 y fase 50° . Se pide determinar de una forma gráfica mediante la carta de Smith:

- El valor de la impedancia Z_{in} y la admitancia Y_{in} en dicho punto
- La razón de onda estacionaria, S , de la línea

Ejercicio 4

Consideremos una línea de transmisión ideal con una impedancia característica $Z_0 = 50\Omega$ a cuyo extremo se conecta una carga $Z_L = 30 + j60\Omega$. Determinar mediante la carta de Smith la impedancia de entrada Z_{in} que se observa a una distancia $\ell = 1$ m de la carga. Suponer una frecuencia $f = 100$ MHz.

Ejercicio 5

En un laboratorio se dispone de una carga Z_L de la que desconocemos su valor. Para determinarlo se conecta la carga a una línea de impedancia característica $Z_0 = 50\Omega$, y se mide el módulo de la tensión a lo largo de la línea. Se observa que los valores máximo y mínimo medidos son $|V_{max}| = 6$ V y $|V_{min}| = 3$ V, y que además se alcanza un mínimo a una distancia de 142.5 cm de la carga. Determinar el valor de la impedancia Z_L . Dato: $f = 500$ MHz.

Ejercicio 6

La impedancia de entrada de un componente electrónico a la frecuencia de 10 MHz se puede modelar mediante una red RC serie cuyos valores son $R = 10\Omega$ y $C = 1$ nF. Dicho componente se conecta a una línea de impedancia característica $Z_0 = 50\Omega$ diseñada sobre un sustrato de constante dieléctrica $\epsilon_r = 6.1$ y con una longitud de 10 cm. En el otro extremo de la línea se

conecta en paralelo una bobina de valor $L = 1 \text{ nH}$ y, finalmente, todo el circuito se conecta al generador.

Se pide calcular:

- a) La impedancia a la entrada del componente electrónico.
- b) La admitancia a la entrada del componente electrónico.
- c) La impedancia a la entrada de la línea de transmisión.
- d) La admitancia a la entrada de la línea de transmisión.
- e) La admitancia a la entrada del circuito.
- f) La impedancia a la entrada del circuito.

Ejercicio 7

A una línea de transmisión de $Z_0 = 1 \Omega$ se le conecta una carga de $Z_L = 0.2 - j0.2 \Omega$. Calcular:

- a) La impedancia a una distancia 0.25λ de la carga.
- b) La ROE en la línea.
- c) ¿A qué distancia se encuentra el primer mínimo de voltaje? ¿y el primer mínimo de corriente?

Ejercicio 8

Una línea de dos hilos rellena de aire tiene una impedancia característica de $Z_0 = 50 \Omega$ y trabaja a una frecuencia de $f = 3 \text{ GHz}$. Si la carga es $Z_L = 100 + j40 \Omega$, se pide:

- a) La impedancia de la línea a una distancia de 2.5 cm de la carga.
- b) La ROE en la línea.

Ejercicio 9

Una línea de transmisión de longitud $3\lambda/8$ tiene una impedancia normalizada a su entrada de $z_{in} = -j2.5 \Omega$.

- a) Cuál es la impedancia de carga normalizada conectada a la salida de la línea.
- b) Cuál es la distancia desde la carga hasta el primer mínimo de voltaje.
- c) Si la carga se reemplaza por una línea terminada en circuito abierto, qué longitud debería tener esta línea.

Soluciones

Ejercicio 1:

- a) $\Gamma_L = 0.59e^{j104^\circ}$
- b) $\Gamma_{in} = 0.59e^{j248^\circ}$
- c) $Z_{in} = 36.5 - j61.1 \Omega$
- d) $ROE = 3.87$

Ejercicio 2:

$$Y_L = 0.008 - j0.004 \text{ S.}$$
$$Y_{in} = 0.0122 + j0.0132 \text{ S.}$$

Ejercicio 3:

- a) $Z_{in} = 55 + j80 \Omega$. $Y_{in} = 0.006 - j0.0086 \text{ S.}$
- b) $S = 4$

