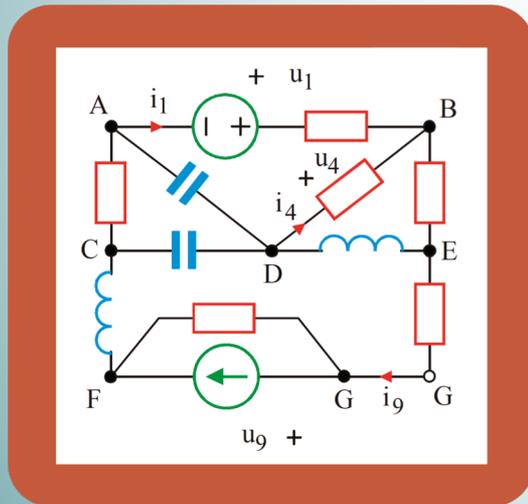


Fundamentos de Ingeniería Eléctrica

U.D. 4: MÉTODOS DE ANÁLISIS DE CIRCUITOS

Tema 4.7 - Teorema de Superposición y Linealidad



Alberto Arroyo Gutiérrez
José Carlos Lavandero González
Sergio Bustamante Sánchez
Eugenio Sainz Ortiz
Alberto Laso Pérez
Raquel Martínez Torre
Mario Mañana Canteli

DEPARTAMENTO DE INGENIERÍA ELÉCTRICA Y ENERGÉTICA

Este material se publica bajo la siguiente licencia:

[Creative Commons BY-NC-SA 4.0](https://creativecommons.org/licenses/by-nc-sa/4.0/)



Grado en Ingeniería Eléctrica y Grado en Ingeniería en
Electrónica Industrial y Automática

G412/G280 FUNDAMENTOS DE INGENIERÍA ELÉCTRICA

U.D. 4: Métodos de Análisis de Circuitos

Tema 4.7 – Teorema de Superposición y Linealidad

Tema 4.7 – Teorema de Superposición y Linealidad

- 1. Clase Previa**
- 2. Teorema de Superposición y Linealidad**
- 3. Ejemplo**
- 4. Resumen de la Clase**
- 5. Clase Siguiete**

2

Teorema de Superposición y Linealidad

◆ Objetivo

◆ Demostración

- Corolario de linealidad

- + Si todas las excitaciones son multiplicadas –o divididas– por una constante, las respuestas también vienen multiplicadas –divididas– por dicha constante.
- + **Atención:** la potencia no es una magnitud lineal. No puede calcularse por el Teorema de Superposición.

- Corolario de redes con fuentes de distinta pulsación

- + El teorema permite la resolución, o análisis, de redes con fuentes de distinta pulsación ω .

- Corolario de redes con fuentes de distinta pulsación

- + El teorema permite la resolución, o análisis, de redes con fuentes de distinta pulsación ω .

$$i = \sum_{p=1}^n \frac{I_p}{\rho}$$

- + Sea una red de m -mallas.

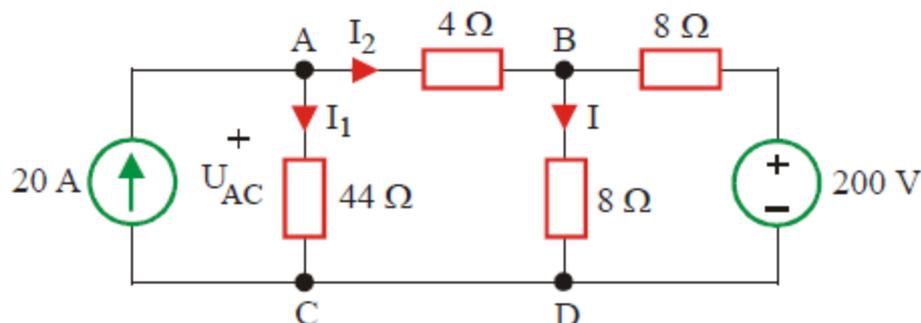
◆ Aplicación

- En general, se construirán tantos subcircuitos, derivados del original, como:
 - + Fuentes independientes tenga la red.
 - + Grupos de fuentes independientes. El conjunto de subcircuitos contendrá todas las fuentes, pero sin repetir ninguna.
 - + En el análisis con fuentes de distinta pulsación, se construirán tantos subcircuitos como pulsaciones estén presentes en la red
- Anulación de fuentes independientes
 - + De tensión, cortocircuitando su f.e.m.
 - + De corriente, dejando sus terminales a circuito abierto.
- Análisis de redes, en general: El teorema de Superposición no constituye un método potente de análisis.

