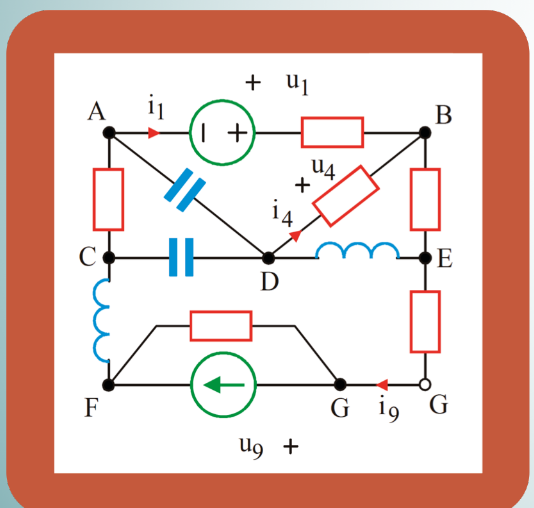
Universidad de Cantabria
open course ware

Fundamentos de Ingeniería Eléctrica

U.D. 2: Circuitos en Régimen Permanente Sinusoidal

Tema 2.2 - Análisis por el Método de los Coeficientes Indeterminados de la E.D. de la Red



Alberto Arroyo Gutiérrez
José Carlos Lavandero González
Sergio Bustamante Sánchez
Eugenio Sainz Ortiz
Alberto Laso Pérez
Raquel Martínez Torre
Mario Mañana Canteli

Departamento de Ingeniería Eléctrica y Energética

Grado en Ingeniería Eléctrica y Grado en Ingeniería en Electrónica Industrial y Automática

G412/G280 FUNDAMENTOS DE INGENIERÍA ELÉCTRICA

U.D. 2: Circuitos en Régimen Permanente Sinusoidal

Tema 2.2 – Análisis por el Método de los Coeficientes Indeterminados de la E.D. de la Red

Tema 2.2 – Análisis por el Método de los Coeficientes Indeterminados de la E.D. de la Red

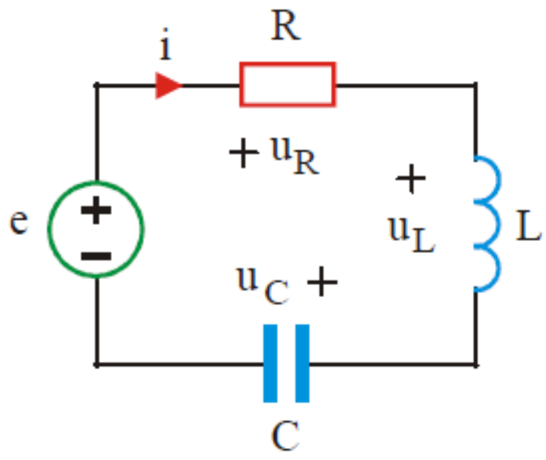
1. Clase Previa
2. Resolución del circuito RLC serie por el M.C.I.
3. Resolución del circuito RLC derivación por el M.C.I.
4. Ejemplo
5. Resumen de la Clase
6. Clase Siguiente

2

Resolución del Circuito RLC Serie por el M.C.I.

RESOLUCIÓN DEL CIRCUITO RLC SERIE POR EL M.C.I.

- **Circuito**



- **Datos**
  - Elementos pas.: *R*, *L* y *C*.
  - F.e.m. fuente:

    $e = \sqrt{2} E \sin(\omega t + \varphi)$.

- **Incógnitas**
  - Corriente instantánea y eficaz: *i*, *I*.
  - Desfase: $\varphi = arc \left| e \wedge i \right|$.
  - C.d.t. instantáneas y eficaces: u_R, u_L, u_C y U_R, U_L, U_C.

- **Aplicando SLK:** $e = u_R + u_L + u_C$.
- **Ecuación integro-diferencial del circuito**

$$\boxed{e = R\,i + L\frac{d\,i}{d\,t} + \frac{1}{C}\int_{-\infty}^{t} i\;dt}$$

- **Ensayando la solución particular o de rég.per.sinus.**

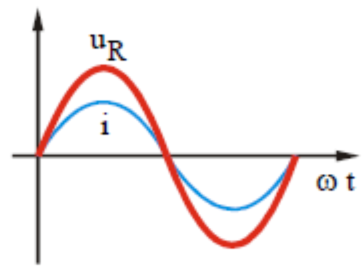
$$\boxed{i = \sqrt{2}\,I \sin(\omega t)}$$

- Evaluación de los sumandos: cc.dd.tt. instantáneas.