Ejercicio 4:

$$Z_{in} = 11.5 - j5 \Omega.$$

Ejercicio 5:

$$Z_L = 40 + j30 \Omega.$$

Ejercicio 6:

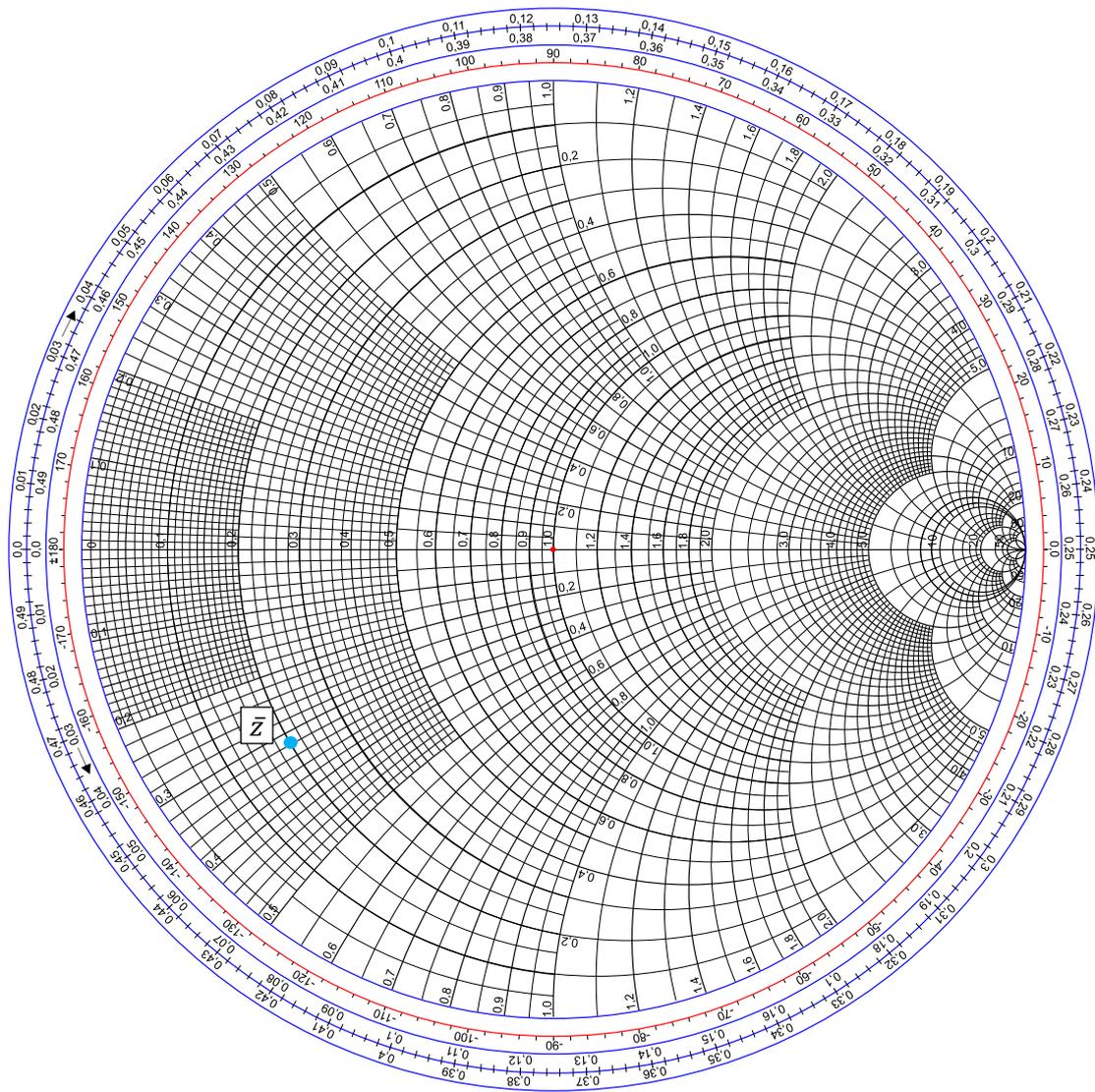
Lo primero que tenemos que hacer para resolver este ejercicio es calcular la impedancia de carga, que es la impedancia de entrada del componente electrónico. Dado que se dice que dicha impedancia se modela como una red RC en serie, esta impedancia se calcula como la suma de las impedancias de la resistencia y el condensador:

