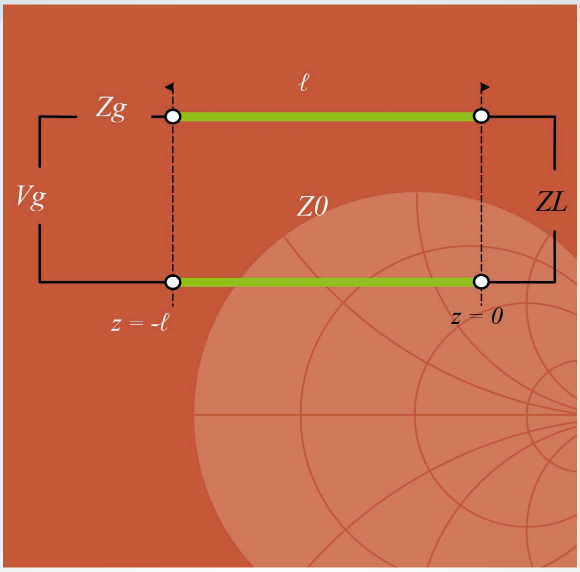
Medios de Transmisión Guiados

Convocatoria extraordinaria Bloque II v2 (Solución).

Febrero 2023



Juan Luis Cano de Diego
Óscar Fernández Fernández
José Antonio Pereda Fernández

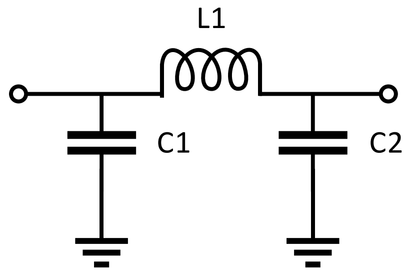
Departamento de Ingeniería de Comunicaciones

Grado en Ingeniería de Tecnologías de Telecomunicación Medios de Transmisión Guiados (G834) Convocatoria Extraordinaria – Bloque 2 6 de febrero de 2023	Calificación:

SOLUCIONES

Problema 1 (4 puntos)

Dado el circuito de la figura, el cual representa un filtro paso bajo con los valores de capacidades C_1 y C_2 y la inductancia L_1, se pide:



a) Razonar cuál es el número mínimo de parámetros diferentes se han de calcular para caracterizar completamente la red. Razonar cuántos de los parámetros de impedancia o admitancia serán imaginarios puros. (**0.75 puntos**)

Es una red pasiva y lineal, ya que todos los elementos que la forman lo son, y de dieléctrico homogéneo, ya que no se dice lo contrario, por tanto, es una red recíproca. Dado que es una red de dos puertas y es recíproca se necesitan calcular tres parámetros diferentes para caracterizarla completamente. Además, como es una red sin pérdidas, debido a que todos los elementos son ideales, entonces se concluye que todos los parámetros de impedancia o admitancia son imaginarios puros.

b) Calcular la matriz de parámetros de **impedancia [Z]** del circuito en un sistema de impedancias características $Z_0 = 50\ \Omega$. (**2.5 puntos**)

Si sustituimos el condensador C_1 por su admitancia equivalente, Y_1, el condensador C_2 por su admitancia equivalente, Y_2, y la bobina L_1 por su admitancia equivalente, Y_3, en el ejemplo 3 del capítulo 4 se vio que la matriz [Z] de una red de tres admitancias en π es la siguiente (el alumno debe ser capaz de llegar a este resultado por sus propios medios durante el examen):

$$[Z] = \begin{bmatrix} \dfrac{Y_2 + Y_3}{Y_1Y_2 + Y_1Y_3 + Y_2Y_3} & \dfrac{Y_3}{Y_1Y_2 + Y_1Y_3 + Y_2Y_3} \\ \dfrac{Y_3}{Y_1Y_2 + Y_1Y_3 + Y_2Y_3} & \dfrac{Y_1 + Y_3}{Y_1Y_2 + Y_1Y_3 + Y_2Y_3} \end{bmatrix}$$

