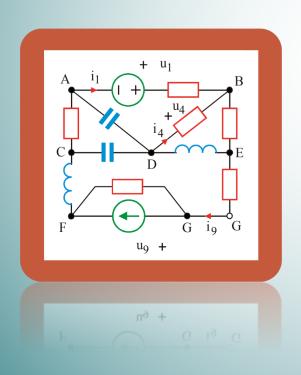




Fundamentos de Ingeniería Eléctrica

U.D. 3: ANÁLISIS DE LA RESPUESTA EN FRECUENCIA

Tema 3.2 - Estudio del Dipolo RLC Serie en el Dominio de la Frecuencia



Alberto Arroyo Gutiérrez
José Carlos Lavandero González
Sergio Bustamante Sánchez
Eugenio Sainz Ortiz
Alberto Laso Pérez
Raquel Martínez Torre
Mario Mañana Canteli

DEPARTAMENTO DE INGENIERÍA ELÉCTRICA Y ENERGÉTICA

Este material se publica bajo la siguiente licencia: Creative Commons BY-NC-SA 4.0





Grado en Ingeniería Eléctrica y Grado en Ingeniería en Electrónica Industrial y Automática

G412/G280 FUNDAMENTOS DE INGENIERÍA ELÉCTRICA

U.D. 3: Análisis de la Respuesta en Frecuencia

Tema 3.2 – Estudio del Dipolo RLC Serie en el Dominio de la Frecuencia

Tema 3.2 – Estudio del Dipolo RLC Serie en el Dominio de la Frecuencia

- 1. Clase Previa
- 2. Características del Punto de Resonancia
- 3. Lugares Geométricos de Impedancias
- 4. Variación de la Corriente con la Frecuencia
- 5. Ancho de Banda y Estudio de la Resonancia Serie
- 6. Propiedades de la Resonancia
- 7. Dipolo GCL derivación por dualidad
- 8. Ejemplo
- 9. Resumen de la Clase
- **10.**Clase Siguiente

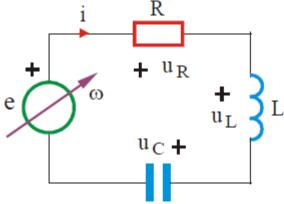


Características del Punto de Resonancia

CARACTERÍSTICAS DEL PUNTO DE RESONANCIA

Datos de partida

Circuito



Excitación/impedancia

$$e = \sqrt{2} E \sin(\omega t)$$
, $\begin{cases} \overline{E} = E \angle 0^{\circ} = E = cte. \\ \omega = var \ iable \end{cases}$
 $\overline{Z} = R + j \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right) = \overline{Z}(\omega)$

Punto de resonancia

Condición:

$$\bar{I} \wedge \bar{I} = 0^{\circ}$$

$$X_{L}$$

$$\begin{cases} X_{Lr} = X_{Cr} \\ \overline{Z}_r = R \end{cases}$$

 $\overline{E} \wedge \overline{I} = 0^{\circ} \Rightarrow \begin{cases} X_{Lr} = X_{Cr} \\ \overline{Z}_r = R \end{cases}$ • Corriente en resonancia:

$$\bar{I}_r = \frac{E}{R}$$

Pulsación y frecuencia de resonancia:

$$X_{Lr} = X_{Cr} \implies \omega_r L = \frac{1}{\omega_r C} \implies \frac{\omega_r = \frac{1}{\sqrt{LC}}}{f_r = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}}$$

$$\omega_r = \frac{1}{\sqrt{L C}}$$

$$f_r = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}$$

Factor de calidad en resonancia:

$$Q_r = \frac{X_{Lr}}{R} = \frac{X_{Cr}}{R} = \frac{\omega_r L}{R} = \frac{1}{\omega_r RC} = \frac{1}{R} \sqrt{\frac{L}{C}}$$