$$Z_L = Z_R + Z_C = R - j\frac{1}{\omega C} = 10 - j\frac{1}{2\pi \cdot 10 \cdot 10^6 \cdot 1 \cdot 10^{-9}} = 10 - j15.9 \Omega$$

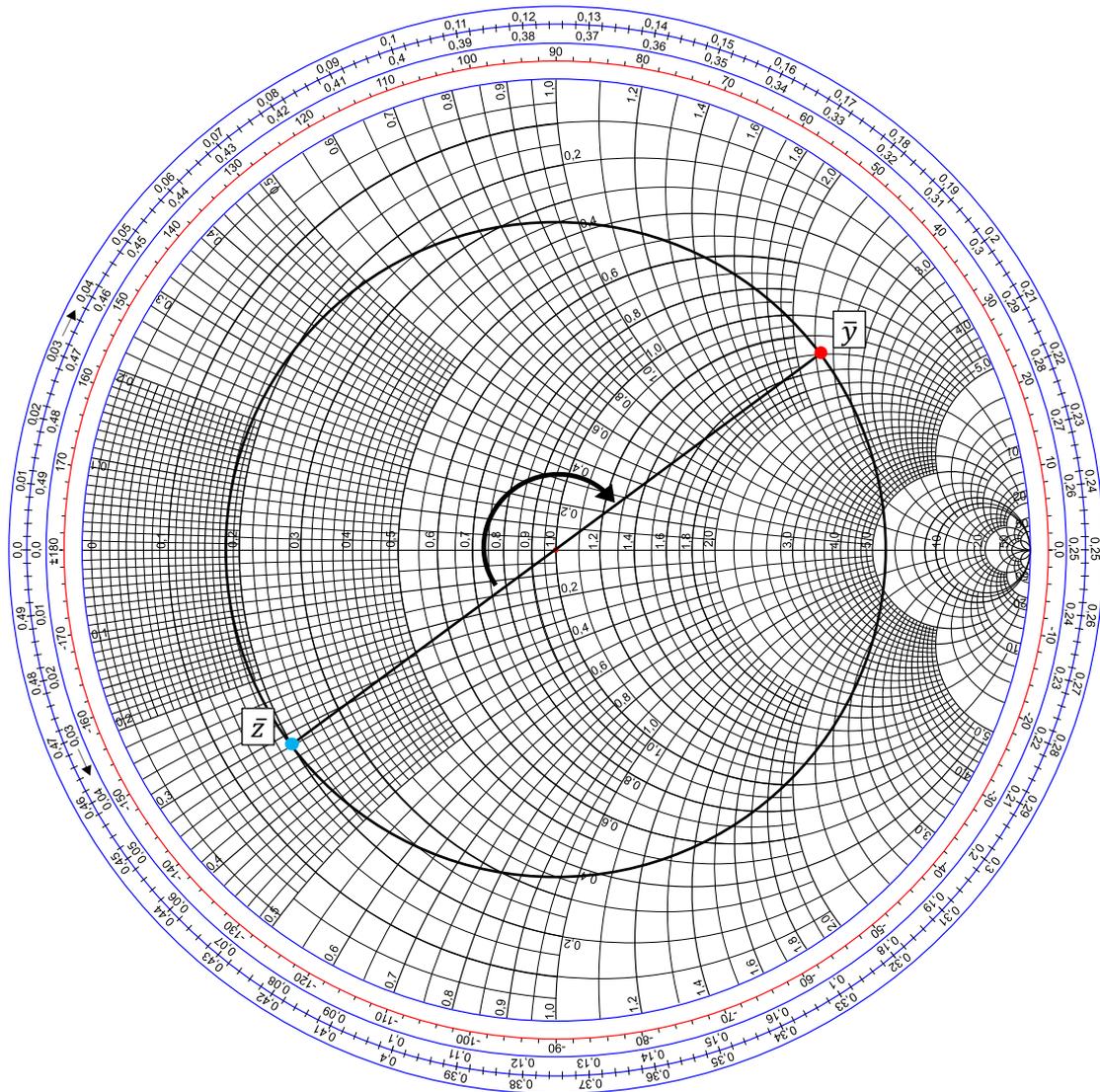
Por tanto, la solución al primer apartado es:

- a) $Z_L = 10 - j15.9 \Omega$.

Seguidamente, dibujamos esta impedancia en la carta de Smith, para lo cual debemos normalizar esta impedancia: $\bar{z} = 0.2 - j0.318$



Ahora se dibuja el círculo con centro en el centro de la carta de Smith y la admitancia normalizada se obtiene desplazando la impedancia normalizada 180° , es decir, estará en el lado opuesto del círculo, tal y como se muestra en la siguiente figura.



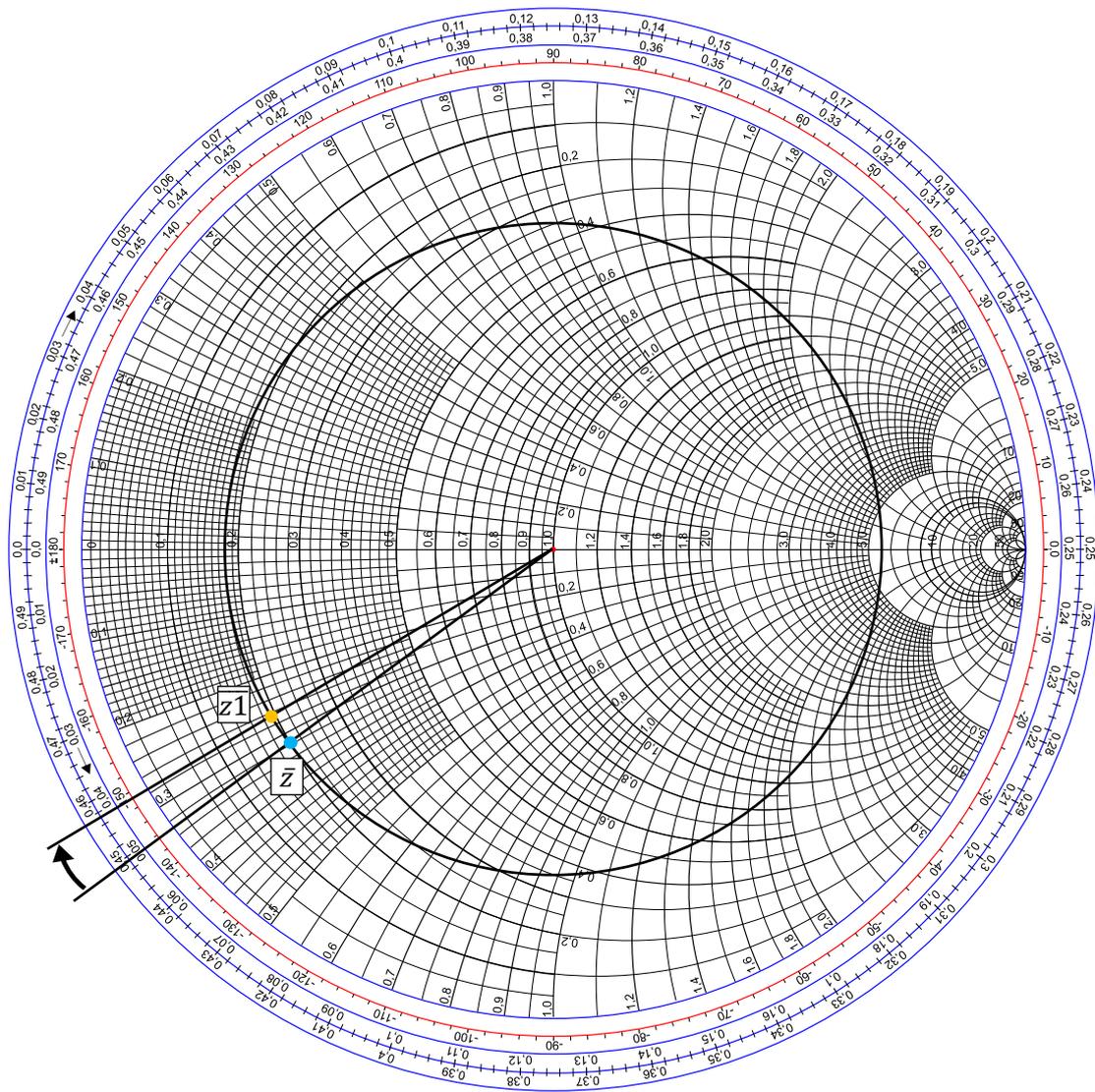
Leyendo el valor de la admitancia normalizada vemos que es $\bar{y} = 1.4 + j2.25$. Si desnormalizamos este valor obtenemos la solución al segundo apartado.