Ahora, únicamente queda sustituir cada impedancia por su valor atendiendo al circuito concreto. Sabiendo que:

$$Y_1 = j\omega C_1$$
$$Y_2 = j\omega C_2$$

$$Y_3 = \frac{-j}{\omega L_1}$$

Se obtiene la siguiente matriz [Z]:

$$[Z] = \frac{1}{\omega(C_1 + C_2 - \omega^2 C_1 C_2 L_1)} \begin{bmatrix} j(\omega^2 C_2 L_1 - 1) & -j \\ -j & j(\omega^2 C_1 L_1 - 1) \end{bmatrix}$$

c) Si los valores de los elementos son: $C_1 = C_2 = 200$ pH y $L_1 = 200$ nF, calcular la matriz de parámetros [Z] a la frecuencia f = 10 MHz. ¿A qué frecuencia se hacen cero los parámetros Z_{11} e Z_{22}? (**0.75 puntos**)

Sustituyendo los valores que se dan en el enunciado y la frecuencia, se obtiene:

$$[Y] = \begin{bmatrix} -j36.38 & -j43.2 \\ -j43.2 & -j36.38 \end{bmatrix}$$

Para obtener el valor de frecuencia para el cual se hacen cero los parámetros Z_{11} e Z_{22}, basta con igualar uno de estos parámetros a cero. Por tanto:

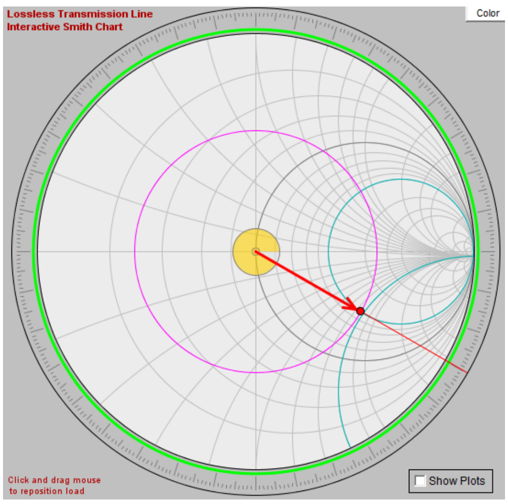
$$(\omega^2 C_2 L_1 - 1) = 0 \rightarrow f = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{1}{C_2 L_1}} = 25.16\ MHz$$

Problema 2 (6 puntos)

Se quiere adaptar la carga de valor Z_L = 100 - j80 Ω en un sistema con impedancia característica Z_0 = 50 Ω a la frecuencia de trabajo f = 3 GHz. Se pide, utilizando la Carta de Smith:

1. Calcular la razón de onda estacionaria en la carga. **(1 punto)**

   La razón de onda estacionaria se calcula en la Carta de Smith midiendo el radio del círculo con centro en el centro de la Carta y radio la posición de $\bar{Z}_L$, y llevando este radio a la escala inferior de la Carta con título SWR. El valor de ROE se puede comprobar matemáticamente mediante la ecuación facilitada en el enunciado una vez que se ha calculado en la Carta de Smith el valor de $|\Gamma_L|$.



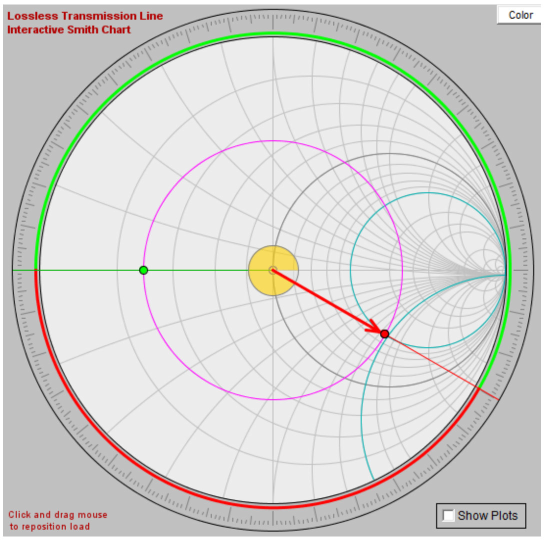
$$ROE = \frac{1 + |\Gamma_L|}{1 - |\Gamma_L|} = \frac{1 + 0.555}{1 - 0.555} = 3.49$$

2. Calcular qué longitud, en milímetros, debería tener una línea ideal de impedancia Z_0 conectada a la carga para que la impedancia de entrada del conjunto fuera mínima. **(1 punto)**

