Grado en Ingeniería de los Recursos Mineros / Energéticos

Álgebra lineal y geometría

Tema 3: Espacios Vectoriales

Última modificación: 15 de enero de 2024

3.1 En $\mathbb{R}^2$ determina si es o no subespacio vectorial el conjunto:

a) $\{(a+b, a+b+2) : a, b, \in \mathbb{R}\}$

b) $\{(a+1, a+1) : a \in \mathbb{R}\}$

3.2 a) Pasar a forma implícita el subespacio de $\mathbb{R}^3$ dado en paramétricas por $\{(a+b, a+2b, b) : a, b \in \mathbb{R}\}$

b) Pasar a forma paramétrica el subespacio de $\mathbb{R}^3$ dado en implícitas: $\{x - 2y + 3z = 0\}$

3.3 Extraer del siguiente conjunto en $\mathbb{R}^4$ una familia linealmente independiente y hallar la relación de dependencia:

$\vec{v}_1 = (1, 2, 0, 1), \vec{v}_2 = (-1, -1, -1, 3), \vec{v}_3 = (-1, 1, -3, 11), \vec{v}_4 = (4, 0, -2, 1), \vec{v}_5 = (2, -3, -3, 3)$

3.4 Dado el subespacio de $\mathbb{R}^5$ en forma paramétrica $\{(a, a+b, a+b+c, c, 2a-b) : a, b, c \in \mathbb{R}\}$ obtener un sistema generador del subespacio.

3.5 Dado el siguiente subespacio de $\mathbb{R}^4$ en implícitas, $S \equiv \{x+y+z+t = 0, y-2z-t = 0\}$ hallar una base y dimensión. *(Pista: pasar las ecuaciones implícitas a forma paramétrica).*

3.6 a) Determinar si (1,2,3), (4,5,6), (7,8,9) forman base de $\mathbb{R}^3$.

b) Determinar si (1,0,1), (-1,0,2) forman base del subespacio $\{y = 0\}$ de $\mathbb{R}^3$

3.7 En $\mathbb{R}^4$, S tiene como sistema generador $< (1, 1, 0, 0), (1, -1, 0, 0) >$ y T tiene como sistema generador $< (0, 2, 1, 0), (-1, 1, 1, 0) >$, hallar:

a) un sistema generador del subespacio S+T.

b) una base de S+T.

3.8 Dados los subespacios de $\mathbb{R}^4$, $S \equiv \{x+y-z-t = 0, 2x+2y-z-t = 0\}$ y $T \equiv \{x-y = 0, z-t = 0\}$, calcular:

a) una base del subespacio $S \cap T$.

b) una base del subespacio $S + T$.

3.9 Determinar si los siguientes subespacios están en suma directa:

a) $S \equiv \{(1, 2, 0, 0), (1, 0, 0, 2)\}$ y $T \equiv \{(0, 0, 2, 1), (2, 0, 0, 1)\}$ en $\mathbb{R}^4$.

b) $S \equiv \{(1, 2, 0), (1, 0, 2)\}$ y $T \equiv \{(0, 2, 1), (2, 0, 1)\}$ en $\mathbb{R}^3$.

3.10 Hallar un subespacio suplementario de $\{(1, 2, 3), (4, 5, 6)\}$ en $\mathbb{R}^3$.

3.11 Dadas las bases $B \equiv \{(1, 0), (0, 1)\}$ (canónica) y $B' \equiv \{(0, -1), (1, 2)\}$ hallar:

a) la matriz de cambio de base de B' a B.

b) la matriz de cambio de base de B a B'.

c) las coordenadas del vector $\vec{v} = (-3, -8)$ en la base B'.