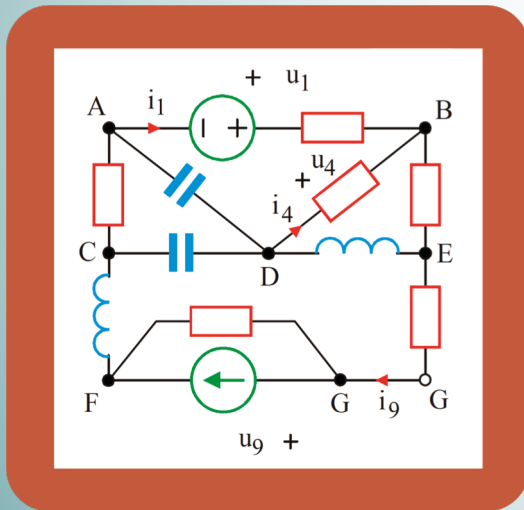


# Fundamentos de Ingeniería Eléctrica

## U.D. 1: ELEMENTOS DE CIRCUITOS LINEALES

### Tema 1.8 – Elementos y Magnitudes Duales



**Alberto Arroyo Gutiérrez**  
**José Carlos Lavandero González**  
**Sergio Bustamante Sánchez**  
**Eugenio Sainz Ortiz**  
**Alberto Laso Pérez**  
**Raquel Martínez Torre**  
**Mario Mañana Canteli**

DEPARTAMENTO DE INGENIERÍA ELÉCTRICA Y ENERGÉTICA

Este material se publica bajo la siguiente licencia:

[Creative Commons BY-NC-SA 4.0](https://creativecommons.org/licenses/by-nc-sa/4.0/)



Grado en Ingeniería Eléctrica y Grado en Ingeniería en  
Electrónica Industrial y Automática

## **G412/G280 FUNDAMENTOS DE INGENIERÍA ELÉCTRICA**

**U.D. 1: Elementos de Circuitos Lineales**

*Tema 1.8 – Elementos y Magnitudes Duales*

## **Tema 1.8 – Elementos y Magnitudes Duales**

- 1. Clase Previa**
- 2. Introducción y Aplicaciones**
- 3. Magnitudes y Elementos Duales**
- 4. Error usual. Fuentes reales duales y equivalentes**
- 5. Obtención de la red dual de otra dada**
- 6. Ejemplo**
- 7. Resumen de la Clase**
- 8. Clase Siguiende**

## 2

# Introducción y Aplicaciones

---



## ✓ Introducción

### ◆ **Proposiciones duales**

“Definiciones, teoremas o expresiones que presentan una semejanza formal”. Por ejemplo:

- “dos puntos determinan una recta”
- “dos rectas determinan un punto”

### ◆ **Aplicación electrotécnica**

- Aplicada a la Teoría de Circuitos por A. Russell, en 1904.
- No constituye nueva teoría electrotécnica o teoría paralela.
- Herramienta que ahorra trabajo: evita razonamientos en base a lo ya conocido. Así:
  - + En la demostración de teoremas.
  - + En la resolución de algunas redes.

## 3

# Magnitudes y Elementos Duales

• Resistencia

D

◆ Listado de magnitudes y elementos duales

- tensión, ( $u$ ) ↔ intensidad, ( $i$ )
- carga, ( $q$ ) ↔ flujo abrazado, ( $\psi$ )
- resistencia, ( $R$ ) ↔ conductancia, ( $G$ )
- inductancia, ( $L$ ) ↔ capacidad, ( $C$ )
- impedancia, ( $Z$ ) ↔ admitancia, ( $Y$ )
- fuente de tensión, ( $e$ ) ↔ fuente de corriente ( $j$ )
- P.L. de Kirchhoff ↔ S.L. de Kirchhoff
- cortocircuito, ( $u = 0$ ) ↔ circuito abierto, ( $i = 0$ )
- red serie ↔ red derivación
- malla ↔ nudo
- lazo ↔ corte

$$u = u(0) + \frac{1}{C} \int_0^t i dt$$

G

◆ Magnitudes invariantes

- tiempo ( $t$ )
- derivación  $\left(\frac{d \bullet}{dt}\right)$
- integración  $\left(\int \bullet dt\right)$
- potencia ( $p$ ) = potencia ( $p$ )
- $$p = u \cdot i = p = i \cdot u$$

$$p = R \cdot i^2 = p = G \cdot u^2$$
- energía ( $w$ ) = energía ( $w$ )
- $$w = u \cdot i \cdot t = w = i \cdot u \cdot t$$

