Grado en Ingeniería de los Recursos Mineros / Energéticos

Álgebra lineal y geometría

Tema 2: Sistemas de ecuaciones lineales

Última modificación: 15 de enero de 2024

2.1 Clasifica los sistemas lineales con las matrices ampliadas siguientes como compatible determinado, compatible indeterminado o incompatible, en función de los parámetros a y b.

a)

$$\left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 4 & 6 & 2 \\ 0 & 1 & a & 2 \\ 0 & 0 & b-1 & b-1 \end{array}\right)$$

(I) Compatible determinado ....
(II) Compatible indeterminado ....
(III) Incompatible ....

b)

$$\left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 2 & 3 & 1 \\ 0 & a-1 & 4 & 2 \\ 0 & 0 & a-2 & 3 \end{array}\right)$$

(I) Compatible determinado ....
(II) Compatible indeterminado ....
(III) Incompatible ....

2.2 Clasifica el siguiente sistema lineal en función del parámetro a.

$$\left\{\begin{array}{rcr} -x-2y+az &=& a \\ 2x-ay+2z &=& -2 \\ x+2y+4z &=& 3 \end{array}\right.$$

2.3 Resolver los siguientes sistemas por eliminación gaussiana:

a)

$$\left\{\begin{array}{rcr} 3x+3y+8z &=& 1 \\ x+4y-4z &=& 3 \\ 3y+2z &=& 7 \end{array}\right.$$

b)

$$\left\{\begin{array}{rcr} x+y+z+t &=& 7 \\ x+y+2t &=& 8 \\ 2x+2y+3z &=& 10 \\ -x-y-2z+2t &=& 0 \end{array}\right.$$

c)

$$\left\{\begin{array}{rcr} x+y+z+t &=& 7 \\ x+y+2t &=& 5 \\ 2x+2y+3z &=& 10 \\ -x-y-2z+2t &=& 0 \end{array}\right.$$

2.4 Resolver los siguientes sistemas por eliminación gaussiana:

$$I:\left\{\begin{array}{rcr} 3x+5y-4z &=& 0 \\ -3x-2y+4z &=& 0 \\ 6x+y-8z &=& 0 \end{array}\right. \qquad II:\left\{\begin{array}{rcr} 3x+5y-4z &=& 7 \\ -3x-2y+4z &=& -1 \\ 6x+y-8z &=& -4 \end{array}\right.$$

2.5 Resolver los sistemas siguientes. Notar que II es el correspondiente homogéneo de I.

$$I:\left\{\begin{array}{rcr} 3y-6z+6t+4p &=& -5 \\ 3x-7y+8z-5t+8p &=& 9 \\ 3x-9y+12z-9t+6p &=& 15 \end{array}\right. \qquad II:\left\{\begin{array}{rcr} 3y-6z+6t+4p &=& 0 \\ 3x-7y+8z-5t+8p &=& 0 \\ 3x-9y+12z-9t+6p &=& 0 \end{array}\right.$$

2.6 Clasifica en función del parámetro a el sistema lineal de matriz ampliada:

$$A^* = \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 2 & 1 \\ 2 & 1 & 3 & 0 \\ 1 & 2 & a & 3 \\ 1 & 1 & a & a \end{array}\right)$$

2.7 a) Determinar los valores de k para que el siguiente sistema tenga: i) una solución única, b) ninguna solución, iii) infinitas soluciones.

b) Determinar la solución del sistema en forma vectorial paramétrica para el caso de infinitas soluciones.

$$\left\{\begin{array}{rcr} x+y-z &=& 1 \\ 2x+3y+kz &=& 3 \\ x+ky+3z &=& 2 \end{array}\right.$$

2.8 Determina la condición que debe imponerse a a, b y c para que el siguiente sistema tenga solución.

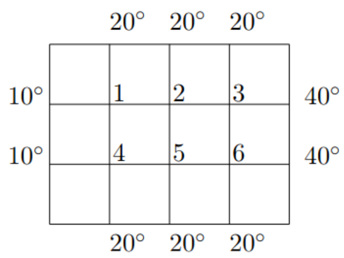
$$\left\{\begin{array}{rcl} x+y & = & a \\ y+z & = & b \\ x+2y+z & = & c \end{array}\right.$$

2.9 Determina la condición que debe imponerse a $a,$ b y c para que el siguiente sistema tenga solución:

$$\left\{\begin{array}{rcl} x+2y-3z & = & a \\ 2x+6y-11z & = & b \\ x-2y+7z & = & c \end{array}\right.$$

2.10 En $\mathbb{R}^3$ se consideran los planos: $\Pi_1 : 2x-2y+az=0$ y $\Pi_2 : -3x+3y+3z=0$,donde a es un parámetro. Determina el lugar geométrico de la intersección de los mismos en función del parámetro a en forma vectorial paramétrica.

2.11 Se tiene una placa cuyos bordes se encuentran a distinta temperatura como se indica en la figura. Determinar las temperaturas $T_1, T_2, ..., T_6$ de los 6 nodos interiores de la placa, aproximando el valor en cada nodo como la media de la temperatura de los 4 nodos más cercanos.



2.12 Resuelve los siguientes sistemas utilizando el método de la factorización LU:

a)

$$\left\{\begin{array}{rcr} x-3z & = & -2 \\ 2x+3y-6z & = & -1 \\ 4x+6y-11z & = & -1 \end{array}\right.$$

b)

$$\left\{\begin{array}{rcr} x-2y-3z & = & 2 \\ 2x+y+z & = & 1 \\ x+3y-2z & = & -1 \end{array}\right.$$

2.13 Resuelve los siguientes sistemas utilizando el método de la factorización de Cholesky:

a)

$$\left\{\begin{array}{rcr} x-y+z & = & 1 \\ -x+5y-5z & = & 0 \\ x-5y+6z & = & 1 \end{array}\right.$$

b)

$$\left\{\begin{array}{rcr} x+2y & = & 2 \\ 2x-5y-z & = & 1 \\ -y+4z & = & -1 \end{array}\right.$$