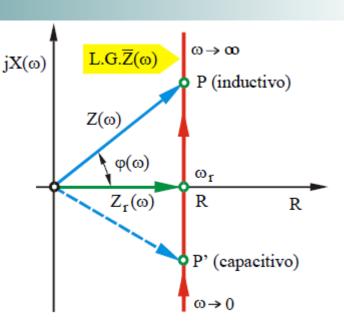


Lugares Geométricos de Impedancias

UC

LUGARES GEOMÉTRICOS DE IMPEDANCIAS

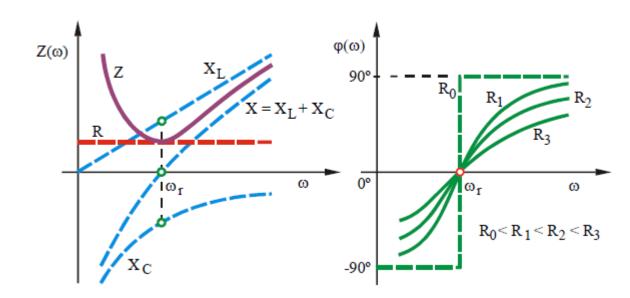
- ♦ Variación de la impedancia con la frecuencia
 - Lugar geométrico de $\overline{Z}(\omega) = R + jX(\omega) = Z(\omega) \angle \varphi(\omega)$:
 - Representación sobre el plano complejo.



• Representación del módulo y argumento de $\overline{Z}(\omega)$:

$$Z(\omega) = \sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2}$$

$$\varphi(\omega) = \arctan \frac{\omega L - \frac{1}{\omega C}}{R}$$





Variación de la Corriente con la Frecuencia

VARIACIÓN DE LA CORRIENTE CON LA FRECUENCIA

Expresión fasorial de la corriente:

$$\overline{I}(\omega) = \frac{\overline{E}}{R + j\left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)} = \frac{E/R}{1 + j\left(\frac{\omega L}{R} - \frac{1}{\omega RC}\right)}$$

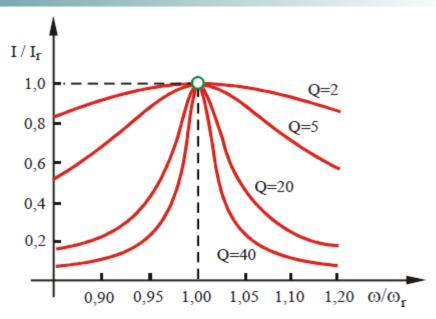
Introduciendo ω_r y Q_r:

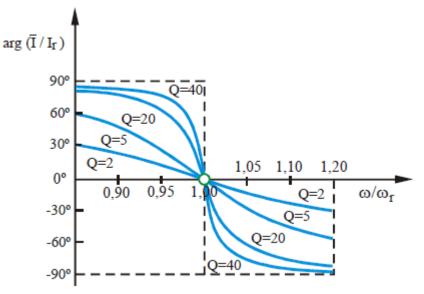
$$\omega_r = \frac{1}{\sqrt{L C}}$$
 y $Q_r = \frac{\omega_r L}{R}$

+ Resulta:

$$\overline{I}(\omega) = \frac{I_r}{1 + jQ_r \left(\frac{\omega}{\omega_r} - \frac{\omega_r}{\omega}\right)}$$

+ Circuito selectivo: paso más fácil de las corrientes de pulsación cercana a ω_r .





Ancho de Banda y Estudio de la Resonancia Serie

UC ANCHO DE BANDA

D, RI²,

• Determinación de la pulsación de los extremos:

$$R^{2} = X^{2} \implies \begin{cases} X_{C1} - X_{L1} = R \\ X_{L2} - X_{C2} = R \end{cases} \implies \begin{cases} \frac{1}{\omega_{1}C} - \omega_{1}L = R \\ \omega_{2}L - \frac{1}{\omega_{2}C} = R \end{cases} \Rightarrow$$

$$\begin{cases} \omega_1^2 + 2\alpha \ \omega_1 - \omega_r^2 = 0 \\ \omega_2^2 - 2\alpha \ \omega_2 - \omega_r^2 = 0 \end{cases}, \text{ donde } \alpha = \text{amortiguamiento} = \frac{R}{2L}$$

+ Resolviendo:
$$\begin{cases} \omega_1 = -\alpha \pm \sqrt{\alpha^2 + \omega_r^2} \\ \omega_2 = \alpha \pm \sqrt{\alpha^2 + \omega_r^2} \end{cases}.$$

+ Como, $0 < \omega_1 < \omega_r < \omega_2 < \infty$, resulta:

$$\begin{cases} \omega_1 = -\alpha + \sqrt{\alpha^2 + \omega_r^2} \\ \omega_2 = \alpha + \sqrt{\alpha^2 + \omega_r^2} \end{cases}$$

$$\angle_1^- = \kappa^- + \chi^- \implies \angle \kappa^- = \kappa^- + \chi^- \implies$$