  + *Resistencia*:

$$u_R = R\,i = R\sqrt{2}\,I\,\sin(\omega t)$$

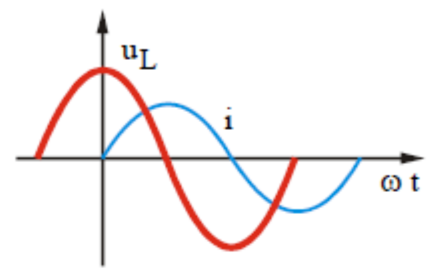
  * En fase con la intensidad.



  + *Bobina*:

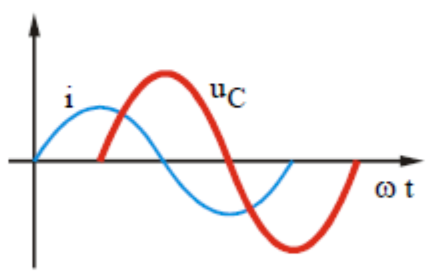
$$u_L = L\frac{di}{dt} = \omega L\sqrt{2}\,I\cos(\omega t) = \\ = \omega L\sqrt{2}\,I\sin(\omega t + 90^\circ)$$

  * Adelant. 90º respecto de *i*.

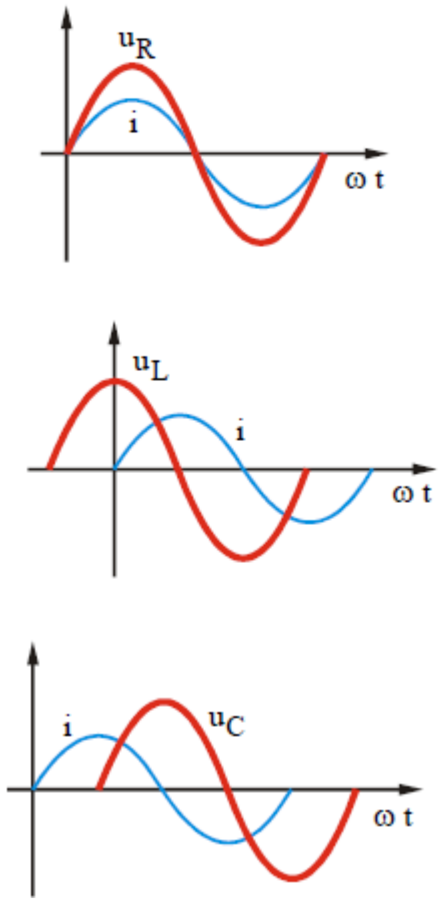


  + *Condensador:*

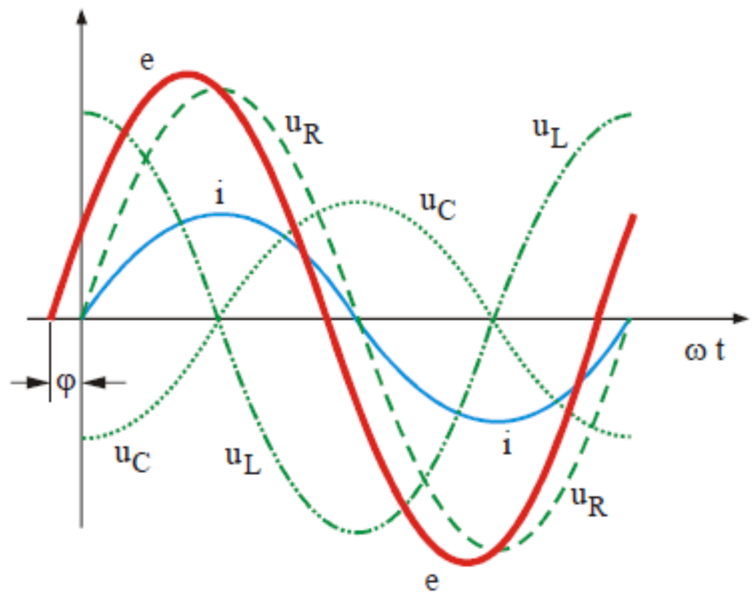
$$u_C = \frac{1}{C}\int_{-\infty}^{t} i\,dt = -\frac{\sqrt{2}\,I}{\omega C}\cos(\omega t) = \\ = \frac{\sqrt{2}\,I}{\omega C}\sin(\omega t - 90^\circ)$$



  * Retrasada 90º respecto de *i*.



- <u>Solución gráfica:</u> $e = u_R + u_L + u_C$.



RESOLUCIÓN DEL CIRCUITO RLC SERIE POR EL M.C.I.