$$w = \frac{1}{2} L \cdot i^2 = w = \frac{1}{2} C \cdot u^2$$

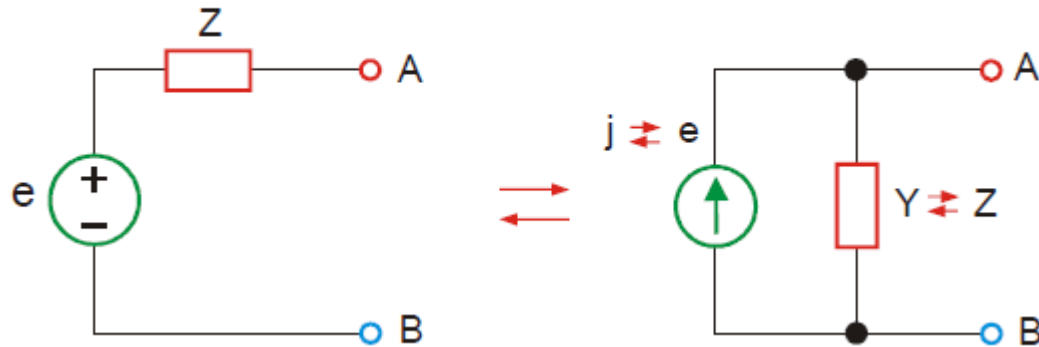
$$i = i(0) + \frac{1}{L} \int_0^t u dt$$

## 4

# Error Usual

---

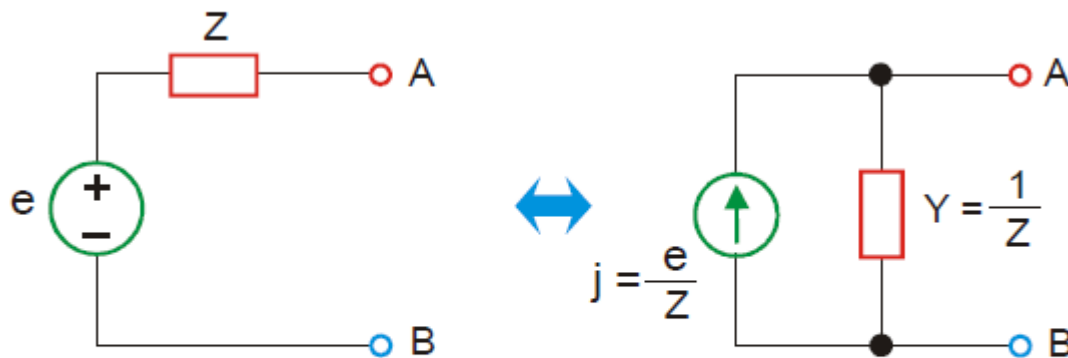
◆ Fuentes reales duales



• Ejemplo:

BOBINA:  $Z = LD \leftrightarrow CD = Y$  :CONDENSADOR

◆ Obtención de la fuente equivalente



• Ejemplo:

BOBINA:  $Z = LD \leftrightarrow LD = 1/Y$  :BOBINA

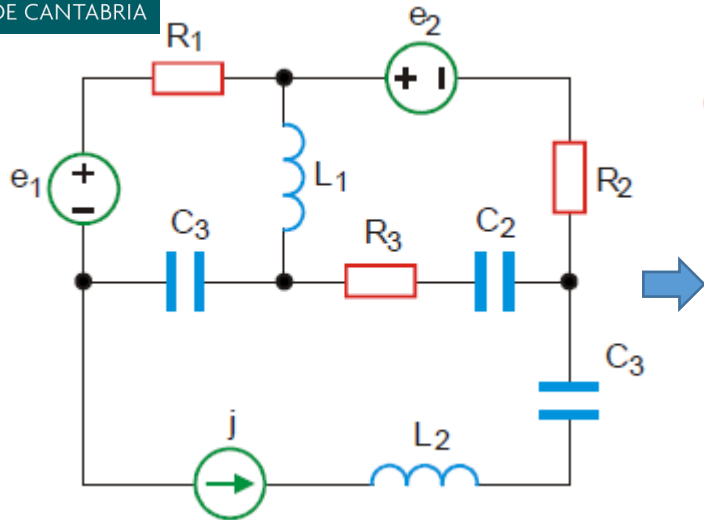


# 5

Obtención de la red dual de otra dada

---

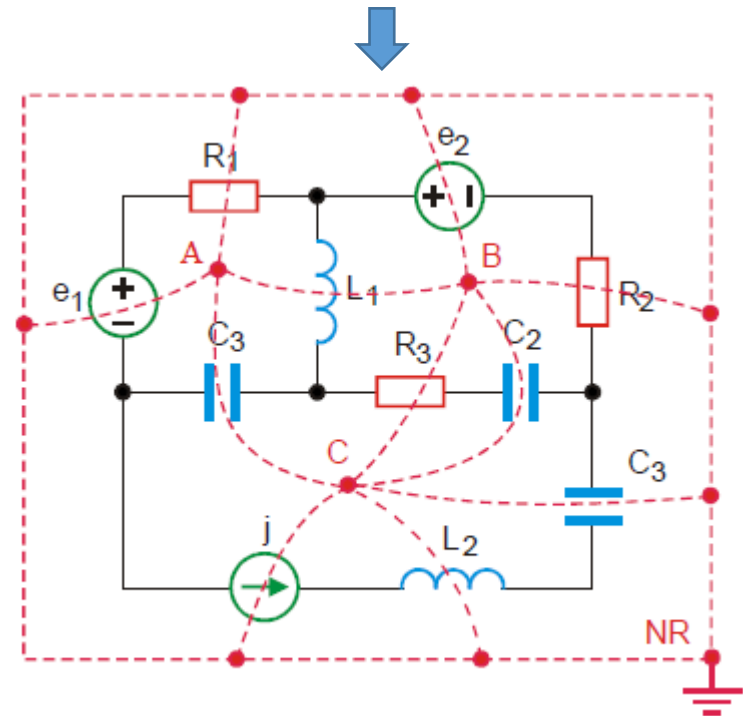
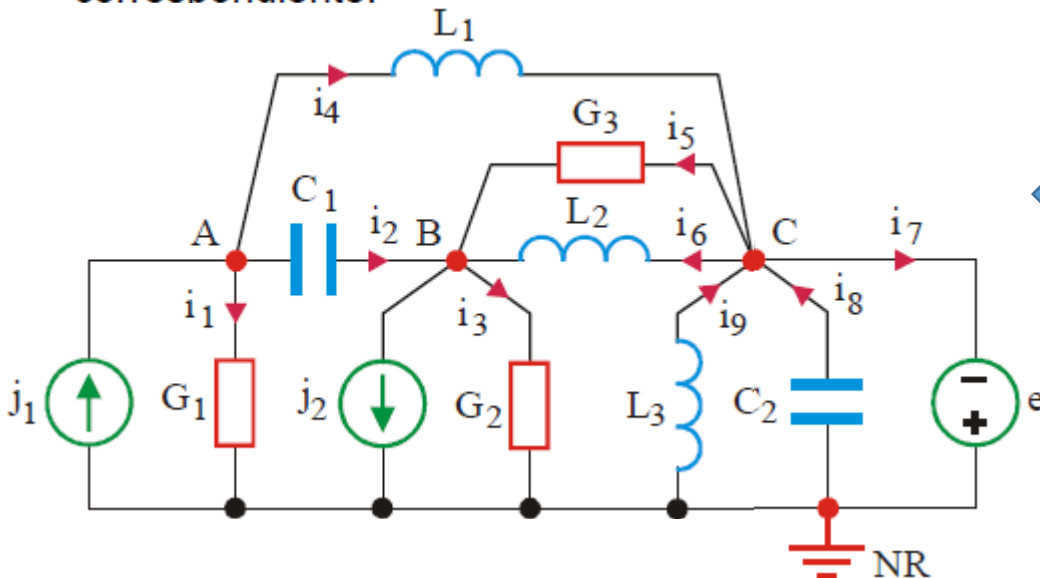
## OBTENCIÓN DE LA RED DUAL DE OTRA DADA



### Operaciones para la obtención de la red dual

- + Disponer un nudo en el interior de cada malla (A, B y C) y un nudo exterior (NR), constituido por una línea que encierra el circuito original.
- + Se construye el grafo del circuito dual uniendo los nudos por medios de ramas, que cruzan los elementos de la red original.

+ En dibujo aparte, sobre el grafo del circuito dual, se sustituye cada rama por el elemento dual correspondiente.



- Ejemplos de la aplicación:

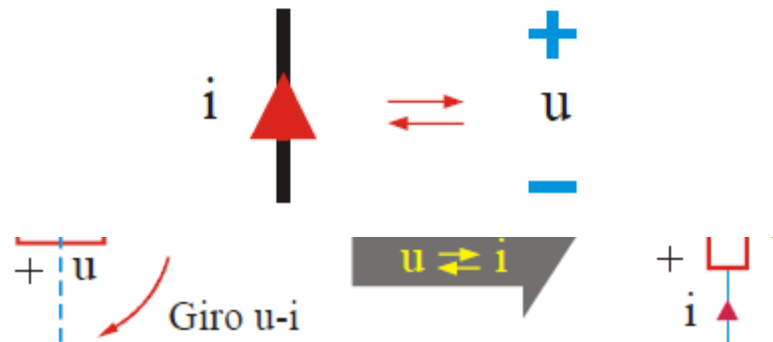
## ◆ Restricciones

- De aplicación a circuitos planos.
- No aplicación en redes con acoplamiento magnético.



## ◆ Polaridades de las magnitudes de los elementos duales

- Procedimiento: girar, en sentido horario, la polaridad de tensión, o el sentido de la corriente, del elemento original hasta quedar alineado con la rama del grafo dual.
- Aplicar la correspondencia entre polaridades de tensiones y corrientes duales.



## 6

# Ejemplo

---

Calcular los valores  $I$  y  $U_B$  del circuito, realizando también su balance de potencias. ( $E_1 = 100\text{ V}$ ,  $Z_1 = 2\ \Omega$  y  $Z_2 = 8\ \Omega$ ). A continuación, obtener el circuito equivalente de la fuente real de tensión  $E_1$ - $Z_1$  y repetir los cálculos. Finalmente, obtener el circuito dual de la figura y repetir los cálculos.

