

Ejercicios de análisis espectral de procesos estocásticos

Ejercicio 1.

Sea $X(n)$ un proceso estocástico real, estacionario en sentido amplio y ergódico. Se desea estimar su densidad espectral de potencia (DEP). Para ello, a partir de una realización de $X(n)$, se han obtenido las siguientes estimas de su autocorrelación:

$$\hat{r}_x(0) = 9, \hat{r}_x(1) = 6, \hat{r}_x(2) = 3, \hat{r}_x(3) = 1 \dots$$

a) Obtenga la expresión del estimador Blackman-Tukey que utiliza la siguiente ventana triangular

$$w(m) = \begin{cases} \frac{3-|m|}{3}, & \text{si } |m| \leq 2 \\ 0, & \text{otro caso} \end{cases}$$

b) Utilizando el estimador anterior, estime la DEP en las siguientes frecuencias: $\omega = 0, \pi/2, \pi$.

c) Dibuje la estima de la DEP.

Ejercicio 2.

Sea $X(n)$ un proceso estocástico WSS y ergódico. Se desea estimar su DEP. Para ello se dispone la siguiente realización de $X(n)$:

$$\mathbf{x} = [1, 2, 0, -1, 1, 2, 3, 1, 2, 3, -2, -3, -2, -2, -1]$$

Estime la DEP mediante el periodograma de Bartlett considerando bloques de $N = 5$ muestras.

Ejercicio 3.

Sea $X(n)$ un proceso estocástico WSS con función de autocorrelación

$$r_x(m) = 2^{-|m|} + \delta[m].$$

a) Obtenga su densidad espectral de potencia (DEP).

Suponga que conoce exactamente los 3 primeros valores de la autocorrelación y que desconoce el resto.

b) Obtenga la estima de la DEP mediante el correlograma.



- c) Obtenga el estimador paramétrico AR(1).
- d) Obtenga el estimador paramétrico AR(2).
- e) Dibuje y compare las estimas anteriores con la verdadera DEP. ¿Cuál de las dos estimaciones le parece más precisa?.
- f) Programe el Matlab el estimador AR(p), con p como parámetro. A continuación, evalúe la estima AR(p) de la DEP, para distintos valores de p , suponiendo que conoce exactamente los primeros $p + 1$ valores de la autocorrelación del proceso. Dibuje las estimas obtenidas y compárelas con las del apartado anterior.

Ejercicio 4.

Sea $X(n)$ un proceso estocástico MA(2) generado por un filtro con coeficientes $b_0 = b_1 = b_2 = 1$ y varianza de ruido $\sigma^2 = 1$.

- a) Determine su función de autocorrelación $r_x(m)$, y su DEP $S_x(\omega)$.
- b) Suponga que se conocen los valores de su autocorrelación de $X(n)$. Obtenga la estima AR(2) de la DEP. Dibújela comparándola con la DEP verdadera.
- c) Obtenga la estima AR(8) de la DEP. Dibújela comparándola con la DEP verdadera y con la estima AR(2).