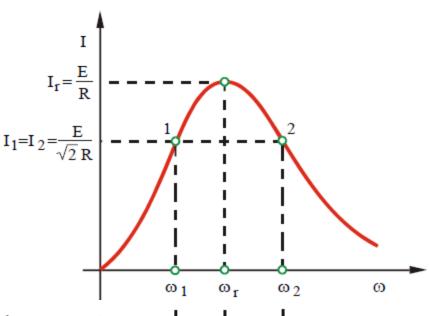
$$R^2 = X^2 \implies \left\{ \begin{array}{l} X = R \\ \varphi = \pm 45^{\circ} \end{array} \right. \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} \overline{Z}_1 = R - jR, \quad \text{para } \omega_1 < \omega_r \\ \overline{Z}_2 = R + jR, \quad \text{para } \omega_2 > \omega_r \end{array} \right.$$

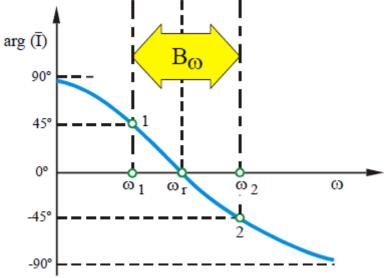
UC ANCHO DE BANDA

Magnitud del ancho de banda, B

$$B_{\omega} = \omega_2 - \omega_1 = 2\alpha = \frac{R}{L}$$

* Representación gráfica de B -dipolo RLC serie-





UC

ESTUDIO DE LA RESONANCIA SERIE O DE TENSIÓN

Análisis de tensiones e intensidad

Impedancia

$$\overline{Z}_r = R + j \left(\omega L - \frac{1}{\omega C} \right) \bigg|_{\omega = \omega_r} = R + j 0 = R \angle 0^{\circ}.$$

Corriente

$$\overline{I}_r = \frac{\overline{E}}{\overline{Z}_r} = \frac{E \angle 0}{R \angle 0} = \frac{E}{R} \angle 0^\circ = I_r \angle 0^\circ.$$

Tensiones

$$\overline{U}_{Rr} = R \overline{I}_r = R \angle 0^{\circ} I_r \angle 0^{\circ} = \overline{E}$$
.

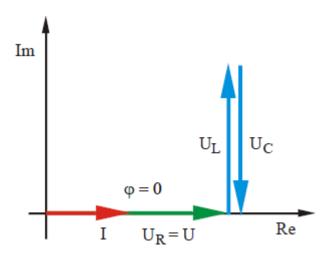
+ El factor de calidad como factor de sobretensión:

$$\overline{U}_{Lr} = jX_{Lr}\,\overline{I}_r = jX_{Lr}\,\frac{E}{R} = Q_r\,E\,\angle 90^\circ \implies \boxed{U_{Lr} = Q_r\,E} \ ,$$

$$\overline{U}_{Cr} = -jX_{Cr}\,\overline{I}_r = -jX_{Cr}\,\frac{E}{R} = Q_r\,E\angle -90^\circ \implies \boxed{U_{Cr} = Q_r\,E} \ ,$$

$$\overline{U}_{Lr} + \overline{U}_{Cr} = 0 \implies \overline{E} = \overline{U}_{Rr} + \overline{U}_{Lr} + \overline{U}_{Cr} = \overline{U}_{Rr}$$

Diagrama fasorial:



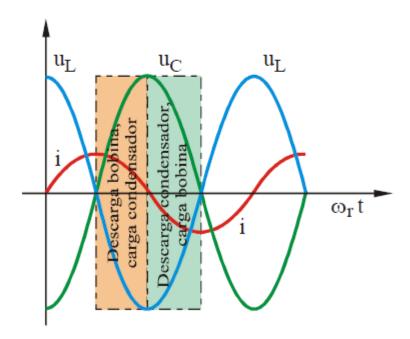


Propiedades de la Resonancia

UC PROPIEDADES DE LA RESONANCIA

Propiedades de la resonancia

 En consecuencia, en resonancia, cada cuarto de periodo se origina la carga y descarga total de cada elemento almacenador, con un transvase constante de energía entre condensador y bobina, de forma que la energía total almacenada por ambos, en cada instante, es la misma.





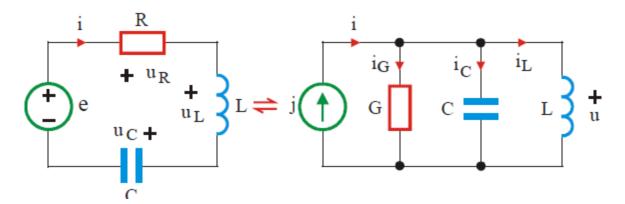
Dipolo GCL derivación por dualidad

DIPOLO GCL DERIVACIÓN POR DUALIDAD

♦ Dipolo, también llamado

- Red antirresonante, tanque o tapón: el conjunto LC, en resonancia, bloquea el paso de la corriente a su través.
- Al factor de calidad en resonancia derivación, Q_{rd}, se le llama, también, factor de sobrecorriente.