- **Ecuación de régimen permanente sinusoidal**

$$E\sin(\omega t+\varphi)=R\,I\sin(\omega t)+\omega L\,I\sin(\omega t+90^\circ)+ \\ +\frac{I}{\omega C}\sin(\omega t-90^\circ)$$

- **Tomando valores particulares de ωt**
  - Para ωt = 0: $E\sin(\varphi)=\omega L\,I-\dfrac{I}{\omega C}$ (1)
  - Para ωt = $\pi/2$: $E\cos(\varphi)=R\,I$ (2)
- **Dividiendo miembro a miembro (1) y (2)**
  - Desfase tensión /intensidad: $\boxed{\tan\varphi=\dfrac{\sin\varphi}{\cos\varphi}=\dfrac{\omega L-\dfrac{1}{\omega C}}{R}}$
- **Elevando al cuadrado y sumando (1) y (2)**

$$E^2=R^2I^2+\left(\omega L-\frac{1}{\omega C}\right)^2 I^2$$

RESOLUCIÓN DEL CIRCUITO RLC SERIE POR EL M.C.I.

- Valor eficaz de la corriente

$$\boxed{I=\frac{E}{\sqrt{R^2+(\omega L-\frac{1}{\omega C})^2}}}$$

Reactancias e Impedancia en corriente alterna

- Reactancia inductiva (Ω): $\boxed{X_L=\omega L}$, $\left(\frac{rad}{s}\cdot H=\Omega\right)$
- Reactancia capacitiva (Ω): $\boxed{X_C=\frac{1}{\omega C}}$, $\left(\frac{s}{rad\cdot F}=\Omega\right)$
- Impedancia (Ω): $\boxed{Z=\sqrt{R^2+(X_L-X_C)^2}}$

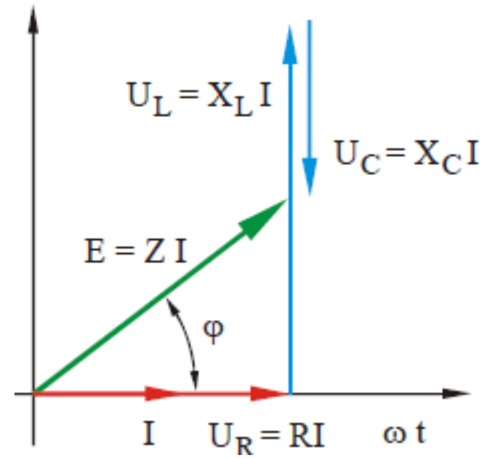
Ley de Ohm en corriente alterna $\boxed{I=\frac{E}{Z}}$

Valor eficaz de las caídas de tensión

- Resistencia: $\boxed{U_R=RI}$
- Bobina: $\boxed{U_L=X_L I=\omega L I}$
- Condensador: $\boxed{U_C=X_C I=\frac{I}{\omega C}}$

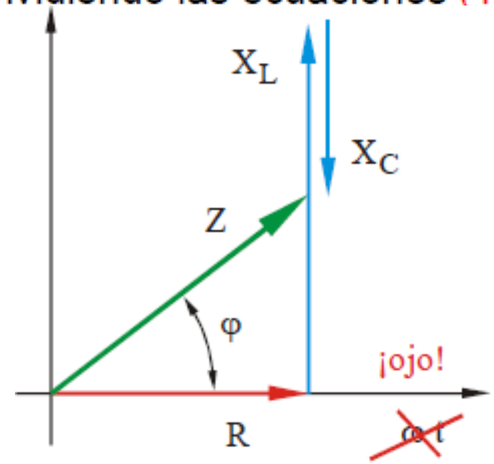
Diagramas vectoriales de tensiones

- De las ecuaciones (1) y (2):



Diagramas vectoriales de impedancias

- Dividiendo las ecuaciones (1) y (2) entre I.

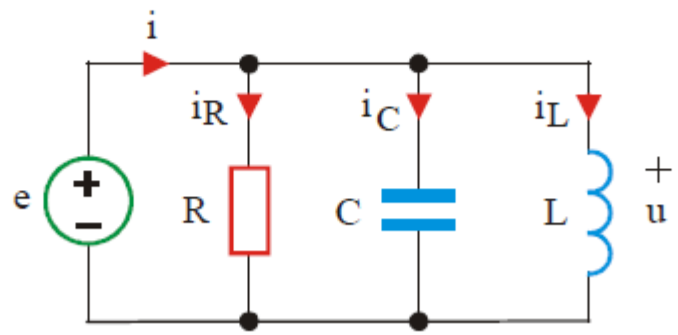


3

Resolución del Circuito RLC Derivación por el M.C.I.