   Lo primero que hay que hacer es calcular la longitud de onda en la línea en milímetros. Dado que es una línea ideal, la longitud de onda coincide con la del espacio libre; por tanto,

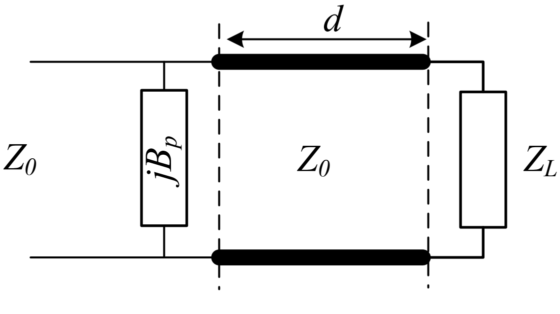
$$\lambda = \frac{c}{f} = \frac{3 \cdot 10^8 \, m/s}{3 \cdot 10^9 \, Hz} = 0.1 \, m = 100 \, mm$$

   Para que la impedancia de entrada de la línea conectada a la carga fuera mínima tenemos que desplazar la carga en dirección al generador hasta llegar al corte con el semieje horizontal $\Gamma_r < 0$ de la Carta de Smith.

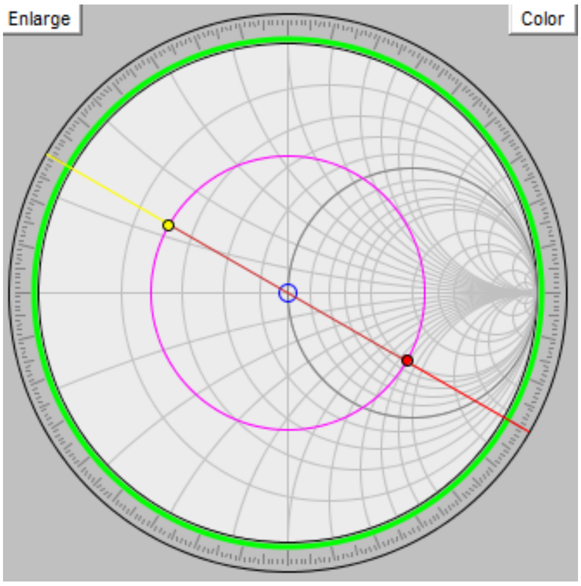


   El desplazamiento realizado es d = 0.208λ, que equivale a ***d* = 20.8 mm**.

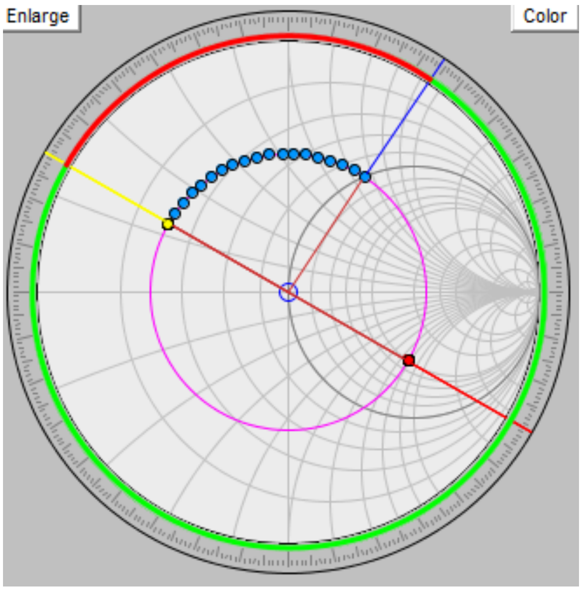
3. Adaptar la impedancia de carga Z_L, a la impedancia característica Z_0 mediante un tramo de línea ideal de impedancia característica Z_0 y longitud d y un elemento reactivo en paralelo, tal y como se muestra en la siguiente figura. Calcular ambas soluciones. Dar los resultados de longitudes en milímetros (mm). **(2.5 puntos)**



Tras localizar la impedancia de carga normalizada en la Carta de Smith (ya hecho en apartados anteriores), $\bar{Z}_L = 2 - j1.6$, se calcula la admitancia normalizada de carga, la cual está en el punto opuesto del círculo de módulo de coeficiente de reflexión constante (también dibujado en el primer apartado), $\bar{Y}_L = 0.305 + j0.244$.