b) $Y_L = 0.028 + j0.045 \text{ S}$.

Ahora hay que desplazarse hacia el generador una distancia $\ell = 10 \text{ cm}$. Para ello hay que calcular a cuántas λ equivale esta distancia, por tanto:

$$\lambda = \frac{c}{f\sqrt{\epsilon_r}} = \frac{3 \cdot 10^8}{10 \cdot 10^6 \sqrt{6.1}} = 12.14 \text{ m}$$

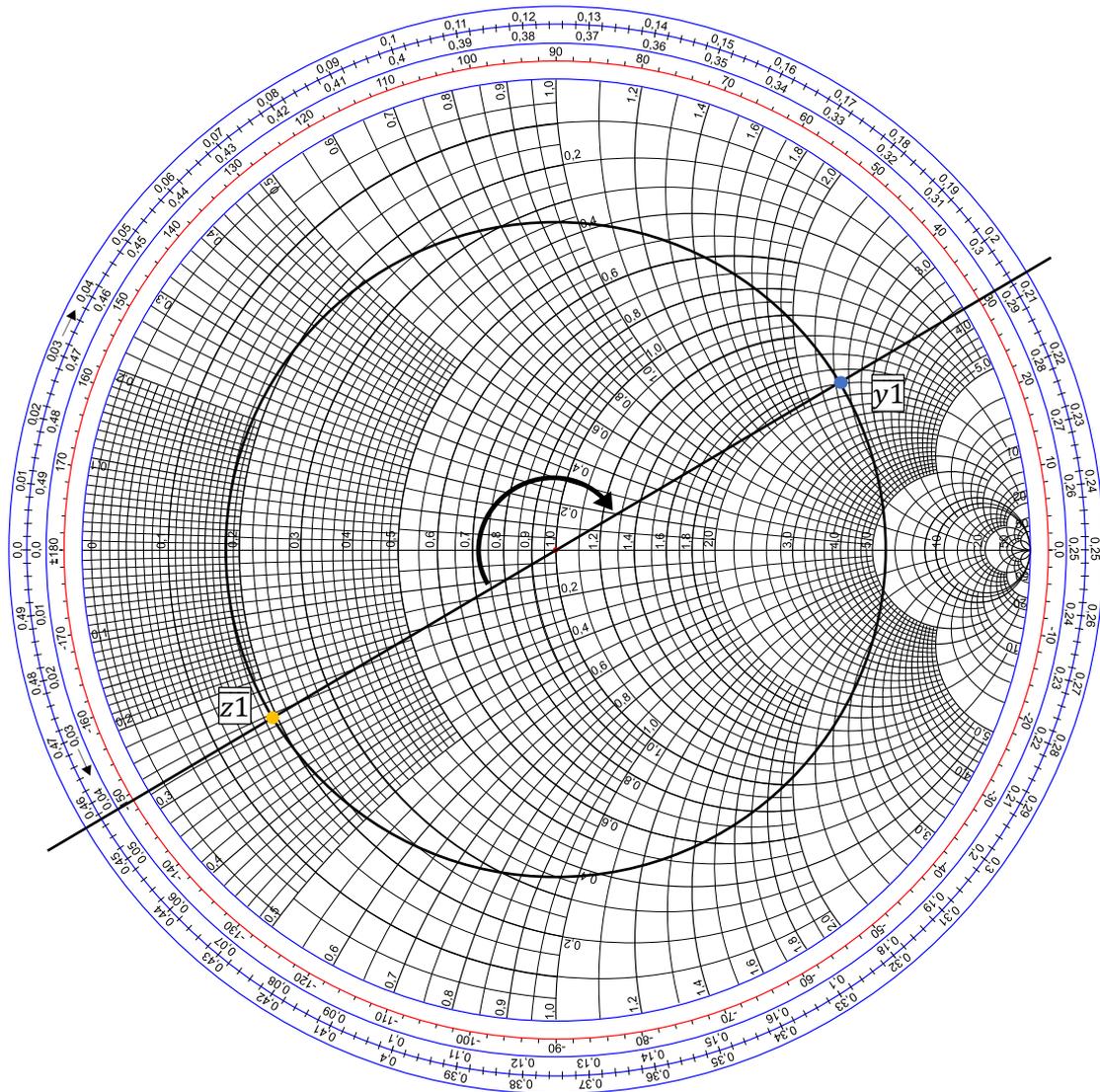
Entonces, la distancia será $\ell = 0.008\lambda$.