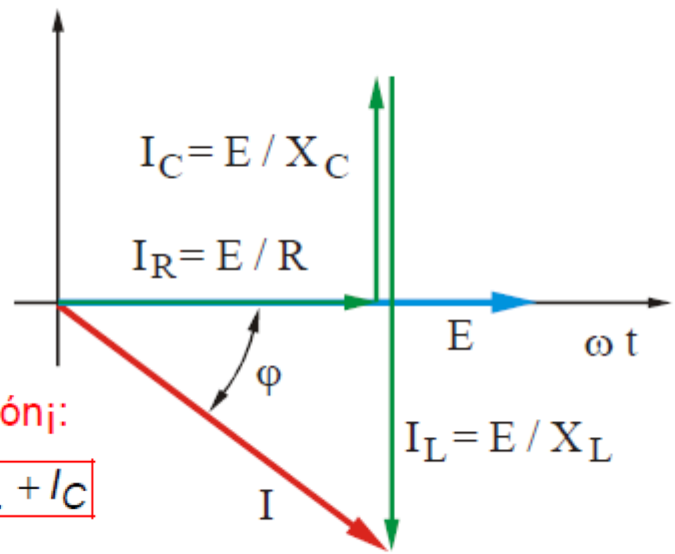
RESOLUCIÓN CIRCUITO RLC DERIVACIÓN POR M.C.I.

- **Circuito**



- **Datos**
  - Parámetros elementos pasivos: *R*, *L* y *C*.
  - F.e.m. fuente: $e = \sqrt{2}\, E \sin(\omega t)$.
- **Incógnitas**
  - Corriente: *i*, *I*.
  - Desfase: $\varphi = arc\,|\,u \wedge i\,|$.
  - Corrientes parciales: $i_R, i_L, i_C, I_R, I_L, I_C$.

- **Valores eficaces y desfases de las intensidades respecto de la tensión ($U = E$)**
  - Resistencia: $I_R = \dfrac{E}{R}$, $\varphi_R = 0°$
  - Condensador: $I_C = \dfrac{E}{X_C}$, $\varphi_C = 90°$
  - Bobina: $I_L = \dfrac{E}{X_L}$, $\varphi_L = -90°$
- **Diagrama fasorial de intensidades**
  - Aplicando la PLK: $i = i_R + i_L + i_C$



- ¡Atención¡:

$\boxed{I \neq I_R + I_L + I_C}$

- **Ecuaciones deducidas del diagrama**

$$\begin{cases} I \sin\varphi = I_L - I_C \\ I \cos\varphi = I_R \end{cases}$$

- Dividiendo miembro a miembro:

$$\tan\varphi = \frac{I_L - I_C}{I_R}$$

- Elevando al cuadrado y sumando:

$$I^2 = I_R^2 + (I_L - I_C)^2 \quad , \quad I = \sqrt{I_R^2 + (I_L - I_C)^2}$$

4

Ejemplo

Los elementos pasivos de un dipolo RLC serie, toman los valores: $R = 5\ \Omega$, $X_L = 100\ \Omega$ *y* $X_C = 100\ \Omega$. *El valor eficaz de la fuente de tensión que lo alimenta vale,* $E = 100\ V$, $\omega = 500\ rad/s$. **Determinar:**

1. *Ángulo de desfase tensión – intensidad.*
2. *Los valores eficaces de la corriente y caídas de tensión en los elementos.*
3. *Los valores instantáneos de la corriente y caídas de tensión en los elementos.*
4. *La capacidad del condensador, la inductancia de la bobina y la frecuencia de la fuente.*
5. *Dibujar, aproximadamente a escala, el diagrama vectorial de tensiones e intensidad.*

- Apartado 1: $\tan\varphi = \dfrac{X_L - X_C}{R} = 0 \Rightarrow \varphi = arc\,|\,e\,\hat{}\,i\,| = 0°$.

- Apartado 2.

$$Z = \sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2} = 5\ \Omega,\quad I = \frac{E}{Z} = 20\ A,$$

$$U_R = R\,I = 100\ V,\quad U_L = X_L\,I = 2.000\ V,$$

$$U_C = X_C\,I = 2.000\ V.$$

- Apartado 3.

$$i = 20\sqrt{2}\ sin\,(500\,t)\ \ A\ ,\ \ u_R = 100\sqrt{2}\ sin\,(500\,t)\ \ V\ ,$$
$$u_L = 2.000\sqrt{2}\ sin\,(500\,t + 90^o)\ \ V,$$
$$u_C = 2.000\sqrt{2}\ sin\,(500\,t - 90^o)\ \ V.$$

- Apartado 4.

$$C = \frac{1}{\omega X_C} = 20\ \ \mu F,\ \ L = \frac{X_L}{\omega} = 200\ \ mH\ ,\ f = \frac{\omega}{2\pi} = 79{,}57\ \ Hz.$$

- Apartado 5