3

Ejemplo

Sobre el circuito de la figura, excitado en corriente continua, **calcular** la corriente I , así como la d.d.p. U_{AC} , aplicando el teorema de superposición.



◆ Solución

- Subcircuitos derivados del original

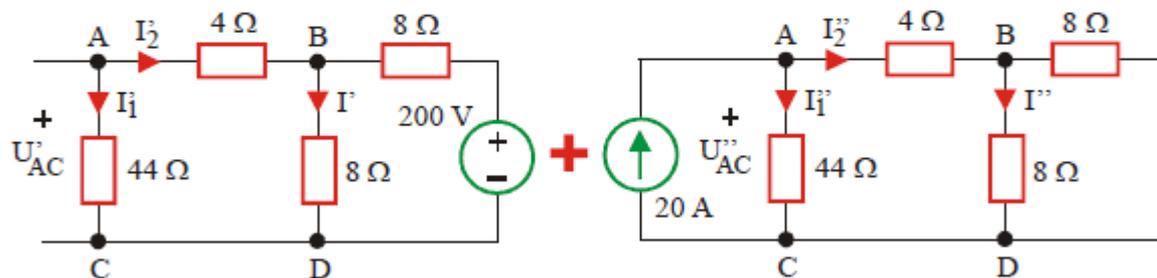
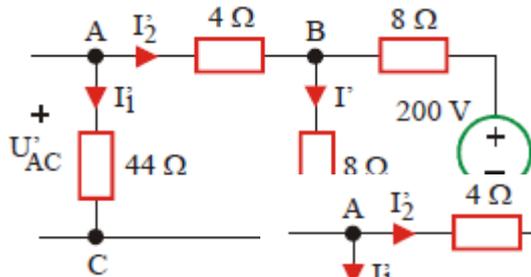


Figura (a)

Figura (b)



Resolución:

+ Por el m
referencia

+ Ecuación

$$U'_B \left(\frac{1}{4 + 4} \right)$$

+ Otras corri

$$I' = \frac{U_{B'}}{8} = \frac{150}{13} = 11,53 \text{ A} ; I'_1 = \frac{v_B}{44 + 4} = \frac{150}{13} = 1,92 \text{ A} ;$$

$$U'_{AC} = 44 I'_1 = \frac{1 \cdot 100}{13} = 84,61 \text{ V}.$$

* Paralelo: $R_{eq} = \frac{8 \cdot 44}{8 + 44} = \frac{88}{13} = 6,76 \Omega.$

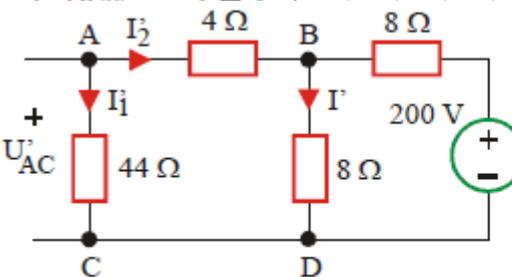


Figura (a)

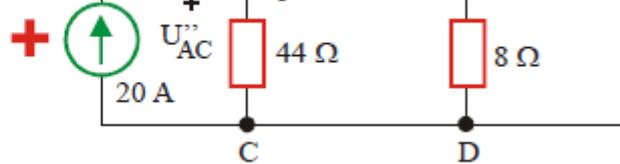


Figura (b)

Aplicando el teorema del Superposición, resulta:

$$I = I' + I'' = \frac{150}{13} + \frac{110}{13} = 20 \text{ A} ;$$

$$U_{AC} = U'_{AC} + U''_{AC} = \frac{1 \cdot 100}{13} + \frac{1 \cdot 760}{13} = 220 \text{ V}.$$

- tensiones:

$$\frac{30}{3} = 135,38 \text{ V} ;$$

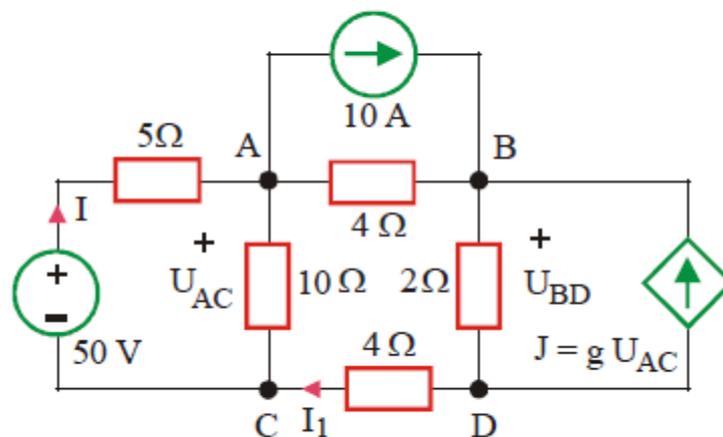
$$\frac{30}{3} = 67,69 \text{ V} ;$$

$$16,92 \text{ A} ;$$

$$46 \text{ A}.$$

Ejemplo 4.12

En el circuito de la figura, excitado en corriente continua, $g = 0,5 \text{ S}$. **Calcular**, aplicando el teorema de Superposición, la potencia consumida por la resistencia de 5Ω y la potencia suministrada por la fuente de corriente dependiente.



◆ Solución

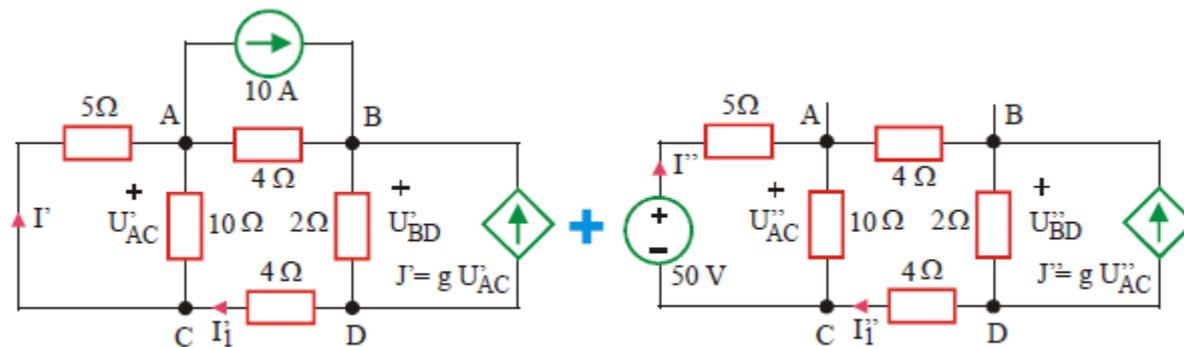
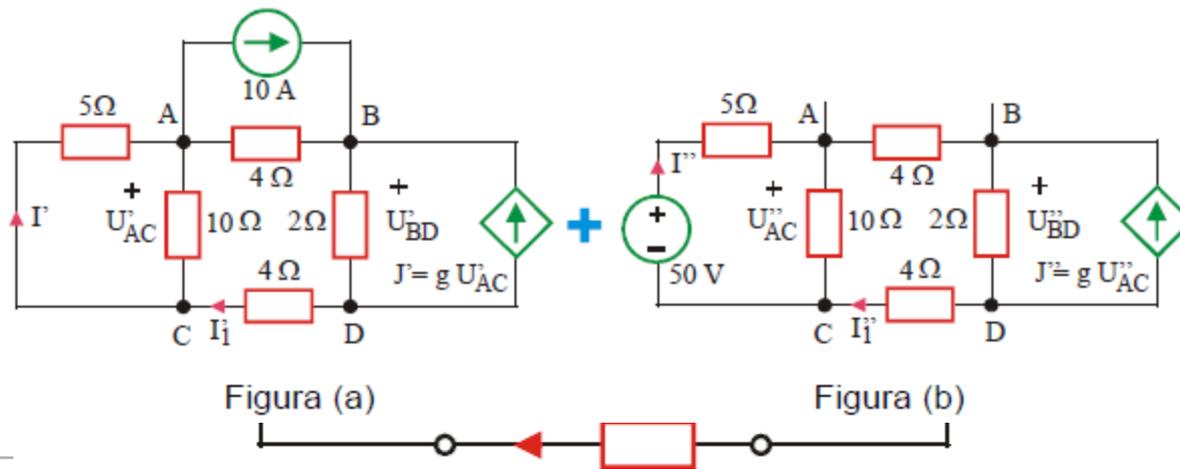


Figura (a)

Figura (b)



- Aplicando el teorema del Superposición, resulta:

$$I = I' + I'' = \frac{8}{3} + \frac{10}{3} = 6 \text{ A} ; U_{BD} = U'_{BD} + U''_{BD} = -\frac{16}{3} + \frac{100}{3} = 28 \text{ V} ;$$

$$J = J' + J'' = -\frac{20}{3} + \frac{50}{3} = 10 \text{ A} ; P(5 \Omega) = 5 I^2 = 180 \text{ W} ;$$

$$P(J) = U_{BD} J = 280 \text{ W}$$

- + Otros resultados:

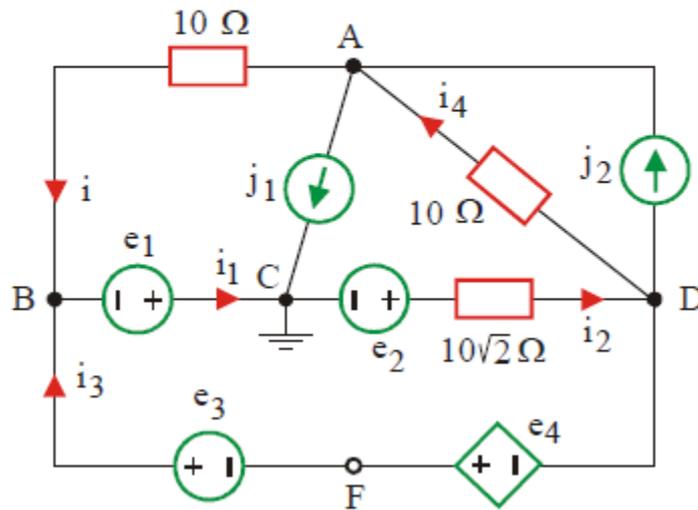
$$J'' = 0,5 U''_{AC} = \frac{50}{3} \text{ A} ; U''_{BD} = U''_{AC} = \frac{100}{3} \text{ V} ;$$

$$I'' = \frac{-U''_{AC} + 50}{5} = \frac{10}{3} \text{ A}.$$

En el circuito de la figura, son: $j_1(t) = 10 \text{ A}$,
 $e_1(t) = e_2(t) = e_3(t) = 100 \text{ V}$, $e_4(t) = 20 i(t) \text{ V}$ y
 $j_2(t) = 30\sqrt{2} \sin(200 t + \pi / 6) \text{ A}$.

Calcular:

1. Los potenciales de los nudos A, B, D y F.
2. Las corrientes de rama.



- Subcircuito excitaciones continuas ($\omega = 0 \text{ rad/s}$)

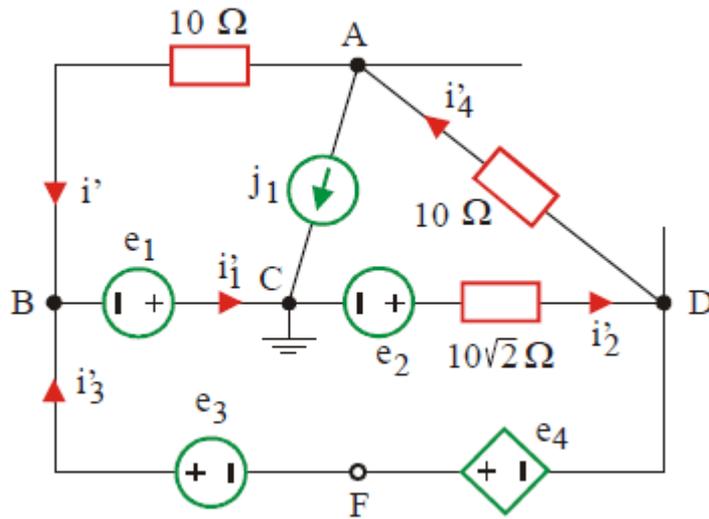


Figura (a). Red con excitaciones continuas, $\omega = 0 \text{ rad/s}$

- Subcircuito excitación alterna ($\omega = 200 \text{ rad/s}$)

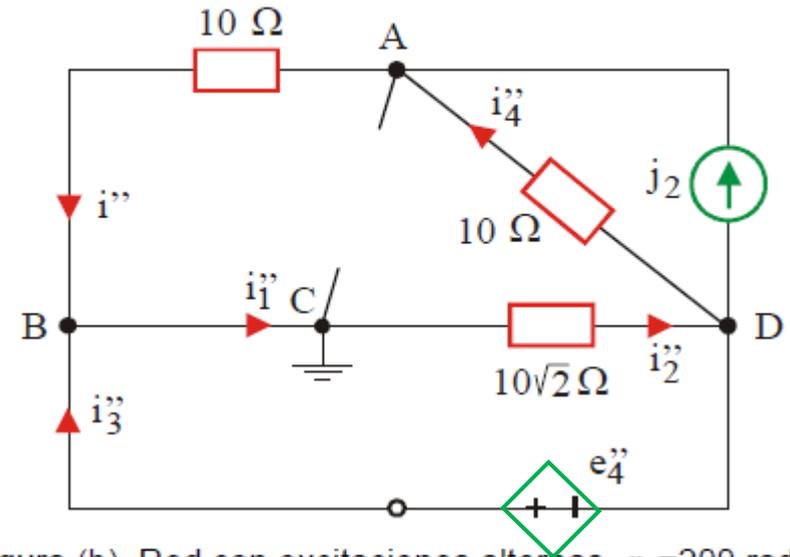


Figura (b). Red con excitaciones alternas, $\omega = 200 \text{ rad/s}$

- + Análisis por MTN:

$$U'_A \left(\frac{1}{10} + \frac{1}{10} \right) - U'_B \left(\frac{1}{10} \right) - U'_D \left(\frac{1}{10} \right) = -10$$

* Ecuación de apoyo: $I' = \frac{U'_A - U'_B}{10}$

- + Análisis por MTN:

$$\bar{U}''_A \left(\frac{1}{10} + \frac{1}{10} \right) - \bar{U}''_D \left(\frac{1}{10} \right) = 30 \angle 30^\circ$$

* Ecuación de apoyo: $\bar{I} = \frac{\bar{U}''_A}{10}$

- Aplicando el teorema del Superposición, resulta:

$$\left\{ \begin{array}{l} u_A(t) = u'_A + u''_A = -150 + 75\sqrt{2} \sin(200t + 30^\circ) \text{ V} \\ u_B(t) = u'_B + u''_B = -100 \text{ V} \\ u_D(t) = u'_D + u''_D = -100 + 150\sqrt{2} \sin(200t - 150^\circ) \text{ V} \\ u_F(t) = u'_F + u''_F = -200 \text{ V} \end{array} \right.$$

$$\left\{ \begin{array}{l} i(t) = i' + i'' = -5 + 7,5\sqrt{2} \sin(200t + 30^\circ) \text{ A} \\ i_1(t) = i'_1 + i''_1 = 4,14 + 15 \sin(200t + 30^\circ) \text{ A} \\ i_2(t) = i'_2 + i''_2 = 10\sqrt{2} + 15 \sin(200t + 30^\circ) \text{ A} \\ i_3(t) = i'_3 + i''_3 = 9,14 + 4,40 \sin(200t + 30^\circ) \text{ A} \\ i_4(t) = i'_4 + i''_4 = 5 + 22,5\sqrt{2} \sin(200t - 150^\circ) \text{ A} \end{array} \right.$$