Hacemos este desplazamiento sobre la carta de Smith y encontramos el valor de la impedancia a la entrada de la línea, $\bar{z}_1 = 0.195 - j0.265$. Tras desnormalizar nos queda el valor:

c) $Z_1 = 9.75 - j13.25 \Omega$.

Para obtener la admitancia correspondiente en este punto giramos la impedancia 180° sobre el mismo círculo



Leyendo el valor de la admitancia normalizada en la carta, obtenemos: $\overline{y_1} = 1.8 + j2.44$. Tras desnormalizar este valor se obtiene la solución de este apartado:

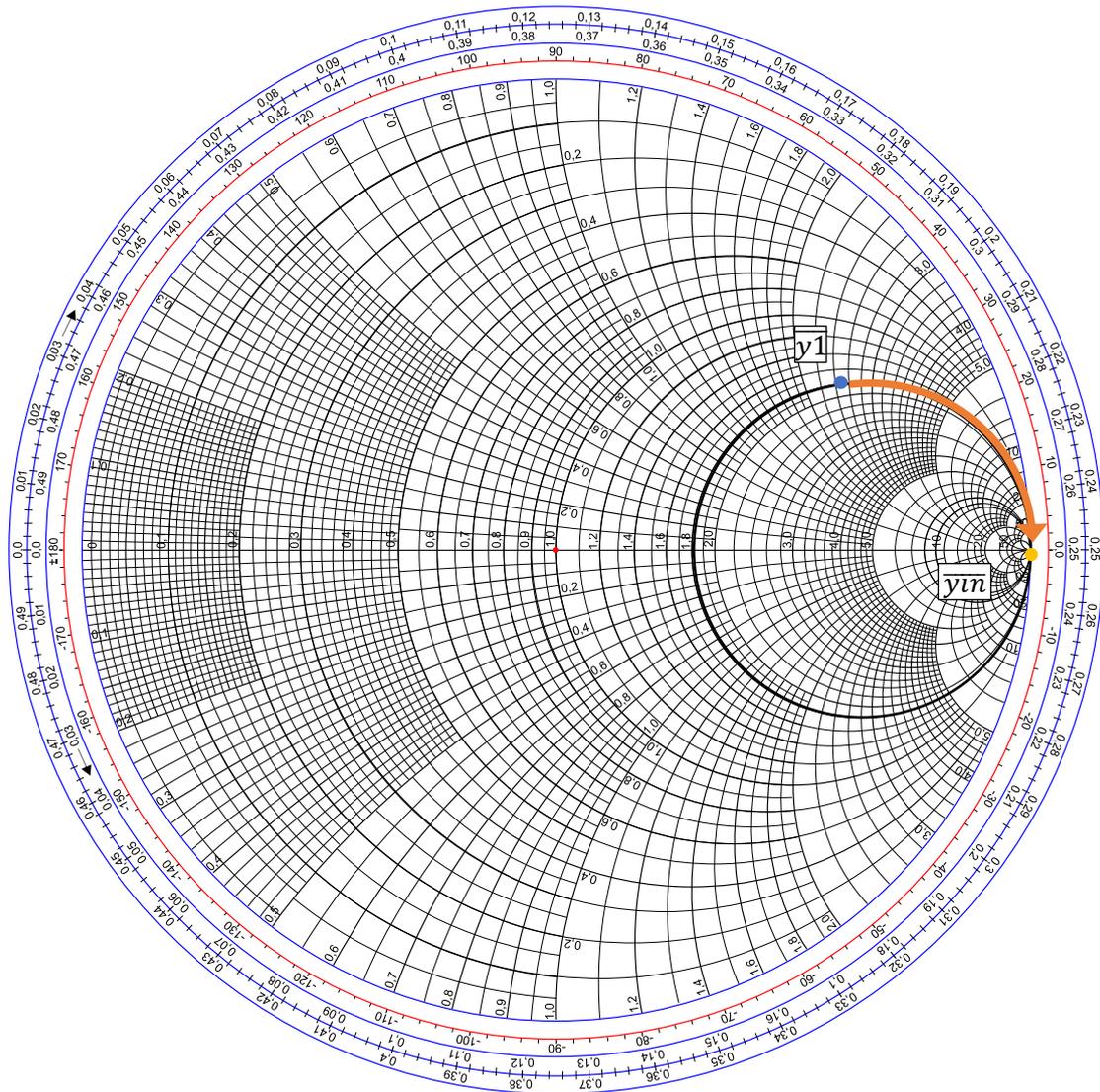
d) $Y_1 = 0.036 + j0.048 \text{ S}$.

Ahora hay que añadir la admitancia de la bobina al conjunto que se tiene. Dado que están los elementos en paralelo es conveniente trabajar en admitancias y la admitancia del conjunto será la suma de admitancias. Por tanto:

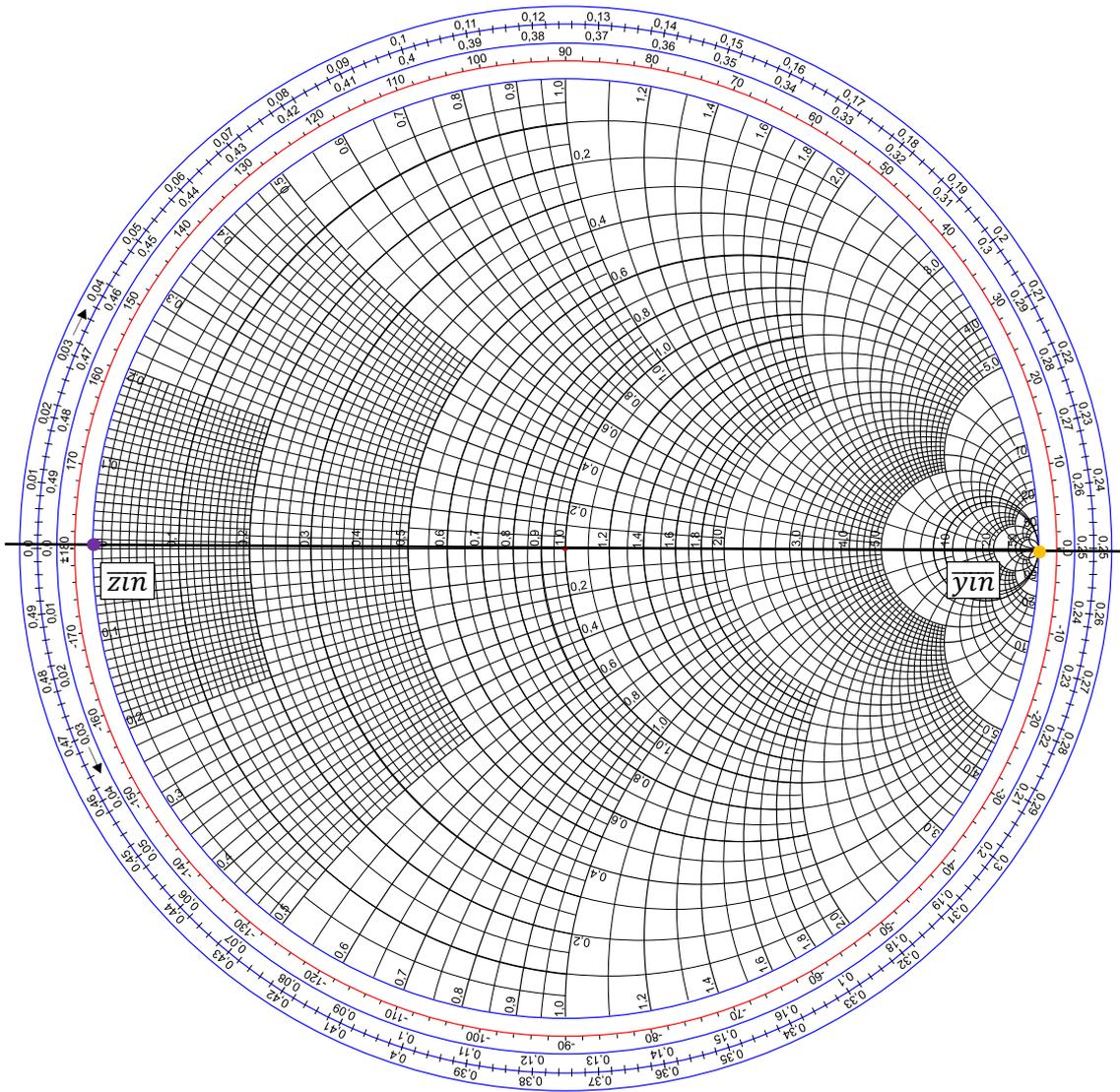
$$Y_{in} = Y_1 + Y_L = Y_1 - j \frac{1}{\omega L} = 0.036 + j0.048 - j \frac{1}{2\pi \cdot 10^6 \cdot 1 \cdot 10^{-9}} = 0.036 - j15.852 \text{ S}$$

e) $Y_{in} = 0.036 - j15.852 \text{ S}$.

Normalizamos esta admitancia y la pintamos en la carta de Smith, $\overline{y_{in}} = 1.8 - j791.1$.



Finalmente se gira esta admitancia 180° para conseguir la impedancia a la entrada del circuito $\underline{z}_{in} = 2.9 \cdot 10^{-6} + j1.26 \cdot 10^{-3}$.



Que tras desnormalizar queda (prácticamente un cortocircuito):

f) $Z_{in} = 1.43 \cdot 10^{-4} + j0.063 \Omega$.

Ejercicio 7

- a) $Z_{in} = 2.5 + j2.5 \Omega$
- b) $ROE = 5.3$
- c) $\ell_{min} = 0.033\lambda$. $\ell_{max} = 0.283\lambda$

Ejercicio 8

- a) $Z = 21.5 - j8.5 \Omega$
- b) $ROE = 2.4$

Ejercicio 9

- a) $z_L = -j0.425 \Omega$
- b) $\ell_{min} = 0.064\lambda$
- c) $\ell_{open} = 0.186\lambda$