Circuitos duales



UC

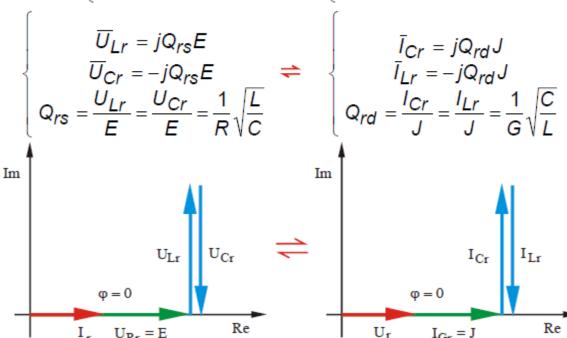
DIPOLO GCL DERIVACIÓN POR DUALIDAD

♦ Fuentes e immitancias

$$\begin{cases} e = \sqrt{2} \ E \sin (\omega t) \\ \overline{E} = E \angle 0^{\circ} = E = cte. \\ \omega = var \ iable \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} j = \sqrt{2} \ J \sin (\omega t) \\ \overline{J} = J \angle 0^{\circ} = J = cte. \\ \omega = var \ iable \end{cases} \\ \overline{Z}(\omega) = R + j \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} j = \sqrt{2} \ J \sin (\omega t) \\ \overline{J} = J \angle 0^{\circ} = J = cte. \\ \overline{J} = J \angle 0^{\circ} = J = cte. \\ \overline{J} = J \angle 0^{\circ} = J = cte. \end{cases}$$

♦ Resonancia

$$\begin{cases} X_L = X_C \Rightarrow \overline{Z} = R \\ \omega_{rs}^2 = (LC)^{-1} \\ \overline{I}_r = E/R \end{cases} \iff \begin{cases} B_C = B_L \Rightarrow \overline{Y} = G \\ \omega_{rd}^2 = (LC)^{-1} \\ \overline{U}_r = J/G \end{cases}$$



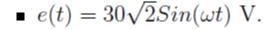


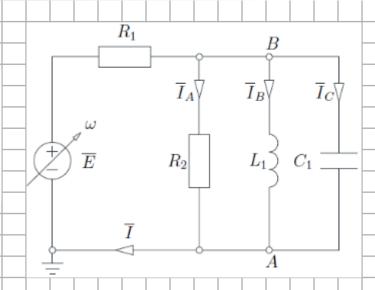
Ejemplo

UC EJEMPLO

En la instalación monofásica de la figura los valores son: $R_1 = 3 \Omega$, $R_2 = 0.6 \Omega$, $L_1 = 0.5 mH$ y $C_1 = 2 mF$.

Del mismo modo el valor de la fuente de tensión es:





Si se sabe que el circuito se encuentra en resonancia, determinar:

- 1. Circuito RLC derivación equivalente. Tensión \overline{U}_{B_R} en resonancia.
- 2. La pulsación y la frecuencia en resonancia ω_{R_D} y f_{R_D} .
- 3. Factor de calidad Q_{R_D} .
- 4. Sobrecorriente en la bobina L_1 y en el condensador C_1 .
- 5. Potencias P_1 y P_2 y tensiones U_1 y U_2 en extremos del ancho de banda.
- 6. Atenuación de la tensión en los extremos del ancho de banda vs. la tensión de entrada.
- 7. Energía máxima almacenada en L_1 y en C_1 y energía total almacenada en el circuito en cualquier instante de tiempo.

UC EJEMPLO

A la vista del circuito de A.C. de la figura y sabiendo que el mismo se encuentra en resonancia, determinar el valor del factor de calidad Q_r y de la sobretensión \overline{U}_r que se produce en la bobina y en el condensador.

A.
$$Q_r$$
= 2 y \overline{U}_r = 200 V.
B. Q_r = 0.5 y \overline{U}_r = 50 V.

B.
$$Q_r = 0.5 \text{ y } \overline{U}_r = 50 \text{ V}.$$

C.
$$Q_r = 1 \text{ y } \overline{U}_r = 100 \text{ V.}$$

D.
$$Q_r = 4 \text{ y } \overline{U}_r = 400 \text{ V}.$$

- E. Diferente.
- F. Indeterminado.

