Ejercicios filtrado óptimo

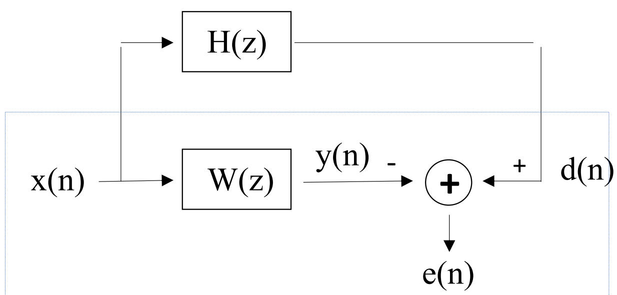
Ejercicio 1.

Sea $x[n]$ un proceso estocástico estacionario, blanco, Gaussiano, de media μ y varianza σ^2. Se desea diseñar un filtro que a la salida produzca una señal constante $y[n] = K$.

1. Calcule el filtro FIR de dos coeficientes que minimice el error cuadrático medio a la salida.
2. Generalice el apartado anterior para el caso de un filtro FIR con M coeficientes.
3. Determine analíticamente el mínimo error cuadrático medio en función de la longitud del filtro.

Ejercicio 2.

Considere el esquema de la figura en el que se desea emular el sistema causal $H(z)$ mediante un filtro



1. Suponga que

$$H(z) = \frac{1}{1 + a_1 z^{-1}},$$

   y que a la entrada del sistema se tiene un proceso blanco con media cero. Determine el filtro de Wiener de M coeficientes. Calcule el MSE.

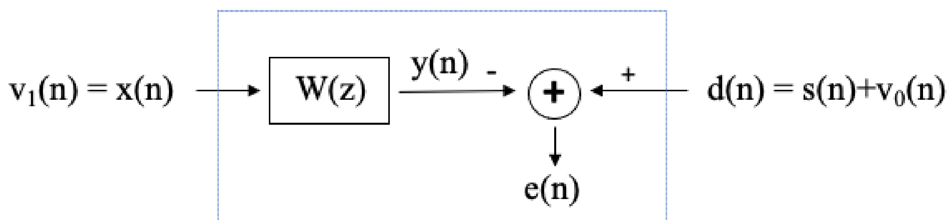
2. Repita el apartado 1. suponiendo que $H(z) = b_0 + b_1 z^{-1}$

Jesús Pérez Arriaga

Ejercicio 3.

Un sensor recibe señales de la forma $s(n) + v_0(n)$, donde $s(n)$ son señales de interés y $v_0(n)$ son señales interferentes (indeseadas) producidas por una fuente de interferencias. Los procesos estocásticos $s(n)$ y $v_0(n)$ son independientes y WSS. El objetivo es recuperar"las señales de interés, $s(n)$, a partir de las señales observadas, $s(n) + v_0(n)$. Este problema se conoce como cancelación de interferencias.

Para ello se utiliza otro sensor, llamado sensor secundario, que se posiciona cerca de la fuente interferente de forma que recibe únicamente señales de interferencia: $v_1(n)$. Las señales de interferencia en los sensores primario $v_0(n)$ y secundario $v_1(n)$, provienen de la misma fuente pero son diferentes porque los canales de propagación entre la fuente interferente y los sensores son diferentes: $v_0(n) = v(n) * h_0(n), \quad v_1(n) = v(n) * h_1(n)$. Aunque $v_0(n)$ y $v_1(n)$ son diferentes, van a tener cierta correlación que se puede explotar para cancelar la interferencia $v_0(n)$ mediante la siguiente configuración basada en el filtro de Wiener:



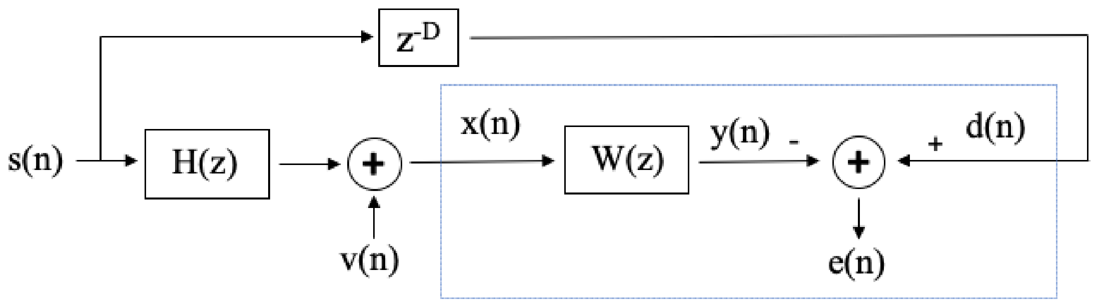
a) Determine la relación entre la respuesta impulsional del filtro de Wiener y la de los canales interferentes $h_0(n)$ y $h_1(n)$

b) Determine los coeficientes del filtro de Wiener de M coeficientes $W(z)$ bajo las siguientes suposiciones:

- Los canales entre la fuente interferente y los sensores no tienen memoria, $h_0(n) = a_0\delta(n - d_0), \quad h_1(n) = a_1\delta(n - d_1)$, donde los retardos $d_1 > d_0$ porque el sensor secundario está más cerca de la fuente interferente que el sensor primario.
- Las señales interferentes $v(n)$ son realizaciones de WGN con varianza unidad.
- Las señales de interés $s(n)$ son tonos con fase aleatoria: $s(n) = a_s \cos(\omega_s n + \phi_s)$, donde $\phi_s \sim U(0, 2\pi]$.

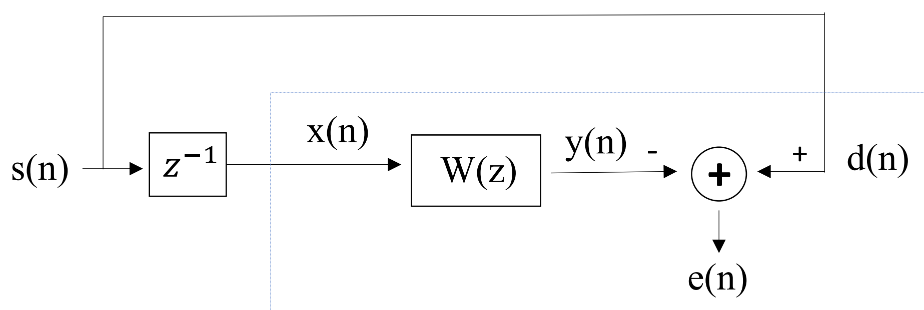
Ejercicio 4.

Considere el problema de igualación de la figura donde $s[n]$ es una señal BPSK con símbolos equiprobables y $v[n]$ es WGN con varianza unidad. La función de transferencia del canal es $H(z) = 0.5 + z^{-1}$. Se emplea un filtro igualador de $M = 2$ coeficientes. Calcule y dibuje una curva que muestre el error cuadrático medio en función del retardo D considerado. ¿Cuál es el valor óptimo de D?



Ejercicio 5.

La figura siguiente muestra el esquema de un predictor lineal basado en el filtro de Wiener.



a) Suponga que las señales $s(n)$ son tonos con fase aleatoria $\phi \sim U[0, 2\pi)$. Obtenga el filtro de Wiener de $M = 2$ coeficientes y determine el error cuadrático medio de predicción.

b) Suponga que las señales $s(n)$ son de la forma $s[n] = \cos(\pi n/2+\phi)+v[n]$, donde $\phi \sim U[0, 2\pi)$ y $v[n]$ es AWGN con varianza σ_v^2. La fase aleatoria ϕ y el AWGN $v[n]$ son independientes. Obtenga el filtro de Wiener de $M = 2$ coeficientes y determine el error cuadrático medio de predicción.