Ahora, para la primera solución, desplazamos esta admitancia de carga, en dirección al generador, hasta cortar el círculo de Re(Z) = 1 constante, circulo unitario.

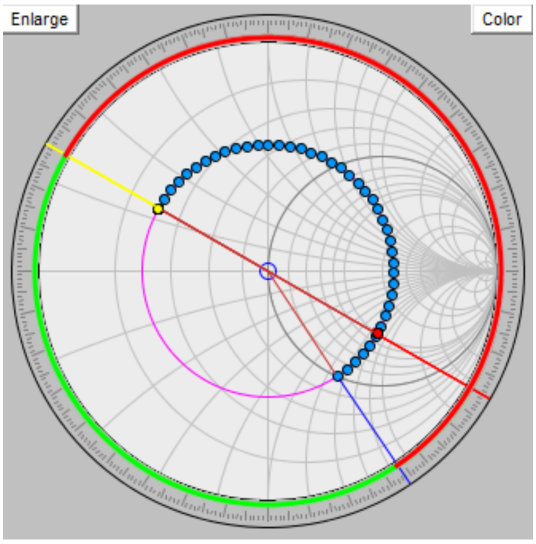


El desplazamiento realizado en esta primera solución es ***d₁* = 0.13λ = 13 mm**. La admitancia a la que se ha llegado es $\bar{Y}_1 = 1 + j1.334$.

En la primera solución se ha de conseguir una susceptancia igual a $\bar{B}_{p1} = -1.334$. Dado que se trata de una susceptancia negativa, el elemento reactivo es una bobina en paralelo de valor:

$$L_p = \frac{-Z_0}{\omega \cdot \bar{B}_{p1}} = 1.99\, nH$$

Para la segunda solución se procede de forma análoga pero ahora buscando el siguiente punto de corte con el círculo unitario.

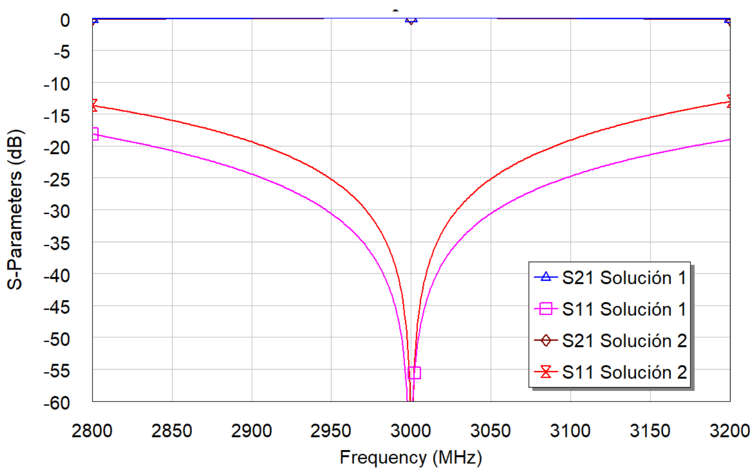


El desplazamiento realizado en esta segunda solución es ***d*$_2$ = 0.287λ = 28.7 mm**. La admitancia a la que se ha llegado es $\overline{Y}_2 = 1 - j1.334$.

En la segunda solución se ha de conseguir una susceptancia igual a $\overline{B}_{p2} = 1.334$. Dado que se trata de una susceptancia positiva, el elemento reactivo es un condensador en paralelo de valor:

$$C_p = \frac{\overline{B}_{p2} \cdot Y_0}{\omega} = 1.42\ pF$$

Si se hiciera una simulación de ambas soluciones en una herramienta de simulación se obtendría un resultado como el siguiente:

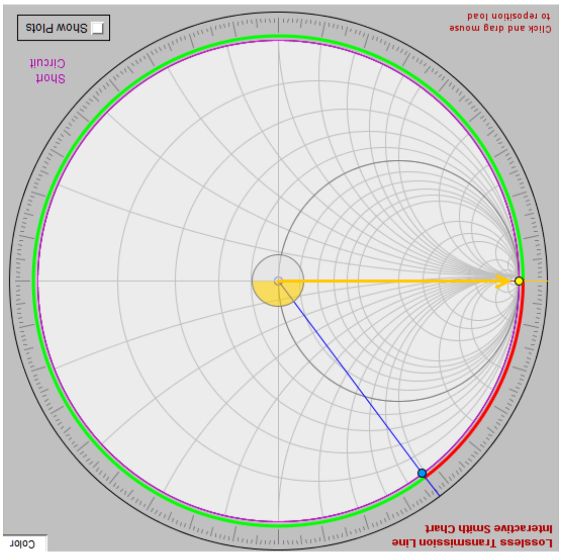


4. Si se sustituyen los elementos reactivos calculados anteriormente por stubs ideales en paralelo terminados en <u>cortocircuito</u>, de impedancia característica Z_1 = 75 Ω y longitud ℓ, calcular las longitudes, en milímetros, de dichos stubs. **(1.5 punto)**

En la primera solución se ha de conseguir una susceptancia igual a $\bar{B}_{p1} = -1.334$. Como nos dicen que el stub tiene una impedancia diferente a la característica del circuito, tenemos que desnormalizar a Z_0 y volver a normalizar a Z_1, quedando la admitancia anterior:

$$\bar{Y}_1' = \bar{Y}_1 \frac{Z_1}{Z_0} = 1.5 + j2$$

Por lo tanto, la susceptancia del stub en paralelo acabado en cortocircuito tiene que compensar la parte imaginaria de esta última admitancia, es decir, $\bar{B}_{p1} = -2$. Para calcular la longitud de stub que permite esto, nos situamos en la Carta de Smith en la posición de cortocircuito (admitancia infinita) y nos movemos en dirección al generador hasta el punto Im(Z) = -2.

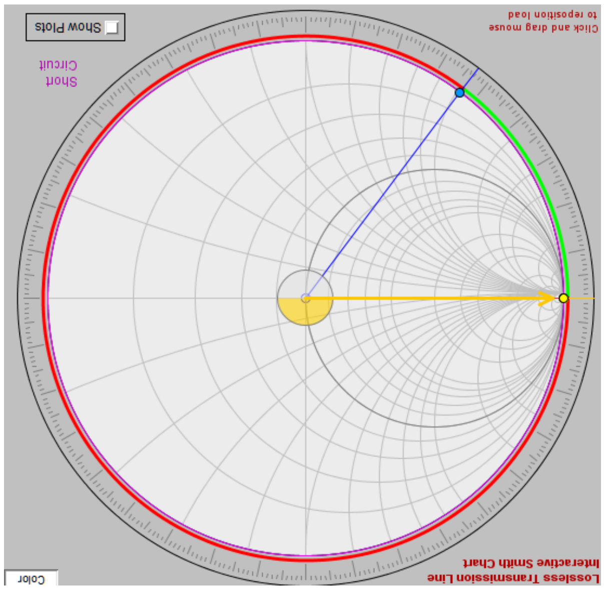


El desplazamiento realizado es **ℓ_1 = 0.074λ = 7.4 mm**.

En la segunda solución se ha de conseguir una susceptancia igual a $\bar{B}_{p2} = 1.334$. Como nos dicen que el stub tiene una impedancia diferente a la característica del circuito, tenemos que desnormalizar a Z_0 y volver a normalizar a Z_1, quedando la admitancia anterior:

$$\bar{Y}_2' = \bar{Y}_2 \frac{Z_1}{Z_0} = 1.5 - j2$$

Por lo tanto, la susceptancia del stub en paralelo acabado en cortocircuito tiene que compensar la parte imaginaria de esta última admitancia, es decir, $\bar{B}_{p2} = 2$. Para calcular la longitud de stub que permite esto, nos situamos en la Carta de Smith en la posición de cortocircuito (admitancia infinita) y nos movemos en dirección al generador hasta el punto Im(Z) = 2.



El desplazamiento realizado es ℓ_2 = **0.426λ = 42.6 mm**.

Si se hiciera una simulación de ambas soluciones en una herramienta de simulación se obtendría un resultado como el siguiente: