Grado en Ingeniería de los Recursos Mineros / Energéticos

Álgebra lineal y geometría

Tema 1: Matrices y determinantes

Última modificación: 21 de septiembre de 2023

1.1 Dadas las matrices

$$A = \begin{pmatrix} 3 & 0 \\ -1 & 5 \end{pmatrix} \qquad C = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \\ 5 & 6 \end{pmatrix} \qquad E = \begin{pmatrix} 4 & 2 \end{pmatrix}$$

$$B = \begin{pmatrix} 4 & 2 & -1 \\ 0 & 2 & 3 \end{pmatrix} \qquad D = \begin{pmatrix} 0 & -3 \\ -2 & 1 \end{pmatrix} \qquad F = \begin{pmatrix} -1 \\ 2 \end{pmatrix}$$

realiza, si es posible, las siguientes operaciones:

a) $3D - 2A$
b) $B - C^t$
c) $D + BC$
d) B^tB
e) EAF
f) $B^tC^t - (CB)^t$

1.2 Dada la matriz A, calcula en función de λ, las matrices B de orden 2 tales que el producto AB es igual a la matriz nula de orden 2.

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & \lambda \end{pmatrix}$$

1.3 Dada la matriz A:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 2 & 4 & 3 \\ 3 & 5 & 2 \end{pmatrix}$$

Descomponer A como suma de una matriz simétrica y otra antisimétrica.

1.4 Calcula los siguientes determinantes

$$|A| = \begin{vmatrix} 1 & 6 & 2 & 0 \\ 0 & 3 & -1 & 4 \\ 2 & 0 & 1 & 2 \\ 5 & -3 & 4 & 0 \end{vmatrix} \qquad |B| = \begin{vmatrix} 1 & 6 & 2 & 0 \\ 0 & 3 & -1 & 4 \\ 2 & 12 & 4 & 0 \\ 5 & -3 & 4 & 0 \end{vmatrix} \qquad |C| = \begin{vmatrix} 1 & 6 & 2 & 1 \\ 0 & 3 & -1 & 0 \\ 2 & 12 & 4 & 2 \\ 5 & -3 & 4 & 5 \end{vmatrix}$$

1.5 Considerando el paralelogramo en $\mathbb{R}^2$ con vértices consecutivos $A = (-2,-2), B = (0,3), C = (4,-1)$, calcula su área.

1.6 Considerando el paralelepípedo en $\mathbb{R}^3$ con un vértice en $A = (1,1,1)$ y vértices adyacentes en $B = (3,3,6), C = (5,7,3), D = (4,-10,9)$, calcula su volumen.

1.7 Calcula, si existe, la inversa de las siguientes matrices:

$$A = \begin{pmatrix} 4 & 5 & 1 \\ 5 & 1 & 0 \\ -4 & 0 & 0 \end{pmatrix} \qquad B = \begin{pmatrix} 3 & 1 & -1 \\ 2 & 1 & 0 \\ 1 & 5 & -1 \end{pmatrix} \qquad C = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 4 & 8 \end{pmatrix}$$

1.8 Determina, por el método de Gauss-Jordan, la inversa de A

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 2 & 1 & 0 \\ -1 & -2 & -1 \end{pmatrix}$$

1.9 Dadas las matrices A y B:

$$A = \begin{pmatrix} 2 & -3 & -5 \\ -1 & 4 & 1 \\ 1 & -3 & -4 \end{pmatrix} \qquad B = \begin{pmatrix} 2 & 1 & -4 \\ 0 & 1 & 4 \\ 1 & -2 & -3 \end{pmatrix}$$

y sabiendo que $D = ABC = \begin{pmatrix} 11 & 17 \\ 17 & 1 \\ 4 & 10 \end{pmatrix}$

calcula la matriz C.

1.10 Halla los valores del parámetro a para los cuales A se convierte en una matriz singular, estudiando la equivalencia con la matriz identidad.

$$A = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 2 \\ a & 0 & 1 \\ 2 & a & -2 \end{pmatrix}$$

1.11 Determina el valor de c para que la matriz A sea invertible, analizando su equivalencia a la matriz identidad.

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 2 & c & 2 \\ 2 & 3 & 0 \end{pmatrix}$$

1.12 Mediante operaciones elementales, transforma las siguientes matrices en escalonadas equivalentes y determina su rango.

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 4 & -1 \\ 2 & 5 & 3 \\ 1 & 10 & -11 \end{pmatrix} \qquad B = \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 1 & 4 \\ 5 & -2 \end{pmatrix} \qquad C = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 3 & 4 \\ 0 & 2 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 5 & -2 \end{pmatrix}$$

1.13 Determina el rango de la matriz A en función del parámetro a.

$$A = \begin{pmatrix} 1 & -2 & -3 \\ 0 & 2 & a \\ a & -1 & a-2 \end{pmatrix}$$

1.14 Determina el rango de las siguientes matrices en función del parámetro que contienen:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & s & 1 \\ 1 & s & 2 & 1 \\ 1 & 2 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & 2 & 1 \end{pmatrix} \qquad B = \begin{pmatrix} 1 & 3 & 3 & 0 \\ 1 & 2 & 3 & -3 \\ 0 & 0 & -a & 1 \\ 0 & 1 & a & 2 \\ 0 & 0 & -a & a \end{pmatrix}$$

1.15 Utiliza la factorización LU para calcular el determinante de la matriz A

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 8 & 1 & 1 \\ 4 & 13 & 3 & -1 \\ -2 & -5 & -3 & 3 \\ -6 & -18 & -1 & 1 \end{pmatrix}$$

1.16 Halla la factorización de Cholesky de la siguiente matriz:

$$A = \begin{pmatrix} 4 & -6 \\ -6 & 10 \end{pmatrix}$$