

Ejercicios de procesos estocásticos

Ejercicio 1

Un proceso estocástico está definido por la siguiente expresión

$$x[n] = A \cos(\omega_0 n + \phi),$$

donde w_0 y A son constantes y la fase es una variable aleatoria uniformemente distribuida: $\phi \sim U(0, 2\pi)$

Determine la media y la función de autocorrelación del proceso. ¿Es un proceso WSS?. En caso afirmativo obtenga su densidad espectral de potencia.

Ejercicio 2

Sean $x[n]$ e $y[n]$ dos procesos conjuntamente WSS, de los que se conocen sus medias, funciones de autocorrelación, función de correlación cruzada y sus densidades espectrales de potencia.

Sea el proceso estocástico suma,

$$z[n] = x[n] + y[n]$$

- Determine la media de $z[n]$.
- Determine la función de autocorrelación de $z[n]$.
- Determine la función de correlación cruzada entre $z[n]$ y $x[n]$.

Suponga ahora que $y[n]$ es ruido blanco con varianza σ_Y^2 e independiente de $x[n]$.

- Determine la media de $z[n]$.
- Determine la función de autocorrelación de $z[n]$.
- Determine la función de correlación cruzada entre $y[n]$ y $x[n]$.
- Determine la función de correlación cruzada entre $z[n]$ y $x[n]$.
- Determine la función de correlación cruzada entre $z[n]$ e $y[n]$.



Ejercicio 3

Sea $x[n]$ un proceso ARMA. Sean $h[n]$ y $H(\omega)$ la respuesta impulsional y la respuesta en frecuencia del filtro asociado. Sea σ^2 la varianza del proceso WGN a la entrada.

- Determine la media de $x[n]$.
- Determine la función de autocorrelación de $x[n]$.
- Determine la densidad espectral de potencia de $x[n]$
- Determine la función de correlación cruzada entre el proceso WGN de entrada y $x[n]$.
- Determine la distribución de las muestras de $x[n]$.
- Determine la probabilidad de que las muestras de $x[n]$ tomen valores en el intervalo (a, b) .

Ejercicio 4

Sea $x[n]$ un proceso MA. El filtro FIR asociado tiene la siguiente respuesta en frecuencia

$$H(z) = b_0 + b_1z^{-1} + \dots + b_qz^{-q}.$$

Suponiendo que σ^2 es la varianza del proceso WGN a la entrada,

- Determine la media de $x[n]$.
- Determine la función de autocorrelación de $x[n]$.
- Determine la densidad espectral de potencia de $x[n]$.
- Determine función de correlación cruzada entre el proceso WGN a la entrada y de $x[n]$.
- Determine la f.d.p. de las muestras de $x[n]$.
- Considere un vector aleatorio cuyas componentes son 3 muestras consecutivas del proceso $x[n]$. Determine su f.d.p..

Ejercicio 5

Determine la función de autocorrelación de un proceso WSS, blanco, con media μ y varianza σ^2 .